

KAMIL BACHARZ<sup>1</sup>

BARBARA GOSZCZYŃSKA<sup>2</sup>

Kielce University of Technology

<sup>1</sup> e-mail: kbacharz@tu.kielce.pl

<sup>2</sup> e-mail: bgoszczynska@tu.kielce.pl

## AN INFLUENCE OF SUPPORT WIDTH ON THE SHEAR CAPACITY OF REINFORCED CONCRETE BEAMS

### WPŁYW SZEROKOŚCI PODPARCIA NA NOŚNOŚĆ NA ŚCINANIE BELEK ŻELBETOWYCH

#### Abstract

*This paper presents an influence of width changes of the supports used during the study of reinforced concrete beams on the value of angle  $\theta$  – the angle of compressed concrete struts. This value is referred to as angle  $\beta r$  – the angle of diagonal cracks. The comparison was made based on the test results of 6 beams, including four with a rectangular cross-section and two T-beams. A significant correlation was shown between the width of the support and the change of the  $\theta$  angle. These changes also affected the theoretical shear load capacity calculated by the standards based on the truss model and the experimental shear load capacity of the beams, independently of the beams cross-sections.*

**Keywords:** reinforced concrete beams, shear load capacity, support width

#### Streszczenie

*W pracy przedstawiono opis wpływu zmiany szerokości podpór; zastosowanych w trakcie badania belek żelbetowych, na wartość kąta  $\theta$  – kąta nachylenia ściskanych krzyżulców betonowych, odnoszony w praktyce do kąta  $\beta r$  – kąta nachylenia rys ukośnych. Porównanie wykonano na podstawie wyników uzyskanych z badania sześciu belek, w tym czterech o przekroju prostokątnym i dwóch o przekroju teowym. Wykazano istotną zależność pomiędzy zastosowaną szerokością podparcia a zmianą kąta  $\theta$  wpływającą na zmianę nośności teoretycznej wyznaczanej na podstawie przepisów normowych opartych na modelu kratownicowym, a także na nośność doświadczalną na ścinanie belek, niezależnie od przekroju poprzecznego badanych elementów.*

**Słowa kluczowe:** belki żelbetowe, nośność na ścinanie, szerokość podparcia

#### 1. Introduction

Maximum principal tensile stresses occurring in the support area of reinforced concrete beams can be reduced with certain simplifying assumptions for determining shear stresses in the neutral axis. Therefore, the problem is called "shear". In the rod elements, the value of stresses in the support area, for simplicity, is calculated assuming a flat stress state, which does not significantly affect shear load capacity and the cracks of the support zone [1]. Analyzing the stress state and the trajectories on both major compressive and tensile stresses derived from the previous assumption E. Mörsch adopted the concept of modeling the support zone of reinforced concrete beams using a truss (Fig. 1). The individual

#### 1. Wstęp

Określenie maksymalnych wielkości głównych naprężeń rozciągających występujących w strefie przypodporowej belek żelbetowych, przy pewnych założeniach upraszczających, może być sprowadzone do wyznaczania występujących tam naprężeń ścinających w osi obojętnej, zagadnienie to określane jest mianem „ścinania”. W elementach prętowych wielkość naprężeń w strefie przypodporowej, dla uproszczenia, wyznaczana jest przy założeniu płaskiego stanu naprężeń, co nie wpływa istotnie na nośność i zarysowanie tej strefy [1]. Analizując powstały przy przyjęciu tego założenia stan naprężeń, a konkretnie przebieg trajektorii zarówno głównych naprężeń ściskających, jak i rozciągających, E. Mörsch przyjął koncepcję modelowania

parts of that truss map the corresponding areas of reinforced concrete beam.

strefy przypodporowej belek żelbetowych układem kratowym (rys. 1), którego poszczególne części odwzorowują odpowiadające im obszary belki żelbetowej.

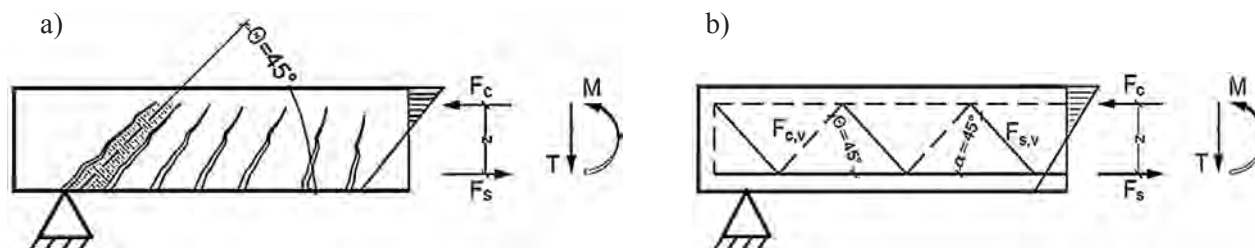


Fig. 1. Support zone of reinforced concrete beam: a) distribution of cracks b) truss model

Rys. 1. Model strefy przypodporowej przy wykorzystaniu elementu kratowego: a) rozkład rys, b) model kratowy

Assumptions of the Mörsh truss analogy are being analyzed and still modified in various research centers. This has an impact on the rules for calculation of support zone shear capacity specified in standards, on the basis of that analogy. An example of this are the changes in the recommendations contained in the Polish standard PN-B-03264: 2002 [1, 2], the current European standard PN-EN 1991-1-1:2008 (EC2) [4] and in PreNorm [3]. The PreNorm contains the grounds for the incorporation of the changes into the next revision of the EC2 [4]. The introduced modifications of truss analogy do not make it possible to take into account the support width during the calculations of the shear capacity of support zone. The width of the support affect anchorage of the main tensile reinforcement in the reinforced concrete beams support zone [5]. In practice, especially in bridge structures, supports of various widths are used: from the wide elastomeric supports or pot bearings, to a point support in the form of roller supports.

Therefore, the aim of this work is to present a comparative analysis of the impact of the support width on the experimental shear capacity of surveyed reinforced concrete beams destroyed "by shear" and the theoretical shear capacity determined by using the modified Mörsh truss analogy.

