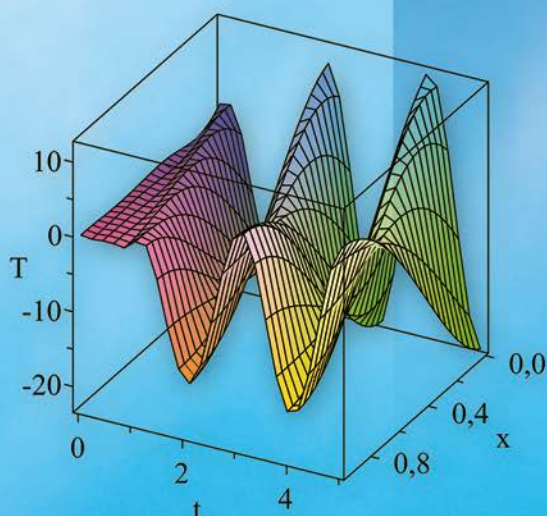


MONOGRAFIE, STUDIA, ROZPRAWY

M104

Artur Maciąg

**BEZSIATKOWA METODA FUNKCJI TREFFTZA
W ROZWIĄZYWANIU RÓŻNYCH ZAGADNIEŃ MECHANIKI
OPISYWANYCH RÓWNANIAMI RÓŻNICZKOWYMI
CZĄSTKOWYMI**



Politechnika Świętokrzyska

Kielce 2018

MONOGRAFIE, STUDIA, ROZPRAWY

M104

Artur Maciąg

**BEZSIATKOWA METODA FUNKCJI TREFFTZA
W ROZWIĄZYWANIU RÓŻNYCH ZAGADNIEŃ MECHANIKI
OPISYWANYCH RÓWNANIAMI RÓŻNICZKOWYMI
CZĄSTKOWYMI**

Kielce 2018

MONOGRAFIE, STUDIA, ROZPRAWY NR M104

Redaktor Naukowy serii

NAUKI TECHNICZNE – MECHANIKA

prof. dr hab. inż. Zbigniew KORUBA

Recenzenci

prof. dr hab. inż. Michał CIAŁKOWSKI

prof. dr hab. inż. Dawid TALER

dr hab. inż. Janusz ZMYWACZYK, prof. WAT

Redakcja

Irena PRZEORSKA-IMIOŁEK

Projekt okładki

Tadeusz UBERMAN

© Copyright by Politechnika Świętokrzyska, Kielce 2018

Wszelkie prawa zastrzeżone. Żadna część tej pracy nie może być powielana czy rozpowszechniana w jakiegokolwiek formie, w jakikolwiek sposób: elektroniczny bądź mechaniczny, włącznie z fotokopiowaniem, nagrywaniem na taśmy lub przy użyciu innych systemów, bez pisemnej zgody wydawcy.

PL ISSN 1897-2691

PL ISBN 978-83-65719-37-9

Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej
25-314 Kielce, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7
tel./fax 41 34 24 581
e-mail: wydawca@tu.kielce.pl
www.wydawnictwo.tu.kielce.pl

1. WSTĘP	5
2. WPROWADZENIE DO METODY FUNKCJI TREFFTZA	8
2.1. Opis metody T-funkcji	8
2.2. Podział metod rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych	9
2.3. Zagadnienia dobrze i źle postawione w sensie Hadamarda	11
2.4. Zagadnienia odwrotne	12
2.5. Metody bezsiatkowe	14
2.6. Rozwój metody T-funkcji	18
Bibliografia	22
3. ODWROTNE ZAGADNIENIA WSPÓŁCZYNNIKOWE	29
3.1. Współczynnik przejmowania ciepła	32
3.1.1. Jednowymiarowy model w układzie kartezjańskim	32
3.1.2. Trójwymiarowy model w układzie cylindrycznym	35
3.2. Identyfikacja współczynnika przewodzenia ciepła – nieliniowe zagadnienie odwrotne	45
3.2.1. Metoda perturbacji homotopii	45
3.2.2. Metoda wyznaczania liniowej zależności współczynnika przewodzenia ciepła od temperatury	47
Bibliografia	53
4. PRZEPIY W CIEPŁA W TKANKACH	59
4.1. Model Pennesa	61
4.2. Model Cattaneo-Vernotte'a (SPL model) z perfuzją	62
4.3. Funkcje Trefftza dla modelu Pennesa	63
4.4. Funkcje Trefftza dla modelu SPL	65
4.5. Przykłady numeryczne	67
4.5.1. Bezpośrednie zagadnienia brzegowe	67
4.5.2. Odwrotne zagadnienia brzegowe	75
4.6. Model SPL w sferycznym układzie współrzędnych – przepływ ciepła w dwóch warstwach	81
Bibliografia	87

