MONOGRAFIE, STUDIA, ROZPRAWY

Zbigniew Dziopa

MODELOWANIE I BADANIE DYNAMICZNYCH WŁAŚCIWOŚCI Samobieżnych przeciwlotniczych Zestawów rakietowych

PL ISSN 1897-2691

POLITECHNIKA ŚWIĘTOKRZYSKA KIELCE 2008

 \oplus



cmyk

 \oplus

 \oplus

<mark>cmy</mark>k

MONOGRAFIE, STUDIA, ROZPRAWY



Zbigniew Dziopa

MODELOWANIE I BADANIE DYNAMICZNYCH WŁAŚCIWOŚCI SAMOBIEŻNYCH PRZECIWLOTNICZYCH ZESTAWÓW RAKIETOWYCH



Kielce 2008

MONOGRAFIE, STUDIA, ROZPRAWY NR M9

Redaktor Naukowy serii NAUKI TECHNICZNE - MECHANIKA Prof. dr hab. Andrzej RADOWICZ

Recenzenci

Prof. dr hab. inż. Józef GACEK Prof. dr hab. inż. Zbigniew ENGEL

Niniejsza publikacja zostanie przedstawiona jako rozprawa habilitacyjna

© Copyright by Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2008

Wszelkie prawa zastrzeżone. Żadna część tej pracy nie może być powielana czy rozpowszechniana w jakiejkolwiek formie, w jakikolwiek sposób: elektroniczny bądź mechaniczny, włącznie z fotokopiowaniem, nagrywaniem na taśmy lub przy użyciu innych systemów, bez pisemnej zgody wydawcy.

PL ISSN 1897-2691



25-314 Kielce, Al. 1000-lecia Państwa Polskiego 7, tel. (0-41) 34 24 581 www.lib.tu.kielce.pl/wydawnictwo; e-mail: wydawca@tu.kielce.pl

SPIS TREŚCI

| Wykaz najważniejszych oznaczeń | | | |
|-----------------------------------------------------------------------------|----|--|--|
| 1. Wprowadzenie | | | |
| 1.1. Obiekt badań | 9 | | |
| 1.2. Cel i zakres pracy | 17 | | |
| 1.3. Przegląd literatury | 21 | | |
| | | | |
| 2. Metoda formułowania przestrzennego modelu samobieżnego przeciwlotniczego | | | |
| zestawu rakietowego | 27 | | |
| 2.1. Model fizyczny zestawu przeciwlotniczego wraz z układami odniesienia | 28 | | |
| 2.2. Model matematyczny zestawu przeciwlotniczego | 32 | | |
| 2.2.1. Położenie brył i punktów materialnych oraz odkształcenie elementów | | | |
| podatnych | 33 | | |
| 2.2.2. Prędkość brył i punktów materialnych oraz prędkość odkształcenia | | | |
| elementów podatnych | 36 | | |
| 2.2.3. Energia kinetyczna | 39 | | |
| 2.2.4. Energia potencjalna sprężystości i dyssypatywna funkcja Rayleigha | 40 | | |
| 2.2.5. Energia potencjalna jednorodnego pola sił grawitacyjnych | 41 | | |
| 2.2.6. Siły niepotencjalne | 43 | | |
| 2.3. Podsumowanie | 44 | | |
| | | | |
| 3. Model fizyczny samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego | 45 | | |
| 3.1. Model fizyczny pojazdu samochodowego | 46 | | |
| 3.2. Model fizyczny człowieka | 51 | | |
| 3.2.1. Model fizyczny operatora | 52 | | |
| 3.2.2. Model fizyczny kierowcy | 55 | | |
| 3.3. Model fizyczny wyrzutni | 57 | | |
| 3.3.1. Układ prowadnica-rakieta | 61 | | |
| 3.4. Model fizyczny pocisku rakietowego | 64 | | |
| 3.5. Model fizyczny układu giroskopowego | 68 | | |
| 3.6. Model celu | 73 | | |
| 3.7. Podsumowanie | 73 | | |
| | | | |
| 4. Model matematyczny samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego | 77 | | |
| 4.1. Równania ruchu pojazdu samochodowego | 78 | | |
| 4.1.1. Wymuszenie pochodzące od nawierzchni drogi | 80 | | |

| 4 | Modelowanie i badanie dynamicznych właściwości samobieżnych przeciwlotniczych zestawów rakietowych |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | |

| | 4.2. Równania ruchu człowieka | 86 | | | | |
|-----------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|-----|--|--|--|--|
| | 4.3. Równania ruchu wyrzutni | | | | | |
| 4.4. Równania ruchu pocisku rakietowego | | | | | | |
| | 4.4.1. Zależności kinematyczne | 99 | | | | |
| | 4.5. Równania ruchu układu giroskopowego | 100 | | | | |
| | 4.5.1. Układ sterowania | 103 | | | | |
| | 4.5.2. Równania więzów kinematycznych | 103 | | | | |
| | 4.5.3. Zależności kinematyczne | 103 | | | | |
| | 4.6. Równania ruchu celu | 105 | | | | |
| | 4.7. Równania równowagi | 106 | | | | |
| | 4.8. Podsumowanie | 109 | | | | |
| 5 | Symulacia numeryczna ruchu samobieżnego | | | | | |
| •. | przeciwlotniczego zestawu rakietowego | 112 | | | | |
| | 5.1 Drgania pojazdu samochodowego | 115 | | | | |
| | 5.2. Wpływ oddziaływań na człowieka | 123 | | | | |
| | 5.3. Drganja wyrzutni | 127 | | | | |
| | 5.4. Ruch rakiet na wyrzutni | 133 | | | | |
| | 5.5. Sterowanie giroskopem | 137 | | | | |
| | 5.6. Ruch celu | 142 | | | | |
| | 5.7. Podsumowanie | 143 | | | | |
| 6. | Zastosowanie hybrydowego układu wibroizolacij do sterowania | | | | | |
| ۰. | drganiami wieży wyrzutni | 146 | | | | |
| | 61 Redukcia drgań wieży | 149 | | | | |
| | 6.2. Wpływ stabilizacji wieży na ruch rakiet na wyrzutni | 155 | | | | |
| | 6.3 Wpływ stabilizacji wieży na sterowanie giroskopem | 159 | | | | |
| | 6.4. Wpływ stabilizacji wieży na drgania człowieka | 163 | | | | |
| | 6.5. Podsumowanie | 168 | | | | |
| 7. | Podsumowanie | 170 | | | | |
| 8. | Dynamika samobieżnego przeciwlotniczego zestawu | | | | | |
| | rakietowego w płaszczyźnie pionowej | 173 | | | | |
| | 8.1. Model fizyczny zestawu przeciwlotniczego wraz z układami odniesienia | 174 | | | | |
| | 8.1.1. Model fizyczny pojazdu samochodowego | 174 | | | | |
| | 8.1.2. Model fizyczny operatora | 177 | | | | |
| | 8.1.3. Model fizyczny wyrzutni | 179 | | | | |
| | | | | | | |

| | 8.1.3.1. Układ prowadnica-rakieta o dwóch stopniach swobody | 182 |
|------|---------------------------------------------------------------------------|-----|
| | 8.1.3.2. Układ prowadnica-rakieta o trzech stopniach swobody | 186 |
| | 8.1.4. Model fizyczny pocisku rakietowego | 190 |
| | 8.1.5. Model fizyczny układu giroskopowego | 191 |
| | 8.1.6. Model celu | 194 |
| | 8.1.7. Podsumowanie | 195 |
| 8.2. | Model matematyczny zestawu przeciwlotniczego | 198 |
| | 8.2.1. Równania ruchu pojazdu samochodowego | 198 |
| | 8.2.1.1. Wymuszenie pochodzące od nawierzchni drogi | 200 |
| | 8.2.2. Równania ruchu operatora | 201 |
| | 8.2.3. Równania ruchu wyrzutni | 202 |
| | 8.2.4. Równania ruchu pocisku rakietowego | 206 |
| | 8.2.4.1. Pocisk rakietowy znajdujący się w górnej prowadnicy | 206 |
| | 8.2.4.2. Pocisk rakietowy znajdujący się w dolnej prowadnicy | 208 |
| | 8.2.5. Równania ruchu giroskopu | 210 |
| | 8.2.5.1. Układ sterowania | 212 |
| | 8.2.5.2. Równania więzów kinematycznych | 212 |
| | 8.2.5.3. Zależności kinematyczne | 212 |
| | 8.2.6. Równania ruchu celu | 214 |
| | 8.2.7. Równania równowagi | 215 |
| | 8.2.8. Podsumowanie | 216 |
| 8.3. | Symulacja numeryczna ruchu zestawu przeciwlotniczego | 217 |
| | 8.3.1. Start rakiet z pojazdu samochodowego pozostającego w spoczynku | 220 |
| | 8.3.1.1. Ruch rakiet na wyrzutni | 221 |
| | 8.3.1.2. Sterowanie giroskopem | 224 |
| | 8.3.1.2.1. Zmiana wartości współczynnika wzmocnienia | 226 |
| | 8.3.1.3. Drgania układu prowadnic | 228 |
| | 8.3.1.4. Drgania platformy | 231 |
| | 8.3.1.5. Drgania człowieka | 233 |
| | 8.3.1.6. Ruch celu | 235 |
| | 8.3.2. Start rakiet z pojazdu samochodowego realizującego ruch podstawowy | 236 |
| | 8.3.2.1. Wpływ charakterystyki drogi na ruch rakiet na wyrzutni | 238 |
| | 8.3.2.2. Wpływ charakterystyki drogi na sterowanie giroskopem | 243 |
| | 8.3.2.3. Wpływ charakterystyki drogi na drgania układu prowadnic | 246 |
| | 8.3.2.4. Wpływ charakterystyki drogi na drgania platformy | 249 |
| | 8.3.2.5. Wpływ charakterystyki drogi na drgania człowieka | 253 |
| | 8.3.3. Podsumowanie | 256 |
| 8.4. | Podsumowanie | 259 |
| | | |

| 9. Zakończenie 9.1. Wnioski ogólne | 261 261 |
|-----------------------------------------|------------|
| 9.2. Kierunki dalszych badań | 263 |
| Dodatek | 266 |
| Dodatek A. Wykaz szczegółowych oznaczeń | 266 |
| Dodatek B. Układy współrzędnych | 277 |
| PIŚMIENNICTWO | 299 |
| SUMMARY | 312 |

WYKAZ NAJWAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

Ze względu na wieloproblemowy charakter praca zawiera bardzo dużą liczbę oznaczeń. Poniżej podano tylko oznaczenia opisujące kluczowe pojęcia, funkcje i zmienne. Wykaz szczegółowych oznaczeń znajduje się w dodatku A. W pracy stosowany jest międzynarodowy układ jednostek SI.