## 2. The shear calculation model according to the PN-EN-1992-1-1 (EC2) [4]

Trusses adopted by Mörsh are statically determinate elements with the possibility of different level truss compaction up to the m-level form. However, as is apparent from the analysis, even the m-level form of strut compaction does not affect the result of the tensile force, which is adopted to design of shear reinforcement in the support zone [6].

Założenia analogii kratownicowej Mörscha są analizowane w różnych ośrodkach naukowych i wielokrotnie modyfikowane, co miało i ma wpływ na przepisy normowe, oparte na analogii kratownicowej w zakresie określania nośności strefy przypodporowej. Przykładem tego są zmiany zaleceń zawarte kolejno w normie polskiej PN-B-03264:2002 [1, 2], w obecnie obowiązującej normie europejskiej PN-EN 1991-1-1:2008 (EC2) [4], a także PreNormie [3] stanowiącej podstawy do wdrożenia ich w kolejnej nowelizacji EC2 [4]. Wprowadzane modyfikacje analogii kratownicowej nie dają jednak możliwości uwzględnienia szerokości podparcia elementów, przy obliczaniu nośności na ścinanie strefy przypodporowej wpływającej na zakotwienie głównego zbrojenia rozciąganego w strefie przypodporowej belek żelbetowych [5]. W praktyce, zwłaszcza w konstrukcjach mostowych, stosowane są podpory dające różną szerokość podparcia, od szerokich podparć elastomerowych czy też łożysk soczewkowych, po podparcia o charakterze punktowym w postaci podpór przegubowych. W związku z tym celem pracy jest przedstawienie analizy porównawczej wpływu szerokości podpory na nośność badanych belek żelbetowych niszczonej „na ścinanie” z nośnością teoretyczną wyznaczoną przy zastosowaniu zmodyfikowanej analogii kratownicowej Mörscha.

## 2. Model obliczeniowy ścinania według normy PN-EN-1992-1-1 (EC2) [4]

Przyjęte przez Mörscha kratownice są elementami statycznie wyznaczalnymi z możliwością zastosowania różnego poziomu wykratowania, aż do postaci m-krotnej. Jednakże jak to wynika z analiz, nawet m-krotny poziom zagęszczenia krzyżulców nie wpływa na wypadkową siłę rozciągającą, którą przyjmuje się do projektowania zbrojenia na ścinanie w strefie przypodporowej [6].

Currently, the recommendations specified by standards used for checking the shear capacity of reinforced concrete beams are set forth in European standard EC2 [4], and the recommendations given in the previous Polish standard, PN-B-03264: 2002 [2], are based on the E. Mörsh calculation model of modified truss analogy [7], which is shown in Fig. 2.

Obecnie stosowane zalecenia normowe w zakresie sprawdzania nośności na ścinanie belek żelbetowych przedstawione w normie europejskiej EC2 [4], jak i zalecenia podane w poprzedniej normie polskiej PN-B-03264:2002 [2] są oparte na modelu obliczeniowym zmodyfikowanej analogii kratownicowej E. Mörscha [7], której schemat przedstawia rysunek 2.

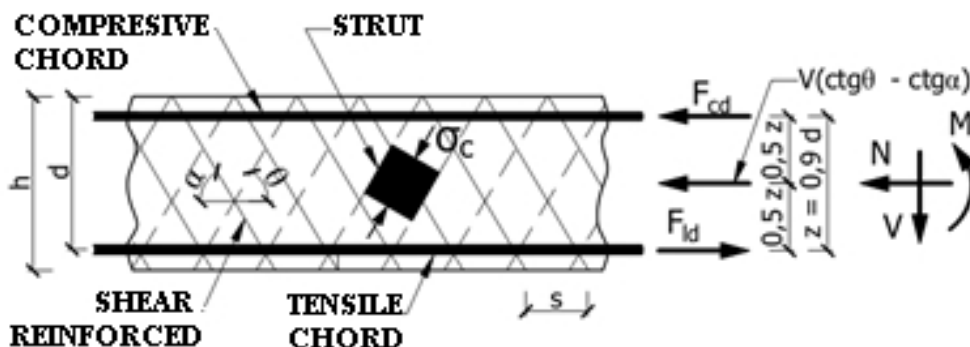


Fig. 2. Diagram of the modified Mörsh truss according to EC2 [4]

Rys. 2. Schemat zmodyfikowanej kratownicy Mörscha według EC2 [9]

The main differences between the conventional E. Mörsh truss and the one used in the standards include its static indeterminateness and the introduction of variable angle of the diagonal compressive struts  $\theta$ . In the assumptions the value of angle  $\theta$  was set at  $45^\circ$ , but with all of these changes, there is a possibility of selecting between  $21.8^\circ$  and  $45^\circ$  [4]. This introduces some flexibility in the design of shear reinforcement, because there are no instructions when and which value of  $\theta$  angle should be taken. Including in the calculation the specific value of the  $\theta$  angle directly affects the obtained of transverse reinforcement capacity, strength of compressive concrete struts, and the additional tensile force in the longitudinal reinforcement caused by shear force. This can lead to the adoption of an excessive amount of transverse reinforcement in the support zone and to underestimating the additional tensile force transmitted to the longitudinal reinforcement in the tensile zone [8]. Calculation should also take into account how elements are supported, because it has a direct impact on the value of the  $\theta$  angle but it is not included in the recommendations of EC2 [4]. That makes the situation even more complicated.