5. PIEZOELEKTRYCZNOŚĆ	90
5.1. Rys historyczny	90
5.2. Równania piezoelektryczności	93
5.3. Metoda rozwiązania	95
5.4. Przykłady	100
5.5. Dodatek	109
Bibliografia	110
6. ZAGADNIENIA NIELINIOWE	114
6.1. Nieliniowy, stacjonarny przepływ ciepła – wykorzystanie przekształcenia Kirchhoffa	117
6.2. Nieliniowy, stacjonarny przepływ ciepła – wykorzystanie iteracji Picarda	124
6.3. Nieliniowy, niestacjonarny przepływ ciepła – wykorzystanie przekształcenia Kirchhoffa	131
6.4. Identyfikacja niejednorodności równania nieliniowego	134
6.5. Układ równań Burgersa	140
Bibliografia	136
7. UWAGI KOŃCOWE	151
Streszczenie	152
Summary	153

**BEZSIATKOWA METODA FUNKCJI TREFFTZA
W ROZWIĄZYWANIU RÓŻNYCH ZAGADNIENÍ MECHANIKI
OPISYWANYCH RÓWNANIAMÍ RÓŻNICZKOWYMI CZĄSTKOWYMI**

Monografia poświęcona jest zastosowaniom funkcji Trefftza do rozwiązywania wybranych zagadnień mechaniki opisywanymi równaniami różniczkowymi częstokowymi. Klasa problemów prezentowanych w pracy jest szeroka i zawiera w szczególności różne typy zagadnień odwrotnych. Przykładem tych ostatnich są odwrotne zagadnienia współczynnیکowe. Przedstawiono metody określania współczynnika przyjmowania ciepła oraz współczynnika przewodzenia ciepła. Inną klasę problemów stanowią zagadnienia odwrotne brzegowe, w których identyfikowany jest warunek brzegowy oraz zagadnienia identyfikacji źródła. Pokazano rozwiązanie wielu takich problemów. Dla większości równań rozważanych w monografii wyznaczono funkcje Trefftza. Jest tak w szczególności dla równań opisujących przepływ ciepła w tkankach organizmów. Analizowano dwa modele: model Pennesa, uwzględniający biologiczne własności tkanek, oraz model SPL (Single-Phase Lag), w którym zakłada się skończoną prędkość rozchodzenia się ciepła. W pracy przedstawiono sposób rozwiązywania zagadnień płaskiej piezoelektryczności zarówno w przypadku statycznym, jak i dynamicznym. Elementem łączącym wszystkie rozdziały są funkcje Trefftza, które w sposób ścisły spełniają liniowe równanie różniczkowe rządzące procesem rzeczywistym. Liniowość równań stanowiła dotychczas poważne ograniczenie w stosowalności metody T-funkcji. W opracowaniu pokazano, jak można wykorzystywać funkcje Trefftza do rozwiązywania zagadnień nieliniowych, w tym opisywanych układami takich równań. Zaletą pracy jest również obszerna bibliografia. Metody prezentowane w monografii znaleźć mogą zastosowanie w praktyce inżynierskiej oraz stanowią podstawę do dalszych badań w zakresie metod rozwiązywania równań różniczkowych.

MESHLESS TREFFTZ FUNCTIONS METHOD IN SOLVING VARIOUS PROBLEMS OF MECHANICS DESCRIBED BY PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

The monograph is devoted to the application of the Trefftz function to solve selected problems of mechanics, described by partial differential equations. The class of problems presented in the monograph is wide and contains in particular different types of inverse problems. An example of the latter are inverse coefficients problems. The paper presents the methods for determining the heat transfer coefficient and the thermal conductivity. Another class of problems are boundary inverse problems, in which the boundary condition is identified and source identification problems. A solution of many such problems is presented. For most of the equations considered in the monograph, Trefftz functions were determined. In particular for equations describing the heat flow in the tissues of organisms. Two models were analyzed here: the Pennes' model, taking into account the biological properties of tissues and the SPL (Single-Phase Lag) model, in which the finite speed of heat propagation is assumed. The paper presents a method of solving the problems of flat piezoelectricity, both in static and dynamic case. The element linking all chapters are the Trefftz functions, which exactly fulfill the linear differential equation governing the real process. The linearity of the equations has until now been a serious limitation in the applicability of the T-function method. The work shows how to use Trefftz functions to solve non-linear problems, including those described by the systems of equations. An extensive bibliography is also an advantage of the study. The methods presented in the monograph can be used in engineering practice and form the basis for further research in the field of methods for solving differential equations.