| SPZR | — | samobieżny przeciwlotniczy zestaw rakietowy |
|---------------------------------------------|---|-----------------------------------------------------------------|
| LOC | — | linia obserwacji celu |
| т | — | masa |
| Î | _ | tensor momentu bezwładności |
| k | — | współczynnik sztywności |
| С | _ | współczynnik tłumienia wiskotycznego |
| λ,Ż | _ | odkształcenie i prędkość odkształcenia elementu podatnego |
| \vec{r} | — | wektor położenia |
| ε,δ | _ | kąty kierunkowe wektora położenia |
| \vec{V} | _ | wektor prędkości liniowej |
| γ, χ | _ | kąty kierunkowe wektora prędkości liniowej |
| ā | — | wektor przyspieszenia liniowego |
| \vec{g} | — | wektor przyspieszenia ziemskiego |
| S | _ | współrzędna naturalna (drogowa) |
| y, \dot{y}, \ddot{y} | _ | przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie liniowe (pionowe) |
| $\xi_{pi}, \dot{\xi}_{pi}, \ddot{\xi}_{pi}$ | _ | przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie liniowe rakiety w ru- |
| | | chu wzdłuż prowadnicy |
| ψ, ϑ, φ | — | kąty Bryanta (kąty lotnicze, kąty okrętowe) |
| $\vec{\omega}$ | _ | wektor prędkości kątowej |
| $\vec{\varepsilon}$ | — | wektor przyspieszenia kątowego |
| l,d,h,x | - | zależności geometryczne określające wymiary lub położenie |
| | | obiektów SPZR |
| \vec{P} | _ | wektor siły |
| \vec{M} | _ | wektor momentu siły |
| ñ | — | wektor przeciążenia |
| t | — | czas |
| Т | _ | energia kinetyczna |
| U | — | energia potencjalna |
| R_d | - | dyssypatywna funkcja Rayleigha |
| $S(\omega)$ | - | widmowa gęstość mocy |
| σ | _ | odchylenie standardowe |

Opracowaniem tym składam podziękowanie mojemu Nauczycielowi Panu Profesorowi Janowi Wojciechowi Osieckiemu za wprowadzenie w arkana nauki

Autor

1 WPROWADZENIE

1.1. Obiekt badań

Obiektem badań jest samobieżny przeciwlotniczy zestaw rakietowy. Obecnie na wyposażeniu wojska istnieje duża różnorodność rozwiązań konstrukcyjnych takich zestawów. Przeprowadzenie niezależnej analizy teoretycznej dla każdego z nich wymaga opracowania wielu modeli. W monografii na przykładzie konkretnej klasy zestawu omówione zostaną podstawy teoretyczne skutecznego działania SPZR. Dzięki koncentracji rozważań na wybranej klasie zestawu można dokonać precyzyjnego studium dynamiki. Dokonując wyboru zestawu do analizy starano się uwzględnić możliwość uogólnienia uzyskanych wniosków na szerokie spektrum istniejących rozwiązań konstrukcyjnych SPZR. Rozważania dotyczą konkretnej struktury układu, którą starano się sformułować na tyle ogólnie, aby pozwalała na generalizację rozpatrywanych zagadnień.

Wybrany do analizy zestaw składa się z wyrzutni rakiet bliskiego zasięgu zainstalowanej na pojeździe samochodowym. W rakietach zaimplementowany jest system sterowania zapewniający samonaprowadzanie na cel metodą pasywną. Wyrzutnia to układ składający się z cokołu i z wieży, na której zamontowane są cztery prowadnice rurowe. Wewnątrz każdej prowadnicy umieszczony jest pocisk rakietowy. Zestaw obsługiwany jest przez dwóch ludzi, kierowcę i operatora. Kierowca prowadzi pojazd tak, aby ułatwić pracę operatorowi i zapewnić skuteczność działania zestawu. Operator lokalizuje cel i decyduje ile i które rakiety zostaną wystrzelone, a następnie tak przemieszcza platformę i prowadnice wyrzutni, aby przechwycić manewrujący obiekt ataku. Po jego przechwyceniu aktywowany jest układ śledzenia. W trakcie śledzenia odbywa się automatyczna identyfikacja nadlatującego celu. Zadaniem identyfikacji jest określenie, czy przechwycony obiekt to nieprzyjaciel. W przypadku pozytywnej odpowiedzi następuje przygotowanie pocisku do wystrzelenia. Aktywowane jest pokładowe źródło zasilania, schładzany detektor

i uruchamiany silnik startowy. Pod wpływem impulsu elektrycznego rozpoczyna pracę prochowy akumulator ciśnienia, który gazami prochowymi zasila turbogenerator i układ sterujący. Operator zobowiązany jest do odpalenia, w momencie spełnienia zadanego kryterium, wybranych rakiet. Warunkiem wystrzelenia rakiety jest zachowanie przez zestaw odpowiedniej prędkości kątowej linii obserwacji celu. Przyrządy nawigacyjne obsługiwane przez operatora sprzeżone sa z koordynatorem znajdującym sie na pokładzie pocisku rakietowego. W układzie koordynatora rakiety występuje człon sterujący. Zastosowane sterowanie ma zapewnić śledzenie przez oś koordynatora kierunku związanego z linią obserwacji celu. Obiektem sterowanym jest mechaniczna część koordynatora. Istotnym elementem członu mechanicznego jest układ giroskopowy. W chwili realizacji decyzji operatora o wystrzeleniu pocisku uruchomiony zostaje jego silnik startowy. Silnik ten rozpedza pocisk wzdłuż prowadnicy wyrzutni nadając mu jednocześnie ruch obrotowy wokół osi podłużnej. Po wykonaniu zadania silnik startowy odłączany jest od korpusu rakiety i pozostaje na wyrzutni. Pocisk styka się z prowadnicą wyrzutni za pośrednictwem dwóch pierścieni prowadzących. W trakcie ruchu rakiety wzdłuż prowadnicy liczba pierścieni stykających się z wyrzutnią redukowana jest do jednego. W chwili opuszczenia wyrzutni przez pocisk układ ulega naturalnej degeneracji tzn. ulega podziałowi na dwa niezależne obiekty w postaci rakiety i zestawu przeciwlotniczego. Pocisk po opuszczeniu wyrzutni porusza się w kierunku manewrującego celu, a operator przygotowuje zestaw do wystrzelenia następnej rakiety.

Wystrzelony pocisk porusza się lotem balistycznym obracając się wokół osi podłużnej. Samonaprowadzanie odbywa się w dwóch pętlach sprzężenia zwrotnego. Koordynator przeprowadza lokację celu i na tej podstawie generuje sygnał sterujący zmianą kierunku osi giroskopu. Przekazuje również sygnał do autopilota w celu zmiany orientacji przestrzennej rakiety. Autopilot przetwarza sygnał otrzymany od koordynatora na odpowiednią zmianę położenia pary sterów aerodynamicznych. Po niewielkim oddaleniu się pocisku od zestawu uruchamiany jest silnik rakietowy o startowym ciagu. Jednocześnie rakieta wykonuje manewr początkowy aktywując gazodynamiczny silnik sterujący. Zgodnie z zaimplementowanym algorytmem sterowania pocisk wypracowuje odpowiedni kat wyprzedzenia. Efektywność manewru wzrasta ze względu na zastosowanie sterowania hybrydowego aerogazodynamicznego. Ma to szczególne znaczenie w przypadku pocisków bliskiego zasięgu, które często w bardzo krótkim okresie czasu muszą wypracować właściwą trajektorie lotu. Po zakończeniu działania silnika gazodynamicznego rakieta sterowana jest wyłącznie aerodynamicznie, a ciąg silnika rakietowego redukowany jest do wartości marszowej. W chwili zbliżenia się pocisku do obiektu ataku na odległość po przekroczeniu której lokacja celu jest niemożliwa lub jej błędy sa zbyt duże układ samonaprowadzania zawiesza działanie aktualnego algorytmu sterowania, a aktywuje algorytm zapewniający trafienie w najsłabiej chronione miejsce atakowanego obiektu. Rakieta kontynuuje lot w kierunku przewidywanego miejsca

spotkania z celem. W momencie osiągnięciu obiektu ataku uruchomiona zostaje głowica bojowa i następuje detonacja materiału wybuchowego.

Po opuszczeniu wyrzutni przez pierwszy pocisk operator powinien możliwie szybko podjąć decyzję o wystrzeleniu następnej rakiety. Start w krótkim odstępie czasu przynajmniej dwóch pocisków wynika z doświadczenia wyniesionego z realnego użytkowania rakiet omawianej klasy w warunkach bojowych. Z informacji dotyczących wykorzystania omawianych rakiet na polu walki wynika, że co drugi pocisk trafia w cel. W związku z tym, aby zwiększyć skuteczność zestawu należy wystrzelić co najmniej dwie rakiety.

Strzelanie do celu może odbywać się ze stojącego pojazdu lub poruszającego się po różnym terenie. W pierwszym przypadku przyczyną zaburzeń generowanych w układzie jest start pocisku z wyrzutni, natomiast w drugim przypadku na układ działa dodatkowo wymuszenie wynikające z warunków panujących na drodze. Możliwość wystrzelenia pocisku nie tylko podczas postoju, ale również w czasie jazdy pozwala na obronę przeciwlotniczą w przypadku zaskoczenia przez przeciw-nika jednostki wojskowej znajdującej się w ruchu.

Generalnie można wyodrębnić trzy etapy działania przeciwlotniczego zestawu rakietowego, a mianowicie:

Etap 1. Faza przedstartowa.

- 1.1. Wykrycie i przechwycenie celu.
- 1.2. Śledzenie i identyfikacja celu.
- Etap 2. Start pocisku rakietowego.
 - 2.1. Uruchomienie silnika startowego.
 - 2.2. Przedni pierścień prowadzący opuszcza prowadnicę wyrzutni.
 - 2.3. Silnik startowy kończy pracę i zostaje odłączony od korpusu pocisku.
 - 2.4. Rakieta opuszcza prowadnicę wyrzutni.
- Etap 3. Lot pocisku rakietowego.
 - 3.1. Lot balistyczny.
 - 3.2. Manewr początkowy.
 - Praca gazodynamicznego silnika sterującego.
 - Uruchomienie silnika rakietowego o startowym ciągu.
 - 3.3. Naprowadzanie ustalone.
 - Uruchomienie silnika rakietowego o marszowym ciągu.
 - 3.4. Manewr końcowy.

Etap pierwszy realizowany jest od momentu wykrycia celu przez operatora zestawu do chwili uruchomienia silnika startowego. Na tym etapie rozpoczyna się proces śledzenia celu przez rakietę. Etap drugi realizowany jest od momentu uruchomienia silnika startowego do chwili opuszczenia wyrzutni przez pocisk. Rakieta w trakcie trwania tego etapu w dalszym ciągu śledzi cel. Etap trzeci realizowany jest od momentu opuszczenia wyrzutni przez pocisk rakietowy do chwili zadziałania głowicy bojowej. Aktywacja głowicy bojowej odbywa się w przypadku osiągnięcia celu lub samolikwidacji pocisku. W trakcie trwania tego etapu układ samonaprowadzania generuje sygnał sterujący, który kształtowany jest przez trzy różne algorytmy. Pierwszy algorytm sterowania zapewnia wykonanie manewru początkowego, którego zadaniem jest wypracowanie odpowiedniego kąta wyprzedzenia. Drugi algorytm zapewnia realizację naprowadzania ustalonego, którego zadaniem jest utrzymanie trajektorii zbliżonej do linii prostej. W przypadku kiedy wymagana jest znacząca modyfikacja trajektorii algorytm ten również powinien to umożliwić. Trzeci algorytm zapewnia wykonanie manewru końcowego, którego zadaniem jest przesunięcie punktu spotkania z celem.