The dependence of the support width on the angle  $\theta$  will be presented in this study as a comparison between the experimental results and theoretical calculations showing that there is a relationship between the width of the support and the capacity of the support zone. A similar problem of the impact

Podstawowymi różnicami pomiędzy tradycyjną kratownicą E. Mörscha a stosowaną w zaleceniach normowych jest jej statyczna niewyznaczalność oraz wprowadzenie uzmiennionego kąta nachylenia krzyżulców ściskanych  $\theta$ . W założeniach wyjściowych kąt  $\theta$  był ustalony na poziomie  $45^\circ$ , natomiast zgodnie z wprowadzonymi zmianami istnieje możliwość jego doboru pomiędzy wartościami  $21,8^\circ$  a  $45^\circ$  [4]. Możliwość ta wprowadza pewną dowolność podczas projektowania zbrojenia strefy przypodporowej, ponieważ nie wskazano kiedy jaką wartość kąta  $\theta$  należy przyjmować. Przyjęcie w obliczeniach konkretnej wartości kąta  $\theta$  w sposób bezpośredni wpływa na otrzymywane wartości nośności zbrojenia poprzecznego na ścinanie, wytrzymałości ściskanych krzyżulców betonowych, oraz na wartość dodatkowej siły rozciągającej w zbrojeniu podłużnym wywołanej przez siłę poprzeczną. Może to prowadzić do przyjęcia zbyt dużej ilości zbrojenia poprzecznego w strefie przypodporowej oraz niedoszacowania wartości dodatkowej siły rozciągającej przekazywanej na zbrojenie podłużne w strefie rozciąganej [8]. Ponieważ w obliczeniach należałoby uwzględnić także sposób podparcia projektowanego elementu, który ma bezpośredni wpływ na wartość kąta  $\theta$ , i chociaż nie jest on uwzględniany w zaleceniach EC2 [4], to sytuacja dodatkowo się komplikuje.

Wpływ szerokości podparcia na wartość kąta  $\theta$  będzie przedstawiona w niniejszej pracy jako porównanie wyników badań doświadczalnych i obliczeń teoretycznych, które świadczą, że istnieje zależność pomiędzy

of the support width on the bearing capacity of the wide beams was presented in [9], where the impact of this factor, together with other relevant factors on the carrying capacity of the support zone of test beams was analysed.

### 3. The conducted experimental studies

The study was conducted on four single-span reinforced concrete beams with a rectangular cross section  $0.12 \times 0.30$  m (S2M) and two T-beams (S2T, S2T1) with the dimensions of the web  $0.12 \times 0.30$  m and shelves  $0.10 \times 0.40$  m. The effective span length of those beams was 3.00 m, with a total length 3.30 m. All elements were made in the precast factory from class C40/50 concrete and rebar steel BS500. Main tensile longitudinal reinforcement of 4 beams designated as S2M were made up of 3 bars  $\phi 12$  and 2 bars  $\phi 14$  ( $\rho_{Asl} = 2\%$ ) arranged in two rows, and  $2 \phi 8$  in the compression zone.

The applied transverse reinforcement was stirrups for bars  $\phi 4.5$  perpendicular to the beam axis. The spacing between the stirrups was 0.225 m in the mid-section of the beam and 0.20 m in the support zone. The adopted shear reinforcement provides a minimum degree of shear reinforcement according to the instructions given in EC2 [4]. The structure of the reinforcement bars along with the adopted symbols is shown in Fig. 3.

szerokością podparcia i nośnością strefy przypodporowej. Podobny problem dotyczący wpływu szerokości podpory na nośność belek szerokich przedstawiono w pracy [9], gdzie analizowano wpływ tego czynnika, wraz z innymi istotnymi dla tego przypadku, na nośność strefy przypodporowej badanych elementów.

### 3. Przeprowadzone badania doświadczalne

Badania prowadzone były na 4 jednoprzęsłowych belkach żelbetowych o przekroju prostokątnym  $0,12 \times 0,30$  m, rozpiętości efektywnej 3,00 m, przy długości całkowitej 3,30 m oraz na 2 belkach o przekroju teowym, wymiarach środnika  $0,12 \times 0,30$  m i półki  $0,10 \times 0,40$  m przy rozpiętościach takich samych jak belki prostokątne. Wszystkie elementy zostały wykonane w zakładzie prefabrykacji z betonu o planowanej klasie C40/50 oraz prętów zbrojeniowych ze stali BS500. Zbrojenie podłużne w strefie rozciąganej 4 belek oznaczonych symbolem S2M stanowiły pręty  $3 \phi 12$  i  $2 \phi 14$  ( $\rho_{Asl} = 2\%$ ) ułożone w dwóch rzędach, a w strefie ściskanej pręty  $2 \phi 8$ . Zastosowane zbrojenie poprzeczne to strzemiona prostopadłe do osi elementu z prętów o średnicy  $\phi 4,5$  i rozstawie wynoszącym 225 mm w środkowej części belki oraz 200 mm w strefie przypodporowej. Przyjęte zbrojenie poprzeczne zapewnia minimalny stopień zbrojenia na ścinanie zgodnie z zaleceniami podanymi w EC2 [4]. Konstrukcję zbrojenia belek wraz z przyjętymi symbolami przedstawiono na rysunku 3.