Przedstawione etapy działania przeciwlotniczego zestawu rakietowego obejmują zjawiska, które wymagają wszechstronnych badań. Opracowania dotyczące dynamiki samobieżnego przeciwlotniczego zestawu z rakietami bliskiego zasięgu samonaprowadzającymi się na cel jeżeli istnieją to są oficjalnie niedostępne i stanowią pilnie strzeżoną tajemnicę. Publikacje powszechnie znane są jedynie źródłem informacji popularnonaukowych lub dotyczą innej klasy pocisków. W niniejszej monografii autor skoncentruje się na omówieniu procesów począwszy od momentu aktywacji śledzenia celu przez każdy z pocisków rakietowych. Przedstawione zostaną badania mające na celu stwierdzenie, które zjawiska i w jakim stopniu mogą mieć wpływ na skuteczność działania zestawu. Pominięte zostaną procesy związane z wykryciem, przechwyceniem i identyfikacją celu.

Samobieżny zestaw rakietowy zapewnia obronę przeciwlotniczą jednostkom wojskowym zwiększając jednocześnie ich mobilność. Szybka zmiana aktualnego położenia jest nieodzownym czynnikiem strategii obowiązującej na współczesnym polu walki. Szczególnie istotne jest to dla oddziałów szybkiego reagowania, które otrzymują dla własnych działań wsparcie przeciwlotnicze. Niewielkie gabaryty zestawu umożliwiają transport środkami lotniczymi i zrzut w rejon docelowy. Obecnie coraz więcej krajów wyposaża swoje armie w zestawy samobieżne. Przy-kłady istniejących konstrukcji i projektowanie nowych zestawów świadczy o wzrastającej potrzebie wykorzystania tego typu zestawów na polu walki.

Rozważany układ generalnie składa się z pięciu obiektów, które mogą mieć wpływ na skuteczność działania zestawu. Do tych obiektów zalicza się:

- 1) pojazd samochodowy,
- 2) operatora i kierowcę siedzących na fotelach,
- 3) wyrzutnię,
- 4) cztery pociski rakietowe,
- 5) cel.

Każdy z wymienionych obiektów w procesie modelowania uznany jest za hipotetyczny, tzn. układ poddany badaniom jest wynikiem przetworzenia dostępnych informacji na temat rzeczywistych konstrukcji. Pewnym przybliżeniem uzyskanego w ten sposób układu jest mały samochód terenowy, na którym posadowiona jest wyrzutnia pocisków rakietowych bliskiego zasięgu. Program komputerowy realizujący symulację działania zestawu przeciwlotniczego został zredagowany przez autora w systemie Borland C++. Zaletą napisanego programu jest możliwość zmiany przyjętych parametrów w zakresie opracowanej struktury.

Pierwszy z obiektów to nośnik będący pojazdem samochodowym. Przyjęto, że jest to hipotetyczny pojazd samochodowy o parametrach zbliżonych do małego samochodu terenowego. Podstawowymi elementami tego pojazdu są:

- 1. Podwozie.
 - 1.1. Układ napędowy.
 - 1.2. Układ jezdny.
 - 1.3. Układ kierowniczy.
 - 1.4. Układ hamulcowy.
- 2. Nadwozie.
- 3. Silnik.
- 4. Układy elektryczne.

Układ napędowy składa się ze sprzęgła, skrzyni biegów, skrzyni rozdzielczej, wału napędowego z przegubami i mostów napędowych. Układ jezdny składa się z niezależnego zawieszenia przedniego, zależnego zawieszenia tylnego i kół z ogumieniem. Układ kierowniczy składa się z mechanizmu kierowniczego i zwrotniczego. Układ hamulcowy składa się z układu uruchamiającego hamulce i z mechanizmów hamulcowych. Na nadwoziu posadowiona jest wyrzutnia i dwa fotele, na których siedzi kierowca i operator zestawu przeciwlotniczego. Silnik spalinowy stanowi jednostkę napędową pojazdu. Do układów elektrycznych zalicza się urzadzenia elektryczne i instalację elektryczną. Rzeczywisty pojazd złożony jest z wielu powiązanych ze sobą układów, które mogą wpływać na drgania generowane w zestawie. Pojazd w trakcie realizacji strzelania może pozostawać w spoczynku lub poruszać się pokonując nierówności terenu. Podstawowym wymogiem stawianym pojazdowi jest zapewnienie komfortu pracy dla operatora oraz startujacej rakiety. Nie wszystkie z wymienionych elementów składających się na pojazd samochodowy zostały uwzględnione w opracowanym modelu zestawu przeciwlotniczego. Ostatecznie przyjęty model fizyczny pojazdu samochodowego w przestrzeni przedstawiony jest w rozdziale 3.

Drugi z obiektów to człowiek, a właściwie dwóch ludzi spełniających funkcję kierowcy i operatora zestawu. Człowiek jako istota stanowiąca materię ożywioną składa się między innymi z następujących układów:

- 1) układ kostno-mięśniowy,
- 2) układ nerwowy,
- 3) układ pokarmowy,
- 4) układ krążenia,
- 5) układ oddechowy.

Człowiek to niewątpliwie skomplikowany układ biomechaniczny stanowiący do dnia dzisiejszego nie do końca zgłębioną zagadkę. Operator zestawu rakietowego

to nie tylko ciało, ale również jego stan psycho-fizyczny, który decyduje o percepcji środowiska i reakcji na bodźce o różnej naturze. Od człowieka wymaga się, aby wypracował dla obsługiwanego przez siebie zestawu możliwie najkorzystniejsze warunki wystrzelenia rakiety. Operator i kierowca zostaną przedstawieni jako modele antropodynamiczne, które zalicza się do układów mechanicznych. Ostatecznie przyjęty model fizyczny człowieka przedstawiony jest w rozdziale 3.

Trzeci z obiektów to wyrzutnia, z której startują rakiety przeciwlotnicze. Przyjęto, że jest to hipotetyczna wyrzutnia o parametrach zbliżonych do wyrzutni pocisków klasy Igła. Podstawowymi elementami tej wyrzutni to:

- 1. Cokół.
- 2. Wieża.
 - 2.1. Platforma.
 - 2.2. Układ czterech prowadnic.
- 3. Układ sterowania platformą i układem prowadnic.
- 4. Mechanizm startowy.
- 5. Źródło zasilania.

Cokół posadowiony jest na pojeździe samochodowym i stanowi ogniwo pośrednie między pojazdem a wieżą. Wieża umieszczona jest na cokole i składa się z dwóch obiektów platformy oraz układu czterech prowadnic. Prowadnica rurowa ma wewnątrz kształt tworzącej walca. Pierścienie prowadzące pocisku umieszczonego wewnątrz prowadnicy stykają się z jej wewnętrzną ścianą. Proces przechwytywania celu realizowany jest przez operatora obsługującego przyrządy nawigacyjne. W procesie tym odbywa się sterowanie położeniem wieży w przestrzeni. Układ sterowania ruchem platformy i układu prowadnic to zespół urządzeń zapewniających ich obrót w dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach o kąty wymagane do przechwycenia celu. Przebieg zmienności w czasie tych kątów wypracowany jest przez układ przechwytujący cel. Wyrzutnia zainstalowana jest na pojeździe samochodowym i stanowi ogniwo pośrednie między pojazdem a rakieta. Przez cały czas ruchu pocisku wzdłuż prowadnicy rakieta ma z wieżą bezpośredni kontakt. W związku z tym od wyrzutni wymaga się, aby możliwie najkorzystniej izolowała rakietę od niepożądanych drgań pojazdu oraz zapewniła warunki prawidłowej lokacji celu przez pocisk. Ostatecznie przyjęty model fizyczny wyrzutni w przestrzeni przedstawiony jest w rozdziale 3.

Czwarty z obiektów to przeciwlotniczy pocisk rakietowy bliskiego zasięgu samonaprowadzający się na cel i obracający się wokół osi podłużnej. Przyjęto, że jest to hipotetyczny pocisk rakietowy o parametrach zbliżonych do pocisków klasy Igła. Podstawowymi elementami tego pocisku to:

- 1) głowica samonaprowadzająca,
- 2) głowica bojowa,
- 3) silnik rakietowy,
- 4) silnik startowy,

5) pierścienie prowadzące,

6) powierzchnie nośne.

Głowica samonaprowadzająca jest optyczna, pasywna, śledząca. Składa się ona z koordynatora i autopilota. Koordynator zbudowany jest z giroskopu swobodnego, obiektywu, rastra, detektora promieniowania podczerwonego, układu elektronicznego i układu korekcji giroskopu. Autopilot składa się z układu elektronicznego, układu sterującego, czujnika predkości katowych, turbogeneratora i prochowego akumulatora ciśnienia. Głowica bojowa zaopatrzona jest w ładunek wybuchowy i zapalnik z czujnikiem uderzeniowym oraz mechanizmem samolikwidacji. Silnik rakietowy wyposażony jest w paliwo stałe, zapłonnik i dyszę. Silnik startowy dysponuje paliwem stałym, zapłonnikiem i zespołem dysz. Pierścienie prowadzące są rodzajem pierścieniowych wypustów na korpusie pocisku. Stykają się one z wewnętrzną ścianą prowadnicy po umieszczeniu wewnątrz niej pocisku. Powierzchnię nośną stanowi korpus pocisku wraz ze stabilizatorami. Rakieta jest bardzo istotnym elementem zestawu, gdyż w sposób bezpośredni realizuje jego podstawowe zadanie, jakim jest osiagniecie i zniszczenie obiektu ataku. To jedyny obiekt zestawu, który opuszcza go i samodzielnie realizuje postawione przed nim zadanie. Chwila opuszczenia zestawu jest dla kontynuacji ruchu rakiety ważnym momentem, gdyż determinowane są początkowe kinematyczne parametry lotu, które nie zawsze są korzystne. W celu poprawienia niekorzystnej charakterystyki tych parametrów należy opracować algorytm sterowania, który w początkowej fazie lotu wypracuje możliwie szybko odpowiedni kat wyprzedzenia. Rakieta to generalnie złożony układ optoelektro-mechaniczny, od którego wymaga się skuteczności w działaniu. Niewatpliwie skuteczność pracy pocisku uwarunkowana jest bardzo szeroko rozumianym komfortem jaki rakiecie powinien zagwarantować zestaw przeciwlotniczy. Nie wszystkie z wymienionych elementów składajacych sie na rakiete zostały uwzglednione w opracowanym modelu zestawu przeciwlotniczego. Ostatecznie przyjęty model fizyczny pocisku rakietowego w przestrzeni przedstawiony jest w rozdziale 3.