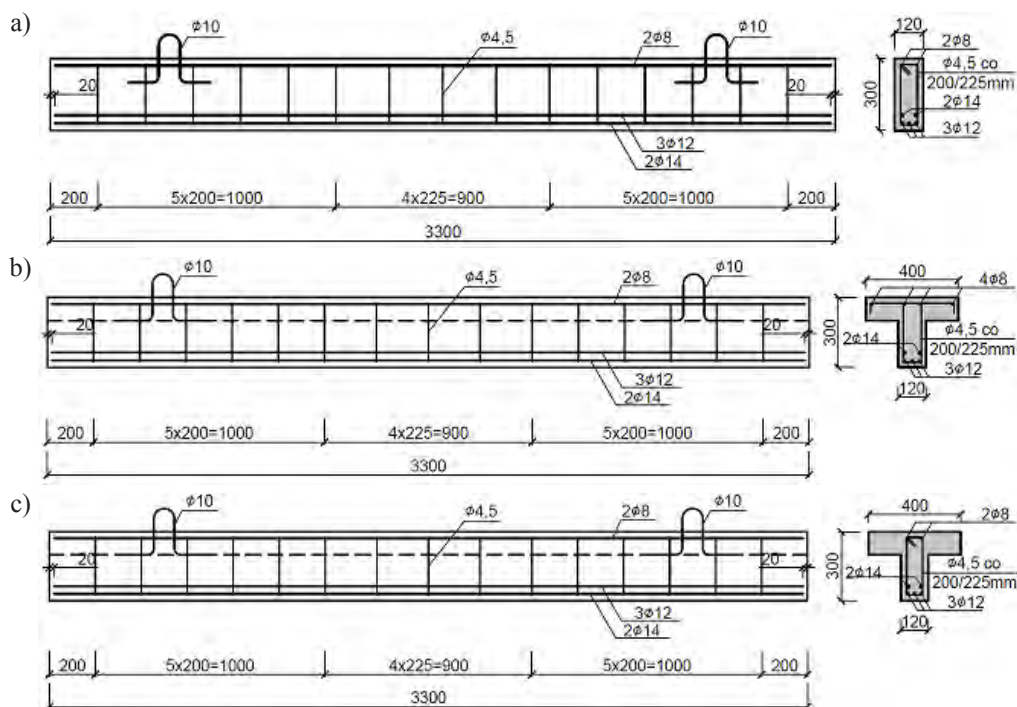


Fig. 3. The structure of reinforcement concrete beams: a) S2M, b) S2T, c) S2T1  
 Rys. 3. Konstrukcja zbrojenia belek żelbetowych typu: a) S2M, b) S2T, c) S2T1



The adopted degree of the longitudinal and the shear reinforcement was supposed to lead the tested beams to a assumed bending-shear type of destruction. A detailed description of this type of reinforced concrete beams failure due to the shear was presented in [10].

The test elements had static scheme of single-span, statically determinate, freely supported beams. They were loaded by two forces (S2 and S3) situated 0.60 m from the axis of the supports (Fig. 4). Beams were loaded monotonically (M) until failure at a rate of 0.4 kN/min. During the study two types of the support were used: beams S2M-1, S2M-2 and S2T were supported by the pot-bearings 0.30 and 0.34 m wide, while beams designated S2M-3, S2M-4 and S2T1-1 were supported on the steel rolls, simulating a point support.

Przyjęty stopień zbrojenia podłużnego i poprzecznego badanych belek miał doprowadzić do uzyskania zakładanego sposobu zniszczenia badanych belek, czyli zniszczenia poprzez zginanie ze ścinaniem. Dokładny opis tego typu zniszczenia belek żelbetowych ze względu na ścinanie został przedstawiony w pracy [10].

Elementy badane były w schemacie statycznym belki jednoprzęsłowej, swobodnie podpartej obciążonej dwiema siłami skupionymi umiejscowionymi w odległościach po 0,60 m od osi podpór (rys. 4). Belki obciążano monotonicznie (M) aż do zniszczenia z prędkością 0,4 kN/min. Podczas badań zastosowano dwa typy podparcia: belki o symbolach S2M-1, S2M-2 i S2T podparto na łożyskach mostowych o szerokościach 0,30 i 0,34 m, natomiast elementy oznaczone S2M-3, S2M-4 i S2T1-1 podparto na stalowych rolkach, symulujących podparcie punktowe.

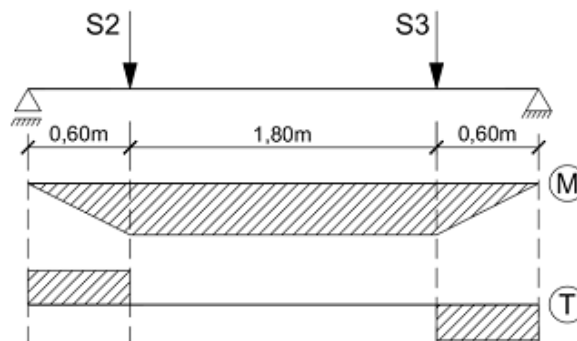


Fig. 4. Static scheme of studied beams

Rys. 4. Schemat statyczny badania belek

The loading was carried out by an automatically controlled hydraulic actuators. During the tests, among the other equipment an optical measuring system Aramis was used to record a field deformation of prepared measurement areas [11].

#### 4. The calculation of the tested beams shear capacity according to PN-EN-1992-1-1 (EC2) [4]

Shear capacity was calculated based on the actual material characteristic obtained from the accompanying tests, such as the axial compression test carried out on 0.15 x 0.15 x 0.15 m specimens made of the concrete batch used for the beams, and the axial tensile test for rebar specimens. During calculations the actual location of rebar in a cross section was included. It was determined on the basis of an inventory carried out after the tests by braking the undamaged parts of the beams and measuring the position of the longitudinal and shear reinforcement

Obciążenie realizowano przy pomocy sterowanych automatycznie siłowników hydraulicznych. W czasie badań wykorzystano między innymi optyczny system pomiarowy typu Aramis zastosowany w celu rejestracji odkształceń polowych przygotowanych obszarów pomiarowych [11].

#### 4. Obliczenia nośności na ścinanie badanych elementów według PN-EN-1992-1-1 (EC2) [4]

Obliczenia nośności na ścinanie wykonane zostały przy wykorzystaniu rzeczywistych cech materiałowych uzyskanych na podstawie badań towarzyszących, tj. prób osiowego ściskania próbek betonowych 0,15 x 0,15 x 0,15 m pobranych z zarobów betonów zastosowanych do wykonania belek żelbetowych oraz prób osiowego rozciągania próbek prętów zbrojeniowych. Uwzględniono także rzeczywiste rozmieszczenie prętów zbrojeniowych ustalone na podstawie inwentaryzacji przeprowadzonej po zakończonych badaniach, poprzez rozkucie nieuszkodzonych frag-

bars. Also during the calculations material safety factors for both concrete and steel were ignored. Table 1 shows the set of data used in the calculations.