Piąty z obiektów to cel. Cel jest układem poruszającym się w polu grawitacyjnym ziemi. Wymagane jest, aby poruszał się w polu rażenia pocisku rakietowego bliskiego zasięgu. Niepożądanym obiektem może być samolot, śmigłowiec lub inny środek latający. Mechanika lotu tak złożonych układów jest zagadnieniem wymagającym niezależnych studiów i wykracza poza zakres monografii. Działanie zestawu przeciwlotniczego jest bezpośrednio związane z ruchem celu, który może wykonywać manewry obronne utrudniające jego zestrzelenie. Ostatecznie przyjęty model celu przedstawiony jest w rozdziale 3.

Samobieżny zestaw rakietowy jest układem o złożonej charakterystyce konstrukcyjnej i dużej liczbie oddziaływań fizycznych o różnej naturze. Każdy z pięciu pokrótce omówionych obiektów wchodzących w skład zestawu to niezwykle skomplikowany układ pod względem konstrukcyjnym i funkcjonalnym. Każdy z nich może stanowić niezależny obiekt badań. Analizując samobieżny zestaw rakietowy należy pójść na kompromis miedzy rozbudowa strukturalna poszczególnych obiektów i złożonością procesów zachodzących w trakcie jego działania, a otrzymywanymi wynikami z badań. Model nie uwzględniający całej złożoności rzeczywistego układu, ale jeszcze adekwatny do potrzeb wynikających z przeprowadzanych rozważań, prowadzi do ogólniejszych wniosków. Niewątpliwą zaletą takiego modelu jest przejrzystość otrzymywanych wyników i to, że jego właściwości można traktować jako wzorcowe dla formułowania modeli o wiekszej złożoności strukturalnej i funkcjonalnej. Nie wszystkie elementy konstrukcyjne i zjawiska fizyczne towarzyszące działaniu zestawu zostana uwzględnione w niniejszym opracowaniu. Degeneracja układu ma na celu uwypuklenie najistotniejszych dynamicznych cech realnej konstrukcji. Uwzględnione zostaną te elementy konstrukcji zestawu i te zjawiska, które mogą znacząco wpłynąć na skuteczność działania zestawu. Jeżeli wybrana struktura układu i jego parametry sugerują istnienie problemu, który wymaga głębszej analizy, znaczy to, że uwzględnienie pozostałych elementów i zjawisk nie może spowodować obniżenia zainteresowania zestawem przeciwlotniczym. Rozszerzenie analizy zmierzającej do rozbudowania przyjętego modelu będzie ważnym czynnikiem poznawczym wskazującym kierunki dalszych badań. Należy jednak pamiętać o trudnościach wynikających z analizy zbyt złożonego modelu. W takim przypadku mogą rodzić się watpliwości, co do prawidłowości uzyskanych wyników. W rozważaniach autor ogranicza się wyłącznie do oddziaływań mechanicznych zatem sformułowane modele mają postać układu mechanicznego. Budując model przeciwlotniczego zestawu rakietowego autor skoncentrował się na realizacji postawionego celu niniejszego opracowania, który przedstawiony jest w rozdziale 1.2.

Struktura zaprezentowanego zestawu została tak opracowana, aby można było poprzez zmianę parametrów układu uogólnić rozważania. W ten sposób zakres możliwych interpretacji rozszerza się na szeroką gamę zestawów przeciwlotniczych będących na wyposażeniu różnych armii świata. Przedstawiony w niniejszej monografii układ jest próba znalezienia kompromisu pomiędzy konkretyzacją zaproponowanej struktury zestawu, a jej uogólnieniem na podobne rozwiązania konstrukcyjne. Również wyniki przeprowadzonej analizy sformułowanego modelu moga stanowić punkt odniesienia do interpretacji zachowania się podobnych układów. Rozpatrując zaprezentowany model zestawu należy spojrzeć na inne rozwiązania konstrukcyjne poprzez pryzmat tego układu. W ten sposób otrzymamy dynamikę samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego uwzględniającą szeroką gamę rozwiązań konstrukcyjnych. Od zestawów z rakietami bliskiego zasięgu samonaprowadzającymi się na cel i obracającymi się w przestrzeni wokół osi podłużnej, do zestawów z rakietami dalekiego zasięgu bez zaimplementowanego układu sterowania i obrotu wokół osi podłużnej. Przykłady zestawów reprezentujących różne klasy SPZR, ale mieszczących się w konwencji monografii, można znaleźć w polskim wojsku.

1.2. Cel i zakres pracy

Celem pracy jest przedstawienie podstaw teoretycznych skutecznego działania samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego z pociskami bliskiego zasięgu samonaprowadzającymi się na obiekt ataku. Realizując cel pracy należy uwzględnić w rozważaniach możliwość uogólnienia analizy na zestawy o różnych rozwiązaniach konstrukcyjnych. Tak zdefiniowany cel wymaga sformułowania adekwatnego modelu uwzględniającego strukturalną różnorodność zestawów oraz zrealizowania badań pozwalających na stwierdzenie, które zjawiska i elementy konstrukcji oraz w jakim stopniu mogą mieć wpływ na skuteczność działania SPZR. W związku z tym należy:

- 1. Sformułować model zestawu w przypadku, gdy pojazd pozostaje w spoczynku lub porusza się pokonując nierówności terenu.
 - 1.1. Określić wpływ uruchomienia silnika startowego rakiety, opuszczenia prowadnicy wyrzutni przez pierwszy pierścień prowadzący rakiety, zakończenia pracy przez silnik startowy rakiety, opuszczenia prowadnicy wyrzutni przez rakietę na zachowanie się poszczególnych obiektów zestawu.
 - 1.2. Ocenić odpowiedzi poszczególnych obiektów zestawu na wymuszenie pochodzące od nawierzchni drogi.
 - 1.3. Zbadać warunki startu każdej rakiety będącej integralnym obiektem zestawu.
 - 1.4. Określić reakcję giroskopowego układu śledzenia celu na generowane w układzie zaburzenia.
 - 1.5. Opracować charakterystykę początkowych kinematycznych parametrów lotu każdej startującej z wyrzutni rakiety.
 - 1.6. Ocenić komfort pracy operatora i kierowcy zestawu.
 - 1.7. Zbadać skuteczność zastosowania układu redukcji drgań wieży wyrzutni.
- 2. Sformułować model lotu rakiety obracającej się wokół osi podłużnej.
 - 2.1. Zbadać wpływ początkowych kinematycznych parametrów lotu wypracowanych przez zestaw na realizowaną przez rakietę trajektorię.
 - Opracować algorytm sterowania rakietą w trakcie wykonywania manewru początkowego i końcowego.
 - 2.3. Określić wpływ ruchu obrotowego rakiety wokół osi podłużnej na dynamikę jego lotu.

Generalnie realizacja celu pracy wymaga przeprowadzenia analizy dynamiki samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego z uwzględnieniem zjawisk fizycznych towarzyszących jego działaniu. Opracowanie modelu przestrzennego uwzględniającego wszystkie wymagania związane z przyjętym zakresem pracy wiąże się z nadmierną rozbudową zależności analitycznych. Sformułowanie złożonego modelu matematycznego nie zawsze prowadzi do efektywnego rozwiązania postawionego zadania. W związku z tym celowe jest sformułowanie zarówno modelu przestrzennego jak i modelu uwzględniającego ruch układu w płaszczyźnie pionowej. Model przestrzenny o zredukowanej strukturze umożliwi generalizację rozwiązań wynikających z przyjętego zakresu pracy i zarazem poprawi efektywność analizy. Badania modelu sformułowane w płaszczyźnie pionowej pozwolą na uwzględnienie zjawisk związanych z rozbudową strukturalną układu, która w tym przypadku nie powoduje obniżenia efektywności analizy. Przyjęty zakres pracy wymaga opracowania zarówno modelu przestrzennego jak i modelu w płaszczyźnie pionowej.

Ze względu na teoretyczne rozważania niezbędne jest zredagowanie programu komputerowego, który umożliwi symulację numeryczną ruchu zestawu.

Realizacja celu pracy została przedstawiona przez autora w niniejszej monografii oraz w serii artykułów. Monografia obejmuje zagadnienia modelowania i badania dynamicznych właściwości samobieżnych przeciwlotniczych zestawów rakietowych w ujęciu kompleksowym. Natomiast cykl artykułów [23, 29, 32, 35, 36, 38, 41, 55, 60, 63, 64, 66, 67, 68] przedstawia dynamikę i sterowanie lotem rakiety obracającej się wokół osi podłużnej po opuszczeniu wyrzutni. Monografia składa się z dziewięciu rozdziałów.

W rozdziale 1 omówiony jest obiekt badań, który podlega analizie w pracy. Obiekt badań został tak wybrany, aby rozważania można było uogólnić na samobieżne zestawy przeciwlotnicze o różnorodnych rozwiązaniach konstrukcyjnych.

Został sformułowany cel pracy i niezbędny do jego zrealizowania zakres pracy. Zakres pracy obejmuje również zagadnienia, które nie sa prezentowane bezpośrednio w monografii. Zagadnienia te dotyczą dynamiki lotu rakiety obracającej się wokół osi podłużnej po opuszczeniu wyrzutni. Osiągnięcie celu przez wystrzeloną z zestawu rakietę jest ostatecznym testem skuteczności działania samobieżnego zestawu przeciwlotniczego. Autor w monografii koncentruje się na przedstawieniu dynamiki samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego w trakcie procesu strzelania i nie rozważa lotu rakiety do celu. Zamierzeniem autora jest kompleksowe przedstawienie w monografii wyłącznie zjawisk fizycznych towarzyszących ruchowi kolejnych rakiet w trakcie startu z wyrzutni. Bardzo istotny problem lotu rakiety po opuszczeniu wyrzutni był przez autora również rozpatrywany. Wyniki tych analiz zostały przedstawione w cytowanych powyżej artykułach oraz uwzględnione we wnioskach dotyczących skuteczności działania samobieżnego zestawu przeciwlotniczego. Wnikliwa analiza dynamiki lotu rakiety samonaprowadzającej się na cel i obracającej się wokół osi podłużnej jest zagadnieniem na tyle złożonym, że wymaga niezależnego omówienia.

W rozdziale 2 przedstawiona jest ogólna metoda formułowania modelu przeciwlotniczego zestawu rakietowego. Ruch zestawu rozpatrywany jest w trójwymiarowej przestrzeni Euklidesa. Rozważane są drgania o dużych wartościach przemieszczeń uogólnionych poszczególnych obiektów. Zależności analityczne uwzględniają dyskretny model układu, który w ogólnym przypadku ma N stopni swobody. Zaprezentowane są zagadnienia, które kolejno określone i zrealizowane pozwalają na jednoznaczne sformułowanie modelu samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego. Ogólny charakter rozważań umożliwia ich wykorzystanie do wyprowadzenia równań ruchu układu w formie niezbędnej do przyjętych założeń. Na podstawie przeprowadzonego w tym rozdziale rozumowania opracowany został model zestawu, który posłużył do analizy dynamiki układu.