Table 1. Material and geometric data  
Tabela 1. Dane materiałowe i geometryczne

Beams	Material				Geometric					
	$f_{ck,cube}$ [MPa]	$f_{ck}$ [MPa]	$f_{yk}$ [MPa]	$f_{ywk}$ [MPa]	$h$ [cm]	$b$ [cm]	$d_1$ [cm]	$d_2$ [cm]	$d = h - d_1$ [cm]	$s_{1,sr}$ [cm]
S2M-1	63.9	49.5	562.5	562.5	30.1	11.9	3.72	2.70	26.4	20.0
S2M-2					30.1	12.0	3.92	3.10	26.2	20.0
S2M-3	66.1	51.3			30.2	11.9	5.11	2.00	25.1	20.0
S2M-4					30.1	12.0	4.97	3.10	25.1	20.0
S2T-1	49.4	37.9	565.5	703.3	30.3	12.0	4.36	2.90	25.9	20.0
S2T1-1	48.5	37.2			30.8	12.0	4.12	3.90	26.7	20.0

where:  $f_{ck,cube}$  – characteristic concrete compressive strength measured on cubic samples,  $f_{ck}$  – characteristic concrete compressive strength,  $f_{yk}$  – characteristic steel rebar yield point,  $f_{ywk}$  – characteristic steel stirrups yield point,  $h$  – section height,  $b$  – section width,  $d_1$  – the centre of gravity of tensile reinforcement,  $d_2$  – the centre of gravity of compressive reinforcement,  $d$  – useful section height,  $s_{1,sr}$  – average stirrups spacing

According to the recommendations given in EC2 [4] as the beam shear capacity assumed the capacity of shear reinforcement, indicated as  $V_{Rd,s}$ , which should be calculated by equation:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw} \cdot z \cdot f_{ywk} \cdot \cot \theta}{s} \quad (1)$$

where:  $A_{sw}$  – sectional area of stirrups,  $z$  – arm of internal forces,  $f_{ywk}$  – characteristic steel yielding strength,  $s$  – stirrup spacing,  $\cot \theta$  – cotangent of angle of diagonal compression concrete struts.

The value of cotangent  $\theta$  i.e. (1), the angle of the diagonal compression concrete struts refers to  $\beta_r$  the angle of inclination of diagonal cracks. This value is obtained from cracks stocktaken on the tested reinforced concrete elements based on strain field maps obtained from the Aramis optical measuring system. During the cracks stocktaking the changes of the  $\theta$  angle were observed, which stemmed from the support width. It has a profound effect on theoretical and experimental results of the shear capacity of individual beams. However, the standard [4] does

mentów belek i pomiar położenia prętów zbrojenia podłużnego, jak i poprzecznego. W obliczeniach pominięto materiałowe współczynniki bezpieczeństwa, zarówno dla betonu, jak i stali. W tabeli 1 przedstawiono zestaw danych przyjętych do obliczeń.

gdzie:  $f_{ck,cube}$  – charakterystyczna wytrzymałość betonu na ściskanie mierzona na próbkach sześciennych,  $f_{ck}$  – charakterystyczna wytrzymałość betonu na ściskanie,  $f_{yk}$  – charakterystyczna granica plastyczności stali,  $f_{ywk}$  – charakterystyczna granica plastyczności strzemion,  $h$  – wysokość przekroju,  $b$  – szerokość przekroju,  $d_1$  – środek ciężkości zbrojenia rozciąganego,  $d_2$  – środek ciężkości zbrojenia ściskanego,  $d$  – wysokość użyteczna przekroju,  $s_{1,sr}$  – średni rozstaw strzemion

Zgodnie z zaleceniami normowymi podanymi w EC2 [4] za nośność na ścinanie przyjęto nośność zbrojenia poprzecznego oznaczoną symbolem  $V_{Rd,s}$ , którą obliczamy na podstawie następującego wzoru:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw} \cdot z \cdot f_{ywk} \cdot \cot \theta}{s} \quad (1)$$

gdzie:  $A_{sw}$  – pole zbrojenia poprzecznego,  $z$  – ramię sił wewnętrznych,  $f_{ywk}$  – charakterystyczna granica plastyczności stali zbrojenia poprzecznego,  $s$  – rozstaw strzemion,  $\cot \theta$  – kotangens kąta nachylenia ściskanych krzyżulców betonowych.

Występującą we wzorze (1) wartość kotangensa kąta  $\theta$  nachylenia ściskanych krzyżulców betonowych odniesiono do kąta nachylenia rys ukośnych  $\beta_r$ . Wartość tę otrzymano z inwentaryzacji zarysowania badanych elementów żelbetowych wykonanej na mapach odkształceń polowych otrzymanych z optycznego systemu pomiarowego typu Aramis. Podczas inwentaryzacji zarysowania zauważono zmianę kąta  $\theta$  w zależności od szerokości podparcia, która w widocznym stopniu wpłynęła na otrzymywane wyniki nośności teoretycznych i doświadczalnych poszczególnych

not indicate how to take into account the support width at the design stage, which directly affects the inclination angle  $\theta$ . Examples of deformation maps for selected elements: beams S2M-1 and S2M-3 tested with two supports widths are shown in Figure 5a and 5b.

belek. Jednakże w normie [4] nie jest podane w jaki sposób, na etapie projektowania, uwzględnić szerokość podparcia, która w bezpośredni sposób wpływa na kąt nachylenia  $\theta$ . Przykładowe mapy odkształceń wybranych elementów, tj. belek o symbolach S2M-1 i S2M-3 badanych przy zastosowaniu dwóch szerokości podparć, przedstawiono na rysunkach 5a i 5b.