W rozdziale 3 przedstawiony jest przestrzenny model fizyczny samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego składającego się z pięciu następujących, podstawowych obiektów:

- 1) pojazdu samochodowego,
- 2) operatora i kierowcy siedzących na fotelach,
- 3) wyrzutni z pasywnym zawieszeniem wieży,
- 4) czterech rakiet wraz z giroskopowymi układami śledzenia celu,
- 5) celu.

Generalnie zbudowany model fizyczny składa się z dziesięciu punktów materialnych, czterech brył sztywnych, czterech obiektów zmiennych w czasie, jednego punktu matematycznego, szesnastu elementów nieinercyjnych, czterech układów sterowania realizujących proces śledzenia celu. Uwzględniając wyłącznie drgania wynikające z działania zestawu przeciwlotniczego liczba stopni swobody opracowanego modelu w ogólnym przypadku wynosi czterdzieści jeden. Sformułowany model fizyczny SPZR należy zakwalifikować do układów dyskretnych.

W rozdziale 4 przedstawiony jest przestrzenny model matematyczny samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego w pełnej rozwiniętej formie. Model matematyczny określony jest równaniami różniczkowymi o pochodnych zwyczajnych. Zależności analityczne, które opisują model zestawu w ogólnym przypadku składają się z równań ruchu układu opartych na czterdziestu jeden niezależnych współrzędnych uogólnionych, członów sterujących, zależności kinematycznych, równań ruchu celu, parametrów opisanych funkcjami oraz dwudziestu jeden równań równowagi. Sformułowany model matematyczny SPZR jest:

- nieliniowy geometrycznie,
- zdeterminowany,
- zmienny w czasie,
- dyssypatywny,
- nieswobodny.

Sformułowany model w postaci zależności analitycznych pozwolił na zredagowanie programu komputerowego umożliwiającego przeprowadzenie symulacji numerycznej działania zestawu rakietowego w warunkach przestrzeni wirtualnej. Dzięki temu w rozdziale 5 zaprezentowana jest analiza dynamiki zestawu z wybranymi odpowiedziami układu. Rozważania koncentrują się na spełnieniu warunków bezpieczeństwa, które warunkują komfort dla dwóch podstawowych obiektów:

- 1) czterech rakiet wraz z giroskopowymi układami śledzenia celu,
- 2) operatora obsługującego przyrządy nawigacyjne i kierowcy.

20

Zwrócono szczególną uwagę na określenie zjawisk fizycznych występujących w trakcie działania zestawu. Estymacja wartości i przebiegów w czasie wielkości fizycznych charakteryzujących ruch zestawu formułowana jest w kategorii procesów zdeterminowanych.

W rozdziale 6 przedstawione jest zastosowanie hybrydowego układu wibroizolacji do sterowania drganiami wieży wyrzutni samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego w przestrzeni. Do redukcji drgań zastosowano cztery urządzenia sterujące włączone szeregowo w zawieszenie platformy wieży. Wszystkie cztery układy sterowania działają niezależnie od siebie. Każdy z nich stabilizuje tylko jeden punkt zamocowania zawieszenia platformy. Regulacja odbywa się w układzie zamkniętym. System redukcji drgań zapewnia zarówno liniową jak i kątową stabilizację wieży wyrzutni w przestrzeni.

W rozdziale 7 podane są informacje i wnioski będące podsumowaniem zagadnień przedstawianych w rozdziałach od 3 do 6.

W rozdziale 8 przedstawiony jest model samobieżnego zestawu przeciwlotniczego sformułowany w płaszczyźnie pionowej. Model ten stanowi istotne uzupełnienie właściwości reprezentowanych przez model przestrzenny.

Generalnie zbudowany model fizyczny składa się z sześciu punktów materialnych, pięciu brył sztywnych, dwóch obiektów zmiennych w czasie, jednego punktu matematycznego, dwunastu elementów nieinercyjnych oraz dwóch układów sterowania realizujących proces śledzenia celu. Uwzględniając wyłącznie drgania wynikające z działania zestawu przeciwlotniczego liczba stopni swobody opracowanego modelu w ogólnym przypadku wynosi dwadzieścia cztery.

Zależności analityczne, które opisują model matematyczny zestawu w ogólnym przypadku składają się z równań ruchu układu opartych na dwudziestu czterech niezależnych współrzędnych uogólnionych, członów sterujących, zależności kinematycznych, równań ruchu celu, parametrów opisanych funkcjami oraz dwunastu równań równowagi statycznej.

Zredagowanie programu komputerowego umożliwiło przeprowadzenie symulacji numerycznej działania zestawu przeciwlotniczego i zaprezentowanie analizy dynamiki z wybranymi odpowiedziami układu. Przeprowadzono analizę zjawisk fizycznych, które wynikają z różnic między sformułowanym modelem w płaszczyźnie pionowej, a modelem przestrzennym. Zwrócono szczególną uwagę na wpływ wprowadzenia dwóch różnych wariantów przyjętych dla struktury określającej współpracę rakiety z prowadnicą, uwzględnienia więzów podatnych w zamocowaniu układu prowadnic i możliwości użytkowania zestawu przeciwlotniczego w przypadku realizacji przez pojazd samochodowy ruchu podstawowego na zachowanie się poszczególnych obiektów zestawu.

W rozdziale 9 podane są wnioski ogólne dotyczące całości pracy oraz sformułowane kierunki dalszych badań związanych z dynamiką i skutecznością działania samobieżnego zestawu przeciwlotniczego. W dodatku zawarty jest wykaz szczegółowych oznaczeń stosowanych w pracy oraz definicje niezbędnych układów współrzędnych, które umożliwiają jednoznaczne określenie ruchów realizowanych przez poszczególne obiekty SPZR.

1.3. Przegląd literatury

W monografii autor zaprezentował kompleksowe ujęcie zagadnień związanych z dynamiką samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego. Światowa literatura fachowa omawiająca samobieżny zestaw przeciwlotniczy w sposób kompleksowy ogranicza się do jednej znanej autorowi publikacji [218]. Najprawdopodobniej podobne opracowania są realizowane przez firmy związane z przemysłem wojskowym, dlatego nie są one powszechnie dostępne. Publikowane prace mają generalnie charakter popularnonaukowy.

Ze względu na złożoną strukturę badanego układu i dużą liczbę oddziaływań fizycznych o różnej naturze omawiane w pracy zagadnienia mają charakter interdyscyplinarny. Zachowanie się każdego z obiektów wchodzących w skład zestawu może stanowić niezależny cel badań. Wyodrębnione zagadnienia związane z tematyką monografii omawiane są w wielu opracowaniach. Cytowaną bibliografię można podzielić następująco:

- 1. Dynamika samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego w ujęciu kompleksowym.
- 2. Analiza teoretyczna i eksperymentalna drgań pojazdów samochodowych.
- Modelowanie, identyfikacja i optymalizacja układów mechanicznych z człowiekiem jako operatorem.
- 4. Metody pasywne, semiaktywne i aktywne redukcji drgań.
- 5. Badania startu pocisków rakietowych z wyrzutni.
- 6. Dynamika lotu oraz systemy i algorytmy sterowania pociskami rakietowymi.
- 7. Dynamika i sterowanie giroskopem.
- Piśmiennictwo o charakterze podstawowym: dynamika układów mechanicznych, teoria sterowania i metody numeryczne.

Podana klasyfikacja literatury daje pogląd na zakres zagadnień, które związane są z poruszaną przez autora problematyką w monografii oraz w serii artykułów.

Piśmiennictwo związane z pierwszą grupą tematyczną: [218]. Książka [218] poświęcona jest zestawom przeciwlotniczym z pociskami balistycznymi. W opracowaniu tym przedstawione są zasadniczo modele sformułowane w płaszczyźnie pionowej. Model przestrzenny sprowadza się do koncepcji układu składającego się z trzech ciał doskonale sztywnych. Zestaw wyposażony jest tylko w jedną rakietę, a w trakcie jej wystrzeliwania operator znajduje się na zewnątrz pojazdu. Brak jest wyników badań symulacyjnych omawiających zjawiska fizyczne towarzyszące procesowi startu rakiet.

Niedostepność bibliografii skłoniła autora do zredagowania monografii ujmującej w sposób kompleksowy dynamikę samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego. Cytowane w literaturze artykuły autora obejmują w większości zagadnienia wynikające z takiej ogólnej koncepcji analizy rozpatrywanego układu. Monografia nie ogranicza się do przedstawienia tylko jednej klasy zestawów przeciwlotniczych, ale jest próba rozszerzenia rozważań na szeroka game istniejących konstrukcji. Struktura układu sformułowana jest na tyle ogólnie, że pozwala na generalizację rozpatrywanych zagadnień. Zasadniczo rozpatrywany jest model sformułowany w przestrzeni, a przedstawiony model w płaszczyźnie pionowej stanowi jego uzupełnienie, które wynika z chęci uwzględnienia możliwie szerokiego zakresu zjawisk fizycznych towarzyszących współpracy rakiety z prowadnicą. Zestaw wyposażony jest w cztery rakiety, z których każda dysponuje koordynatorem śledzącym cel od chwili jego przechwycenia na wyrzutni. W układzie koordynatora występuje człon sterujący elementem mechanicznym, którym jest układ giroskopowy. Procesem startu rakiet z wyrzutni kieruje operator, który w trakcie ich wystrzeliwania znajduje się wewnątrz pojazdu. Sformułowany model umożliwia analizę działania zestawu w trakcie poruszania się samochodu po wybranej przez kierowce drodze. Jednym z obiektów wyrzutni jest wieża dysponująca opcjonalnie zawieszeniem pasywnym lub układem redukcji drgań. Opracowane przez autora programy komputerowe w systemie Borland C++ umożliwiły zaprezentowanie wybranych wyników badań symulacyjnych.

Piśmiennictwo związane z drugą grupą tematyczną: [9, 84, 86, 88, 90, 98, 104, 112, 115, 117, 140, 141, 142, 143, 145, 147, 153, 155, 158, 160, 161, 162, 172, 174, 188]. Na rynku samochodowym zauważalne jest wyraźne zwiększenie popytu. Rozwijający się w szybkim tempie przemysł samochodowy stymuluje badania zmierzające do tworzenia konstrukcji optymalnych. Publikacje dotyczące dynamiki pojazdów samochodowych koncentrują się na rozpatrzeniu trzech zasadniczych kryteriów: komfortu, bezpieczeństwa i trwałości. Korzystając z bogatej literatury fachowej można sformułować odpowiedni do potrzeb model teoretyczny samochodu poruszającego się po drodze o wybranym profilu. Potrzeby narzucają stopień złożoności przyjętego modelu i rodzaj zastosowanej analizy. Określają również konieczność wykorzystania w badaniach symulacji, identyfikacji i optymalizacji układu dynamicznego. Żadna ze znanych autorowi publikacji nie omawia zagadnień dotyczących wpływu dynamiki pojazdu samochodowego na zjawiska fizyczne towarzyszące procesowi startu rakiet.

W monografii oraz w artykułach [31, 39, 48, 49, 56] autor rozpatrzył niektóre problemy wynikające z właściwości pojazdu samochodowego jako nośnika wyrzutni rakiet. Biorąc pod uwagę sformułowany cel pracy przestrzenny model pojazdu samochodowego stanowią dwa ciała doskonale sztywne, dwie masy skupione i osiem elementów odkształcalnych.

Piśmiennictwo związane z trzecią grupą tematyczną: [14, 96, 104, 126, 127, 128, 129, 130, 163, 165, 173, 175, 182, 184, 220]. Zagadnienia modelowania i ochrony

ciała ludzkiego mają charakter interdyscyplinarny. Liczba opracowań naukowych na ten temat jest coraz większa. Prace generalnie dotyczą wpływu wibracji na człowieka, komfortu użytkowania maszyn, opracowania modeli opisujących biodynamiczną charakterystykę człowieka, identyfikacji narządów ludzkich jako obiektów mechanicznych, analizy, modelowania i symulacji układów dynamicznych z człowiekiem jako jednym z obiektów, analizę aktywnych układów wibroizolacji. Żadna ze znanych autorowi publikacji nie omawia zagadnień dotyczących oceny komfortu pracy operatora obsługującego przyrządy nawigacyjne i kierowcy w trakcie startu z wyrzutni kolejnych rakiet.

W monografii oraz w artykułach [22, 24, 25, 44, 51] autor rozpatrzył niektóre problemy wynikające z przebywania ludzi w kabinie pojazdu samochodowego w trakcie wystrzeliwania rakiet. Do oceny reakcji człowieka znajdującego się w pozycji siedzącej w zestawie przeciwlotniczym i poddanego drganiom wybrano model antropodynamiczny Wambold'a o parametrach określonych według S. Rakheja, a stosowany do analizy komfortu jazdy samochodów.

Piśmiennictwo związane z czwartą grupą tematyczną: [75, 76, 77, 87, 110, 122, 123, 124, 150, 167, 174, 178, 179]. Drgania są generalnie zjawiskiem szkodliwym. Oddziaływują one negatywnie na człowieka i maszyny przez niego obsługiwane. Od wielu lat opracowywane są metody pasywne, semiaktywne i aktywne redukujące te szkodliwe zjawiska. Coraz powszechniejsze staje się stosowanie specjalnych układów mechatronicznych do redukcji drgań. Wiele opracowań naukowych i konferencji poświęconych jest wyłącznie tej problematyce. W celu poprawienia skuteczności niszczenia celów w trakcie jazdy po bezdrożach pola walki dzisiejsze czołgi wyposażone są w układ stabilizujący armatę. Opracowania dotyczące szczegółów zastosowanych układów redukcji drgań nie są powszechnie dostępne.

W monografii oraz w artykułach [26, 30, 47, 59] autor przedstawił metodę stabilizacji wieży wyrzutni opartą na zastosowaniu czterech układów sterowania działających niezależnie od siebie. Zaprezentowana analiza otrzymanych wyników przeprowadzonej symulacji ruchu zestawu obejmującego start z wyrzutni kolejnych rakiet wykazuje skuteczność zastosowanego układu redukcji drgań.

Piśmiennictwo związane z piątą grupą tematyczną: [10, 11, 17, 109, 185, 187, 188, 189, 191]. Powszechnie dostępne opracowania dotyczące startu pocisków rakietowych z wyrzutni ograniczają się do analizy układu prowadnica-rakieta. W rozważaniach nie uwzględniana jest jednak dynamika nośnika, na którym zainstalowana jest wyrzutnia. Model prowadnicy i rakiety formułowany jest w postaci układu ciągłego. Rozpatrywane są zjawiska zachodzące w układzie ustawiania prowadnicy wyrzutni i na tej podstawie określany warunek optymalnego startu. Doboru długości prowadnicy dokonuje się na podstawie kryterium oscylacyjnych zmian kąta natarcia rakiety po opuszczeniu przez nią wyrzutni. Wpływ charakterystyki dynamicznej wyrzutni jest pomijany, a rakieta nie dysponuje głowicą śledzącą.

W monografii oraz w artykułach [21, 27, 31, 33, 34, 37, 39, 40, 41, 43, 45, 48, 52, 57, 62, 65] autor ujął w sposób kompleksowy dynamikę samobieżnego prze-

ciwlotniczego zestawu rakietowego. W sformułowanym modelu występuje wieża wyrzutni wraz z układem czterech prowadnic, z których mogą startować kolejno cztery rakiety. Każda z rakiet wyposażona jest w głowicę śledzącą cel. Istotnym elementem członu mechanicznego głowicy śledzącej jest układ giroskopowy. Rakieta w trakcie ruchu wzdłuż prowadnicy obraca się wokół osi podłużnej. W niektórych opracowaniach autor rozważa również start pocisku rakietowego z wyrzutni zamodelowanej jako układ prowadnica-rakieta, bez uwzglednienia konkretnego nośnika [28, 46, 50, 53, 54, 61, 69, 70, 148]. W tych pracach na uwagę zasługuje zastosowanie opracowanej przez autora metody obszarowej pozwalającej na ocenę możliwości skutecznego wystrzelenia rakiet. Idea analizy oparta na obszarach, a zapewniająca ocenę uzyskanych wyników dla dowolnie dużej liczby realizacji podana została w pracy [218]. Na podstawie tej idei autor opracował metode obszarową analizy drgań dowolnego układu mechanicznego. Metoda ta uwzględnia zdeterminowany opis oddziaływań zachodzących w układzie. Wzrost liczby pojedynczych realizacji nie obniża efektywności oceny otrzymanych wyników i powoduje zwiększenie dokładności metody.

Piśmiennictwo związane z szóstą grupą tematyczną: [1, 2, 3, 4, 7, 12, 13, 15, 16, 18, 19, 20, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 91, 92, 95, 97, 106, 132, 133, 134, 135, 136, 138, 139, 140, 144, 152, 154, 169, 170, 172, 173, 181, 182, 183, 198, 199, 200, 202, 204, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 216]. Na temat dynamiki lotu oraz systemów i algorytmów sterowania pociskami rakietowymi powszechnie dostępnych jest wiele publikacji. Począwszy od monografii opisujących zagadnienia w sposób ogólny, aż po artykuły szczegółowo omawiające wybrane kwestie. Żadna ze znanych autorowi publikacji nie omawia dynamiki lotu rakiety samonaprowadzającej się na cel z zaimplementowanym w głowicy śledzącej układem giroskopowym i jednocześnie obracającej się wokół osi podłużnej.

W artykułach [23, 35, 36, 38, 41, 55, 60, 66] autor przedstawił dynamikę lotu pocisku rakietowego obracającego się wokół osi podłużnej. Rakieta wyposażona jest w głowicę śledzącą cel, a elementem członu mechanicznego koordynatora jest układ giroskopowy. Autopilot realizuje proces sterowania rakietą za pomocą układu hybrydowego aero-gazodynamicznego. Klasyczny algorytm sterowania rakietą obracającą się wokół osi podłużnej został uzupełniony o składnik zapewniający stabilny lot pocisku do celu nieruchomo położonego na niewielkiej wysokości. Każdy z powszechnie znanych algorytmów sterowania przeciwlotniczymi pociskami rakietowymi bliskiego zasięgu na manewrujący cel ma swoje wady i zalety. Obecnie powstają opracowania prezentujące możliwości korekty istniejących algorytmów lub opisujące oryginalne rozwiązania. Autor wpisał się w tę tendencję i opracował algorytm, który pod pewnymi względami korzystniej realizuje proces naprowadzania w porównaniu ze znanymi algorytmami i umożliwia strzelanie z wyrzutni pionowego startu [32, 64]. Przystępując do opracowania pocisku rakietowego należy rozwiązać problem związany z zastosowaniem odpowiedniego algorytmu sterowania. Wybór odpowiedniego algorytmu dla danej klasy rakiety nie może opierać się na intuicji tylko na świadomym wyborze. W związku z tym należy dokonać rankingu metod naprowadzania stosując adekwatne estymatory. W podjęciu właściwej decyzji może okazać się pomocny opracowany przez autora wskaźnik oceny algorytmu oparty na zastosowaniu estymatorów służących do analizy sygnałów stanowiących zbiór realizacji [29, 63, 67, 68].

Piśmiennictwo związane z siódmą grupą tematyczną: [93, 118, 119, 120, 121, 145, 151]. Rozwój teorii szybkiego ruchu wirowego ciała doskonale sztywnego wokół własnej osi symetrii nastąpił od połowy osiemnastego wieku. Prekursorem był Euler wydając oficjalnie w 1765 roku pracę "Teoria ruchu ciał sztywnych". Obecnie giroskopy mają szerokie zastosowanie. Wykorzystywane są m.in. w układach służących do samonaprowadzania pocisków rakietowych na cel. W tym przypadku do zadań realizowanych przez giroskopy należy zaliczyć m.in. wyznaczanie położenia linii obserwacji celu, pomiar położenia, prędkości i przyspieszeń kątowych rakiety względem środka masy oraz stabilizacji obiektów. Żadna ze znanych autorowi publikacji nie omawia dynamiki i sterowania giroskopem na pokładzie rakiety bliskiego zasięgu samonaprowadzającej się na cel i jednocześnie obracającej się wokół osi podłużnej.

W monografii oraz w artykułach [23, 31, 42, 58] autor przedstawił model giroskopu stanowiącego istotny element głowicy śledzącej cel, która realizuje swoje zadania będąc układem pocisku rakietowego obracającej się wokół osi podłużnej.

Piśmiennictwo związane z ósmą grupą tematyczną: [5, 6, 8, 73, 74, 78, 85, 88, 89, 94, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 107, 108, 111, 112, 113, 115, 116, 125, 131, 137, 141, 146, 149, 153, 156, 157, 158, 159, 161, 163, 164, 166, 168, 171, 176, 180, 186, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 201, 203, 205, 214, 215, 217, 219, 220, 221]. Tę grupę tematyczną stanowią publikacje o charakterze podstawowym z zakresu dynamiki układów mechanicznych, teorii sterowania i metod numerycznych.

Autor opublikował dwa skrypty o charakterze podstawowym z zakresu dynamiki układów mechanicznych [71] i metod numerycznych [72].

Reasumując można stwierdzić, że przedstawione w monografii oraz w artykułach zagadnienia są w znacznym stopniu wynikiem własnego dorobku naukowego autora. Sformułowany model układu giroskopowego stanowiącego element koordynatora pocisku rakietowego obracającego się wokół osi podłużnej i startującego z prowadnicy wyrzutni umieszczonej na pojeździe samochodowym wyróżnia się oryginalnością ze względu na brak podobnych opracowań. Również ocena komfortu pracy operatora obsługującego przyrządy nawigacyjne i kierowcy w trakcie startu z wyrzutni kolejnych rakiet jest zagadnieniem nietypowym z punktu widzenia dynamiki układów mechanicznych.