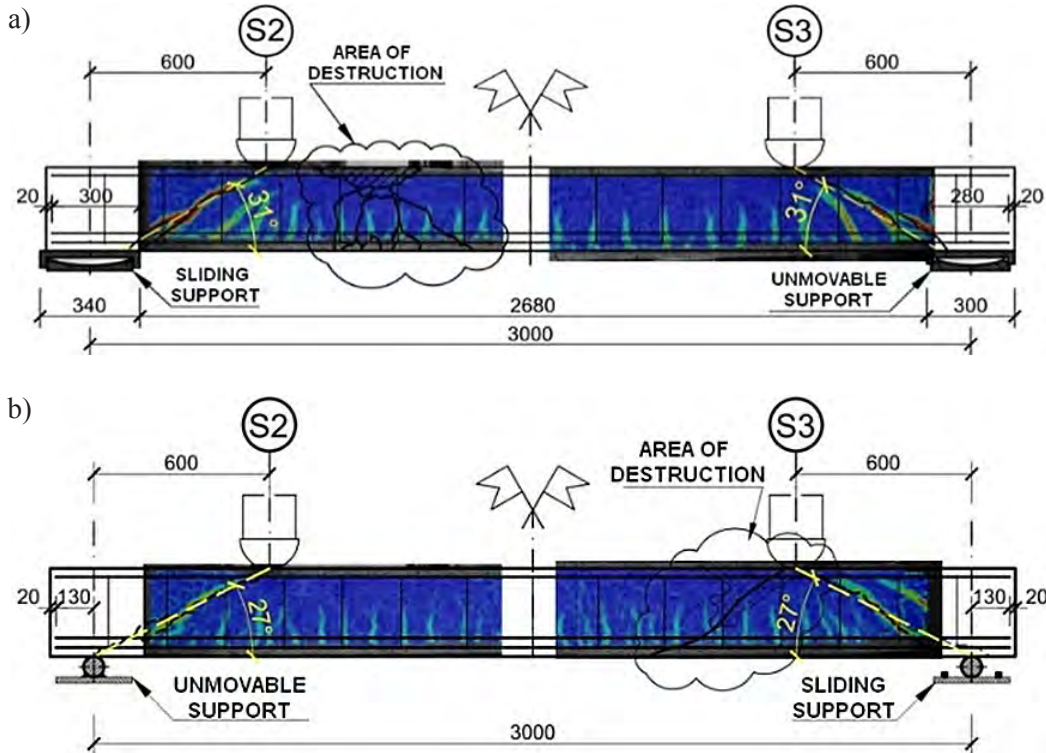


Fig. 5. Example beam cracks images from the optical measuring system Aramis: a) beam S2M-1 – wide support, b) beam S2M-3 – point support

Rys. 5. Obrazy zarysowania belki z optycznego systemu pomiarowego Aramis: a) belka S2M-1 – podparcie szerokie, b) belka S2M-3 – podparcie punktowe

Calculation results of the stirrups capacity with the  $\theta$  angle obtained from the crack stocktaking are presented in Table 2.

W tabeli 2 przedstawiono wyniki obliczeń nośności belek na ścinanie wraz z wartością kąta  $\theta$  otrzymaną na podstawie inwentaryzacji zarysowania.

Table 2. The values of the angle  $\theta$  and stirrups capacity  $V_{Rd,s}$  determined according to standard [4]  
Tabela 2. Wartości kąta  $\theta$  i nośności  $V_{Rd,s}$  wyznaczone według normy EC2 [4]

Parameter	Beams					
	S2M-1	S2M-2	S2M-3	S2M-4	S2T-1	S2T1-1
stirrups capacity $V_{Rd,s}$ [kN]	35.9	36.8	39.3	39.7	33.0	46.0
average stirrups capacity $V_{Rd,sr}$ [kN]	36.3		39.5		33.0	46.0
angle of diagonal compressed concrete struts $\theta$ [°]	31	30	27	27	38	29
average angle of diagonal compressed concrete struts $\theta$ [°]	30.5		27		38	29
width of support [cm]	30	30	< 1	< 1	30	< 1

## 5. Calculation of forces in struts by truss analogy

In order to determine actual levels of the forces in diagonal tensile struts load distribution was calculated based on the truss model (Fig. 6), with the experimental angles of diagonal compressive and tension struts taken into account.

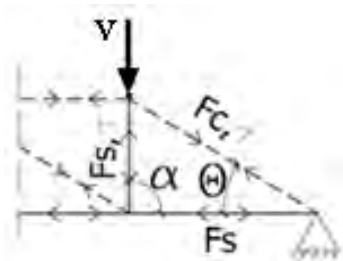


Fig. 6. Truss scheme

Rys. 6. Rozpatrywany schemat kratownicy

In the analyzed cases, due to the adopted static scheme in support zones there are sections with constant transverse force  $V$ . This causes constant force in both tension and compressive struts. These forces, can be calculated based on the formulas (2) and (3), where

- $F_{s,\tau}$  – means the force in tension struts dependent on their angle  $\alpha$ , in this case  $90^\circ$ ,
- $F_{c,\tau}$  – means the force in the compressive struts [4].

$$F_{s,\tau} = \frac{V}{\sin \alpha} \quad (2)$$

$$F_{c,\tau} = \frac{V}{\sin \theta} \quad (3)$$

where:  $V$  – shear force,  $\sin \alpha$  – sine of stirrups inclination angle,  $\sin \theta$  – sine of angle of diagonal compression concrete struts.

The experimental values of tensile forces in the struts are given in Table 3.

## 5. Obliczenie siły w krzyżulcach według analogii kratownicowej

W celu określenia rzeczywistych poziomów wartości siły przypadającej na krzyżulce rozciągane określono rozkład obciążenia na pręty modelu kratowniczego wykorzystując schemat kratownicy (rys. 6), z uwzględnieniem doświadczalnych kątów nachylenia krzyżulców ściskanych i rozciąganych.

W rozpatrywanych przypadkach, z uwagi na przyjęty schemat statyczny, występują w obszarach strefy przypodorowej odcinki o stałej wartości siły poprzecznej  $V$ , co powoduje, że otrzymujemy stałą siłę zarówno w krzyżulcach rozciąganych, jak i ściskanych. Wartości tych sił możemy obliczyć z wzorów (2) i (3). Zgodnie, z którymi kolejno:

- $F_{s,\tau}$  – siła w krzyżulcach rozciąganych zależna dodatkowo od kąta ich pochylenia  $\alpha$ , w tym przypadku  $90^\circ$ , z uwagi na zastosowanie strzemion pionowych,
- $F_{c,\tau}$  – siła w krzyżulcach ściskanych [4].

$$F_{s,\tau} = \frac{V}{\sin \alpha} \quad (2)$$

$$F_{c,\tau} = \frac{V}{\sin \theta} \quad (3)$$

gdzie:  $V$  – siła tnąca,  $\sin \alpha$  – sinus kąta nachylenia strzemion,  $\sin \theta$  – sinus kąta nachylenia ściskanych krzyżulców betonowych.

Otrzymane doświadczalne wartości sił w krzyżulcach rozciąganych podano w tabeli 3.

Table 3. The experimental value of the forces transmitted by the tension struts

Tabela 3. Doświadczalne wartości sił przenoszonych przez krzyżulce rozciągane

Parameter	Beams					
	S2M-1	S2M-2	S2M-3	S2M-4	S2T-1	S2T1-1
experimental force in tension struts $F_{st}$ [kN]	151.3	152.1	133.7	129.4	166.0	155.5
average experimental force in tension struts $F_{s,t,\bar{s}}$ [kN]	151.7		134.9		166.0	155.5



6. Summary of results

The results of the calculations are summarized in Table 4.

6. Zestawienie wyników

Wyniki z przeprowadzonych obliczeń zestawiono w tabeli 4.

Table 4. Summary of average values of destructive forces and stirrups capacity according to the  $\theta$  angle

Tabela 4. Zestawienie średnich wartości sił niszczących i nośności strzemion w zależności od kąta nachylenia ściskanych krzyżulców betonowych

Parameter	Beams					
	S2M-1	S2M-2	S2M-3	S2M-4	S2T-1	S2T1-1
average stirrups capacity $V_{Rd, s\bar{s}r}$ [kN]	36.3		39.5		33.0	46.0
average angle of concrete compression struts $\theta$ [°]	30.5		27.0		38.0	29.0
average experimental force in tension struts $F_{st, st}$ [kN]	151.7		134.9		166.0	155.5
width of support [cm]	34.0		< 1		34.0	< 1

Figure 7 summaries of the average stirrups capacity obtained from the calculations based on EC2 [4]. The following values of the  $\theta$  angle were used in calculations: based on EC2 [4]  $45^\circ$  and  $21.8^\circ$  and the angle  $\theta$  obtained from the tests ( $\theta_{real}$ ).

From Figure 7 follows that  $\theta$  angles, determined based on the map of cracks obtained from the Aramis optical measuring system, are within the range specified in EC2 [4]. Therefore, the stirrups capacities calculated based on those angle values are also in the range of capacities calculated based on the values from EC2 [4].

Na rysunku 7 przedstawiono zestawienie średnich wartości nośności otrzymanych z obliczeń wykonanych według zaleceń normy EC2 [4] z uwzględnieniem kąta  $\theta$  równego  $45^\circ$  i  $21,8^\circ$  oraz kąta  $\theta$  uzyskane-go z doświadczeń ( $\theta_{rzecz}$ ).

Na podstawie rysunku 7 można zauważyć, że wartości kąta nachylenia ściskanych krzyżulców betonowych, określone na podstawie map zarysowań uzyskanych z optycznego systemu pomiarowego Aramis, mieszczą się w przedziale określonym w EC2 [4], oraz analogicznie, obliczone z uwzględnieniem kąta uzyskanego z badań, wartości nośności strzemion mieszczą się w przedziale nośności obliczonych dla  $ctg 45^\circ$  i  $ctg 21,8^\circ$ .

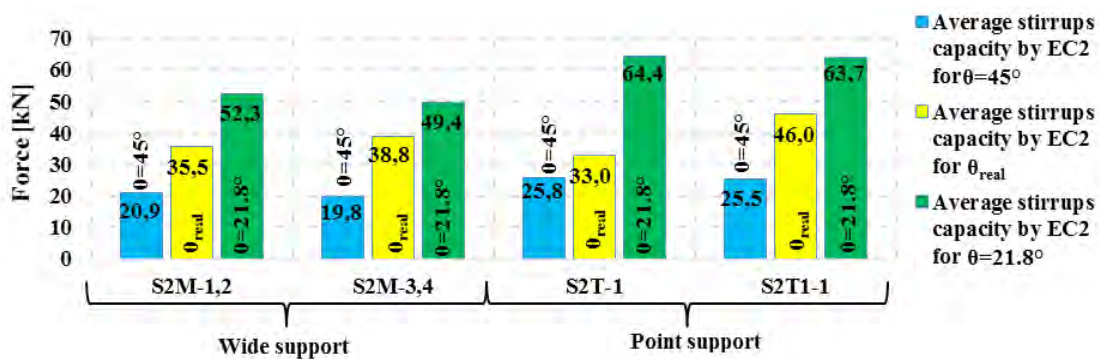


Fig. 7. Shear capacities according to considered angles of diagonal compressive concrete struts

Rys. 7. Zestawienie nośności strzemion w zależności od przyjętego kąta nachylenia ściskanych krzyżulców betonowych

Figure 8 complies the calculations results. The average stirrups capacity described earlier, calculated based on experimental angle  $\theta$ , was compared to the average experimental force in the tension struts and to the average values of experimental angle of diagonal compressive concrete struts.

Based on these results, it can be concluded that the angle of diagonal concrete struts decreases and the

Na rysunku 8 przedstawiono, w postaci wykresów słupkowych, zestawienie wyników przeprowadzonych obliczeń. zilustrowano opisaną wcześniej średnią teoretyczną nośność strzemion otrzymaną na podstawie doświadczalnego kąta  $\theta$ , a także przedstawiono średnie wartości sił w krzyżulcach rozciąganych oraz średnie wartości doświadczalne kąta nachylenia ściskanych krzyżulców betonowych.

actual shear capacity of the elements decreases with the reduction of the support width. This happens in contrast to the theoretical load which increases with the decreasing  $\theta$  angle. This situation occurs also regardless of the cross-sectional shape and is linked only to the support width of the tested beams.

Na podstawie przedstawionych wyników można stwierdzić, że wraz ze zmniejszeniem szerokości podparcia maleje kąt nachylenia krzyżulców betonowych, a wraz z nim nośność rzeczywista elementów, przeciwnie do nośności teoretycznej, której wartości rosną wraz ze wzrostem kąta  $\theta$ . Sytuacja ta zachodzi niezależnie od kształtu przekroju i związana jest jedynie z zastosowanym podparciem badanych elementów.