Do oceny właściwości dynamicznych samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego lub dowolnego układu mechanicznego można zastosować opracowaną przez autora metodę obszarową. 26

W zakresie sterowania lotem rakiety przeciwlotniczej na manewrujący cel autor opracował algorytm, który korzystniej realizuje proces naprowadzania w porównaniu ze znanymi algorytmami i umożliwia strzelanie z wyrzutni pionowego startu. Na uwagę zasługuje również uzupełnienie klasycznego algorytmu sterowania rakietą obracającą się wokół osi podłużnej o składnik zapewniający stabilny lot pocisku do celu nieruchomo położonego na niewielkiej wysokości. Do analizy w przestrzeni wirtualnej algorytmów stosowanych do sterowania rakietami przeciwlotniczymi autor zastosował opracowany przez siebie wskaźnik oceny oparty na zastosowaniu estymatorów służących do analizy sygnałów stanowiących zbiór realizacji.

Wyniki badań symulacyjnych zostały opracowane na podstawie rozwiązań uzyskanych za pomocą programów napisanych przez autora w języku Borland C++.

METODA FORMUŁOWANIA PRZESTRZENNEGO MODELU SAMOBIEŻNEGO PRZECIWLOTNICZEGO ZESTAWU RAKIETOWEGO

Model samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego składającego się z pięciu następujących, podstawowych obiektów:

- 1) pojazdu samochodowego,
- 2) operatora i kierowcy siedzących na fotelach,
- 3) wyrzutni,
- 4) czterech pocisków rakietowych,
- 5) celu,

formułowany jest zgodnie z zasadami mechaniki analitycznej [73, 74, 85,87, 88, 99, 101, 102, 103, 104, 153, 156, 159, 166, 192, 193, 197, 219, 220].

Ruch zestawu rozpatrywany jest w trójwymiarowej przestrzeni Euklidesa. Rozważane są drgania o dużych wartościach przemieszczeń uogólnionych poszczególnych obiektów. Zależności analityczne uwzględniają dyskretny model układu, który w ogólnym przypadku ma N stopni swobody. Zaprezentowane zostaną kolejne kroki zmierzające do opracowania modelu matematycznego zestawu przeciwlotniczego. Ogólny charakter rozważań umożliwia zastosowanie ich do wyprowadzenia równań ruchu układu w przypadku przyjęcia założeń upraszczających.

Opracowując przestrzenny model samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego określono i zrealizowano kolejno następujące zagadnienia:

- 1. Model fizyczny
 - 1.1. Elementy inercyjne
 - 1.1.1. Punkty materialne
 - 1.1.2. Bryły sztywne
 - 1.1.3. Obiekty zmienne w czasie
 - 1.2. Elementy nieinercyjne
 - 1.2.1. Elementy restytucyjne
 - 1.2.2. Elementy dyssypatywne
 - 1.2.3. Punkty matematyczne
 - 1.3. Kartezjańskie ortogonalne prawoskrętne układy odniesienia
 - 1.3.1. Układ Galileusza
 - 1.3.2. Nieinercyjne układy współrzędnych
 - 1.3.3. Transformacje izometryczne układów współrzędnych

- 1.4. Przestrzeń
 - 1.4.1. Trójwymiarowa przestrzeń Euklidesa
 - 1.4.2. Jednorodne pole grawitacyjne
 - 1.4.3. Atmosfera ziemska
- 2. Model matematyczny
 - 2.1. Zależności kinematyczne
 - 2.1.1. Położenie elementów inercyjnych i punktów matematycznych
 - 2.1.2. Odkształcenie elementów restytucyjnych
 - 2.1.3. Przemieszczenia statyczne
 - 2.1.4. Prędkość elementów inercyjnych i punktów matematycznych
 - 2.1.5. Prędkość przemieszczenia elementów dyssypatywnych
 - 2.1.6. Równania więzów
 - 2.2. Energia
 - 2.2.1. Kinetyczna
 - 2.2.2. Potencjalna
 - 2.2.2.1. Sprężystości
 - 2.2.2.2. Pola sił grawitacyjnych
 - 2.3. Siły niepotencjalne
 - 2.3.1. Dyssypatywna funkcja Rayleigha
 - 2.3.2. Siły wynikające z ruchu obiektu zmiennego w czasie
 - 2.3.3. Siły sterujące
 - 2.4. Równania ruchu układu równania Lagrange'a II-go rodzaju
 - 2.5. Parametry opisane funkcjami

Ze względu na przedstawienie ogólnej metody umożliwiającej sformułowanie modelu zestawu nie wszystkie zagadnienia zostaną wyczerpująco omówione. Wynika to z klasycznego ujęcia procesu modelowania układu i szczegółowego omówienia wybranych zagadnień w rozdziale 3 prezentującym model o sprecyzowanej strukturze. Niektóre zagadnienia uwzględniane przy budowie modelu mogą stanowić niezależne studium. W związku z tym podane na ich temat informacje nie zawsze są wyczerpujące. Jednym z celów niniejszej monografii jest próba globalnego ujęcia zjawisk generowanych w układzie, który z jednej strony zawiera obiekty takie jak pojazd samochodowy, a z drugiej strony sterowany układ giroskopowy rakiety będącej obiektem zmiennym w czasie.

2.1. Model fizyczny zestawu przeciwlotniczego wraz z układami odniesienia

Analizie podlegają wyłącznie te zjawiska fizyczne, które generowane w trakcie działania zestawu mają naturę oddziaływań mechanicznych. Model zestawu jest strukturalnym układem mechanicznym o parametrach skupionych. Podobnie jak

każdy model dyskretny składa sie on z elementów inercyjnych połaczonych odkształcalnymi elementami bezmasowymi. Uwzględniane w rozważaniach elementy inercyjne to bryły i punkty materialne, natomiast elementy nieinercyjne reprezentowane są przez nieliniowe funkcje odkształcenia i prędkości odkształcenia. W celu jednoznacznego określenia ruchu takiego układu wprowadzane są układy odniesienia. Układy odniesienia w postaci odpowiednio zdefiniowanych układów współrzednych umożliwiaja wyznaczenie położeń wszystkich elementów inercyjnych w dowolnej chwili czasu. Ogólny ruch zestawu przeciwlotniczego można podzielić na ruch podstawowy i zaburzenia ruchu podstawowego. Ruch podstawowy zestawu realizowany jest przez poruszający się pojazd samochodowy. W ogólnym przypadku pojazd może poruszać się ruchem krzywoliniowym ze zmienną prędkościa liniowa. W przyjętym modelu założono, że pojazd realizuje ruch prostoliniowy ze stałą prędkością V. Ze względu na występujące w zestawie elementy odkształcalne ruch ten zaburzony jest dodatkowymi przemieszczeniami w postaci niepożądanych drgań. Ruch podstawowy silnie wpływa na zaburzenia natomiast sprzężenie odwrotne jest słabe. Liczba punktów materialnych i brył w przyjętym modelu wynosi n = p + b, w tym p to liczba punktów materialnych, a b to liczba brył. Każdy element inercyjny identyfikowany jest przez określoną wartość indeksu *i*, gdzie: i = 1, 2, ..., n, dla punktów materialnych i = 1, 2, ..., p, a dla brył $i = p + 1, p + 2, \dots, p + b$. Położenia brył oraz punktów materialnych w dowolnej chwili czasu wyznaczane są w kartezjańskich ortogonalnych prawoskrętnych układach współrzędnych. Układami odniesienia są następujące układy współrzędnych:

1. Układ współrzędnych związany z ziemią:

W przypadku rozpatrywanego zestawu przeciwlotniczego można przyjąć, że układ związany z ziemią jest układem Galileusza.

- Oxyz to inercyjny, nieruchomy układ współrzędnych związany z nawierzchnią drogi. Osie 0x i 0z leżą w płaszczyźnie nawierzchni drogi, a oś 0y jest skierowana do góry.
- 2. Układy współrzędnych określające ruch brył i punktów materialnych:
 - ✤ 0_ix_iy_iz_i to układy współrzędnych poruszające się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0xyz. Spełniony po-zostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi 0_ix_i || 0x, 0_iy_i || 0y i 0_iz_i || 0z. W przyjętym modelu założono, że ruch podstawowy pojazdu jest prostoliniowym ruchem jednostajnym odbywającym się wzdłuż osi 0x, zatem układy współrzędnych 0_ix_iy_iz_i są również układami Galile-usza. Jeżeli pojazd porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to w każdej chwili czasu punkty 0_i pokrywają się ze środkami masy brył i punktów materialnych.

- $S_i x_i y_i z_i$ to układy współrzędnych poruszające się w ogólnym przypadku ruchem postępowym względem odpowiadających sobie układów współrzędnych $0_i x_i y_i z_i$. Początki układów współrzędnych S_i w każdej chwili czasu pokrywają się z odpowiadającymi sobie środkami masy brył i punktów materialnych. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi $S_i x_i || 0_i x_i$, $S_i y_i || 0_i y_i$ i $S_i z_i || 0_i z_i$. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego środki mas Si brył i punktów materialnych przemieszczają się ruchem postępowym względem układów współrzędnych $0_i x_i y_i z_i$. Przemieszczenia te określone są wektorami $\vec{r_i}$. Wektory $\vec{r_i}$ jednoznacznie wyznaczają położenie punktów materialnych. Ciało doskonale sztywne składa się z nieskończenie dużej liczby punktów, które pozostają w stałych odległościach od siebie. Niezależne wyznaczanie położenia każdego z nich jest niecelowe ponieważ ruch bryły jest jednoznacznie określony jeżeli znany jest ruch dowolnego jej punktu. Dlatego przyjęto, że ciało doskonale sztywne pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego porusza się względem układu współrzędnych $0_i x_i y_i z_i$ ruchem złożonym, który składa się z ruchu postępowego i ruchu kulistego. Ruch postępowy bryły określony jest wektorem \vec{r}_i , natomiast ruch kulisty jest zdefiniowany poprzez wprowadzenie dodatkowego układu współrzędnych $S_i \xi_i \eta_i \zeta_i$.
- S_iξ_iη_iζ_i to układy współrzędnych poruszające się w ogólnym przypadku ruchem kulistym względem odpowiadających sobie układów współrzędnych S_ix_iy_iz_i. Osie S_iξ_i, S_iη_i i S_iζ_i są sztywno związane z odpowiadającymi im bryłami. Położenie dowolnego punktu A_{ij} ciała sztywnego w układzie współrzędnych S_iξ_iη_iζ_i nie zmienia się, zatem jest jednoznacznie określone przez geometrię bryły. Położenia te określone są wektorami ρ_{ij}. Każdy punkt bryły *i* identyfikowany jest przez określoną wartość indeksu *j*, gdzie: *j* = 1,2,..,∞.