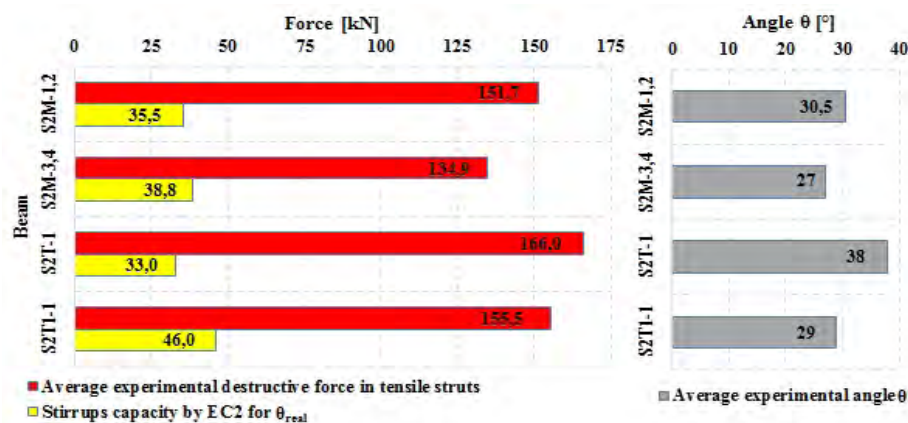


Fig. 8. Calculation results

Rys. 8. Zestawienie uzyskanych wyników

## 7. Summary

On the basis of the comparative analysis of the theoretical and experimental results it can be stated that:

1. There is a relationship between the support width and the inclination angle  $\theta$  of diagonal compressive struts, the angle increases with the support width.
2. Support width effect on the shear capacity of reinforced concrete beams is independent of the cross-sections of these elements.
3. The obtained real value of the angle  $\theta$  is in the range in EC2 [4].
4. The dependence of the  $\theta$  angle on the support width has a direct impact on the value of the calculated shear capacity of the support zone.
5. Capacity of the stirrups obtained taking into account the actual value of the angle  $\theta$  does not reflect the actual shear capacity.
6. It was demonstrated that even after the adoption of the angle  $\theta = 21,8^\circ$ , the design value of shear capacity  $V_{Rd,s}$  is much smaller than that obtained from the experimental studies.
7. There is a need to take into account in the calculation model the impact of the support width on the angle  $\theta$  variability so that theoretical shear capacity can reflect the actual shear resistance more faithfully.

## 7. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonej analizy porównawczej wyników teoretycznych, jak i doświadczalnych można stwierdzić, że:

1. Istnieje zależność pomiędzy szerokością podpory, a kątem nachylenia krzyżulców ściskanych  $\theta$ , który wraz ze wzrostem szerokości podpory rośnie.
2. Wpływ szerokości podparcia na nośności na ścinanie belek żelbetonowych był niezależny od przekrojów poprzecznych tych elementów.
3. Otrzymane rzeczywiste wartości kąta  $\theta$  mieszczą się w określonym przez EC2 przedziale [4].
4. Zależność kąta  $\theta$ , od szerokości podpory ma bezpośredni wpływ na otrzymywane wartości obliczeniowej nośności na ścinanie strefy przypodporowej.
5. Nośność strzemion otrzymywana z uwzględnieniem rzeczywistych wartości kąta  $\theta$  nie odzwierciedla rzeczywistej nośności na ścinanie.
6. Wykazano, że nawet po przyjęciu kąta  $\theta = 21,8^\circ$  obliczeniowa wartość nośności  $V_{Rd,s}$  jest znacznie mniejsza niż otrzymana nośność z badań doświadczalnych.
7. Istnieje potrzeba uwzględnienia w modelu obliczeniowym wpływu szerokości podparcia na zmianę kąta  $\theta$ , aby szacowana na jego podstawie nośność strzemion wierniej odzwierciedlała rzeczywistą nośność na ścinanie.

**References**

- [1] *Komentarz naukowy do PN-B-03264:2002 konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Tom I*, ITB, Warszawa 2003, T. Godycki-Ćwirko – Rozdział 9 – Ścinanie.
- [2] PN-B-03264:2002: *Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowe*, PKN, Warszawa 2002.
- [3] Adjukiewicz A., *Pre-norma konstrukcji betonowych. Tom II*, Polski Cement Sp. z o.o. 2014.
- [4] PN-EN 1992-1-1 2008 – *Projektowanie konstrukcji z betonu. Reguły ogólne i reguły dla budynków*.
- [5] Bacharz K., Goszczyńska B., *Wpływ długości zakotwienia zbrojenia głównego na nośność strefy przypodporowej belek żelbetowych*, *Konstrukcje betonowe i metalowe*, Wydawnictwa Uczelniane Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego w Bydgoszczy, Bydgoszcz 2015.
- [6] Wesołowski M., *Problem projektowania strefy przypodporowej belek żelbetowych w aspekcie normy europejskiej i polskiej*, Gdańsk 1999.
- [7] Sekcja Konstrukcji Betonowych KILiW PAN, *Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych według Eurokodu 2*, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2006.
- [8] Knauff M., *Wpływ siły poprzecznej na zbrojenie podłużne belek żelbetowych – uwagi o zasadach konstruowania*, *Inżynieria i Budownictwo*, Vol. 10/2004, pp. 549-552.
- [9] Serna-Ros P., Fernandez-Prada M.A., Miguel-Sosa P., Debb O.A.R., *Influence of stirrup distribution and support width on the shear strength of reinforced concrete wide beams*, *Magazine of Concrete Research*, Volume 54, Number 3, June 2002, pp. 181-191.
- [10] Godycki-Ćwirko T.: *Ścinanie w żelbecie*, Wydawnictwo Arkady, Warszawa 1968.
- [11] Goszczyńska B., Świt G., Trąmpczyński W., Krampikowska A., Tworzewska J., Tworzewski P.: *Experimental validation of concrete crack initiation and location with acoustic emission method*, *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, vol. 12, No 1, pp. 23-28, 2012.