Położenie układów współrzędnych $0_i x_i y_i z_i$ względem układu współrzędnych 0xyz określone jest przez wektory \vec{R}_i jak na rysunku 2.1.

$$\vec{R}_{i} \left(R_{ix}, R_{iy}, R_{iz} \right)$$

$$R_{ix} = R_{ix}^{0} + Vt$$

$$R_{iy} = R_{iy}^{0}$$

$$R_{iz} = R_{iz}^{0}$$

$$(2.1)$$

gdzie:

30

 $R_{ix}^0 = const$ $R_{iy}^0 = const$ $R_{iz}^0 = const$



Rys. 2.1. Transformacja układu współrzędnych $0_i x_i y_i z_i$ względem układu współrzędnych 0xyz

Położenie układów współrzędnych $S_i x_i y_i z_i$ względem odpowiadających sobie układów współrzędnych $0_i x_i y_i z_i$ określone jest przez wektory $\vec{r_i}$ jak na rysunku 2.2.

$$\vec{r}_i(r_{ix_i}, r_{iy_i}, r_{iz_i}) \tag{2.2}$$



_

Rys. 2.2. Transformacja układu współrzędnych $S_i x_i y_i z_i$ względem układu współrzędnych $0_i x_i y_i z_i$

Położenie układów współrzędnych $S_i \xi_i \eta_i \zeta_i$ względem odpowiadających sobie układów współrzędnych $S_i x_i y_i z_i$ określone jest przez kąty Bryanta ψ_i , ϑ_i , φ_i jak na rysunku 2.3. Zastosowanie tych kątów prowadzi do izometrycznej transformacji sekwencyjnej $R_{\psi_i \vartheta_i \varphi_i}$, która jest złożeniem trzech kolejnych obrotów ψ_i , ϑ_i , φ_i . Transformacja $R_{\psi_i \vartheta_i \varphi_i}$ jako macierz przekształcenia ma postać następującą:

$$R_{\psi_i,\vartheta_i,\varphi_i} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$
(2.3)

31

32

 $a_{11} = \cos \psi_i \cos \vartheta_i$ $a_{12} = \sin \vartheta_i$ $a_{13} = -\sin \psi_i \cos \vartheta_i$ $a_{21} = \sin \psi_i \sin \varphi_i - \cos \psi_i \sin \vartheta_i \cos \varphi_i$ $a_{22} = \cos \vartheta_i \cos \varphi_i$ $a_{23} = \cos \psi_i \sin \varphi_i + \sin \psi_i \sin \vartheta_i \cos \varphi_i$ $a_{31} = \sin \psi_i \cos \varphi_i + \cos \psi_i \sin \vartheta_i \sin \varphi_i$ $a_{32} = -\cos \vartheta_i \sin \varphi_i$ $a_{33} = \cos \psi_i \cos \varphi_i - \sin \psi_i \sin \vartheta_i \sin \varphi_i$



Rys. 2.3. Transformacja układu współrzędnych $S_i\xi_i\eta_i\zeta_i$ względem układu współrzędnych $S_ix_iy_iz_i$

Jeżeli rozpatrywany układ mechaniczny porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to układy współrzędnych $0_i x_i y_i z_i$, $S_i x_i y_i z_i$ i $S_i \xi_i \eta_i \zeta_i$ w każdej chwili czasu pokrywają się ze sobą. W przypadku pobudzenia zestawu przeciwlotniczego do drgań wygenerowane zaburzenia powodują przemieszczanie się brył i punktów materialnych. Wszystkie przedstawione transformacje są izometryczne.

2.2. Model matematyczny zestawu przeciwlotniczego

Po opracowaniu modelu fizycznego zestawu i przyjęciu niezbędnych układów odniesienia można przystąpić do sformułowania modelu matematycznego. Równania ruchu stanowią zasadniczy trzon zależności analitycznych opisujących działanie zestawu przeciwlotniczego. Równania ruchu wyprowadzane są przy wykorzystaniu sformalizowanego aparatu matematycznego stosowanego w mechanice analitycznej. Zastosowano jedną z metod definiowanych w mechanice analitycznej w postaci równań Lagrange'a II-go rodzaju. Formalizm wynikający z równań Lagrange'a II-go rodzaju wymaga przygotowania funkcji, których argumentami są przemieszczenia uogólnione zmienne w czasie. W tym celu należy przygotować funkcje, które są jednoznacznie określone w mechanice i mają swoją interpretację fizyczną. Do tych funkcji zalicza się energię kinetyczną układu, energię potencjalną układu i zewnętrzne siły niepotencjalne działające na układ. Elementem składowym każdej z wymienionych funkcji są m.in. zależności kinematyczne reprezentowane przez położenie, prędkość i odkształcenie poszczególnych obiektów. Liczba otrzymanych równań ruchu wynika z liczby przyjętych współrzędnych niezależnych *N*.

Równania ruchu zestawu przeciwlotniczego można wyprowadzić korzystając z następującej postaci równań Lagrange'a II-go rodzaju:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_l} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_l} + \frac{\partial U}{\partial q_l} + \frac{\partial R_d}{\partial \dot{q}_l} = Q_l$$
(2.4)

gdzie:

l = 1, 2, ..., N,

- Q_l siły uogólnione działające na punkty materialne i bryły zgodnie z przyjętymi niezależnymi współrzędnymi uogólnionymi q_l ,
- q_l niezależne współrzędne uogólnione układu.

2.2.1. Położenie brył i punktów materialnych oraz odkształcenie elementów podatnych

Jedną z zależności kinematycznych niezbędnych do sformułowania równań Lagrange'a II-go rodzaju jest wyznaczenie położeń wszystkich elementów inercyjnych w dowolnej chwili czasu. Duże przemieszczenia elementów inercyjnych są źródłem tzw. nieliniowości geometrycznej układu.

Położenie punktów materialnych S_i w odpowiadających im układach współrzędnych $0_i x_i y_i z_i$ określone jest jednoznacznie przez wektory $\vec{r_i}$ jak na rysunku 2.2.

$$\vec{r}_{i}(r_{ix_{i}}, r_{iy_{i}}, r_{iz_{i}})$$
(2.5)

Położenie dowolnego punktu A_{ij} każdej bryły *i* w odpowiadających jej układach współrzędnych $S_i \xi_i \eta_i \zeta_i$ określone jest jednoznacznie przez wektory $\vec{\rho}_{ij}$ jak na rysunku 2.4.

$$\vec{\rho}_{ij} \left(\rho_{ij\xi_i}, \rho_{ij\eta_i}, \rho_{ij\zeta_i} \right) \tag{2.6}$$

gdzie:



Rys. 2.4. Położenie punktu A_{ij} w układzie współrzędnych $S_i\xi_i\eta_i\zeta_i$

Korzystając z transformacji $R_{\psi_i \vartheta_i \varphi_i}$ otrzymujemy położenie dowolnego punktu A_{ij} każdej bryły *i* w odpowiadających jej układach współrzędnych $S_i x_i y_i z_i$.

$$\vec{\rho}_{ij} \left(\rho_{ijx_{i}}, \rho_{ijy_{i}}, \rho_{ijz_{i}} \right)$$

$$\rho_{ijx_{i}} = \rho_{ij\xi_{i}} a_{11} + \rho_{ij\eta_{i}} a_{21} + \rho_{ij\zeta_{i}} a_{31}$$

$$\rho_{ijy_{i}} = \rho_{ij\xi_{i}} a_{12} + \rho_{ij\eta_{i}} a_{22} + \rho_{ij\zeta_{i}} a_{32}$$

$$\rho_{ijz_{i}} = \rho_{ij\xi_{i}} a_{13} + \rho_{ij\eta_{i}} a_{23} + \rho_{ij\zeta_{i}} a_{33}$$
(2.7)

Położenie dowolnego punktu każdej bryły *i* w odpowiadających jej układach współrzędnych $0_i x_i y_i z_i$ określone jest jednoznacznie przez wektory \vec{r}_{ij} jak na rysunku 2.5.

$$\vec{r}_{ij} = \vec{r}_i + \vec{\rho}_{ij}$$

$$\vec{r}_{ij} \left(r_{ijx_i}, r_{ijy_i}, r_{ijz_i} \right)$$

$$(2.8)$$

stąd

 $\vec{r}_{ij}(r_{ijx_i}, r_{ijy_i}, r_{ijz_i})$ $r_{ijx_i} = r_{ix_i} + \rho_{ijx_i}$ $r_{ijy_i} = r_{iy_i} + \rho_{ijy_i}$ $r_{ijz_i} = r_{iz_i} + \rho_{ijz_i}$

Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego bryła *i* porusza się względem układu współrzędnych $0_i x_i y_i z_i$ ruchem złożonym, który składa się z ruchu postępowego określonego wektorem $\vec{r_i}$, i ruchu kulistego określonego przez kąty Bryanta ψ_i , ϑ_i , φ_i .

34



Na podstawie liczby stopni swobody układu przyjmowane są niezależne współrzędne uogólnione q_l , które można określić korzystając z odpowiednich współrzędnych wektora $\vec{r_i}$ i kątów Bryanta ψ_i , \mathcal{G}_i , φ_i .

Odkształcenie elementów podatnych jest wielkością niezbędną do wyznaczenia energii potencjalnej sprężystości układu. Bryła jest ciałem sztywnym składającym się z nieskończonej liczby punktów, potencjalnie do każdego z nich mogą być mocowane elementy podatne. Punkty materialne są obiektami, dysponującymi tylko jednym punktem, do którego można zamocować element podatny. Ze względu na uogólnienie zagadnienia związanego z wyznaczeniem odkształcenia elementów podatnych zostanie przedstawiony przypadek mocowania tych elementów do ciała sztywnego.

Jeżeli punkt mocowania elementu podatnego bryły *i* identyfikowany jest przez określoną wartość indeksu *j* to położenie punktu A_{ij} umożliwia wyznaczenie chwilowego odkształcenia. Położenie wyjściowe punktu A_{ij} w układzie współrzędnych $0_i x_i y_i z_i$ i w układzie współrzędnych $S_i \xi_i \eta_i \zeta_i$ określone jest jednoznacznie przez wektor $\vec{\rho}_{ij}^0$. Położenie wyjściowe jest to położenie początkowe układu określone dla chwili czasu t = 0 s. W położeniu wyjściowym układy współrzędnych $0_i x_i y_i z_i$ i $S_i \xi_i \eta_i \zeta_i$ pokrywają się ze sobą. Położenie punktu A_{ij} w dowolnej chwili czasu w układzie współrzędnych $0_i x_i y_i z_i$ określone jest jednoznacznie przez wektor \vec{r}_{ij} określony zależnością (2.8). W związku z tym odkształcenie elementu podatnego mocowanego w punkcie A_{ij} określone jest w dowolnej chwili czasu przez wektor $\vec{\lambda}_{ij}$ jak na rysunku 2.6, gdzie: j = 1, 2, ..., k.

$$\vec{\lambda}_{ij} = \vec{r}_{ij} - \vec{\rho}_{ij}^0 \tag{2.9}$$
stąd

$$\vec{\lambda}_{ij} \left(\lambda_{ijx_i}, \lambda_{ijy_i}, \lambda_{ijz_i} \right) \lambda_{ijx_i} = r_{ix_i} + \rho_{ij\xi_i} \left(a_{11} - 1 \right) + \rho_{ij\eta_i} a_{21} + \rho_{ij\zeta_i} a_{31} \lambda_{ijy_i} = r_{iy_i} + \rho_{ij\xi_i} a_{12} + \rho_{ij\eta_i} \left(a_{22} - 1 \right) + \rho_{ij\zeta_i} a_{32} \lambda_{ijz_i} = r_{iz_i} + \rho_{ij\xi_i} a_{13} + \rho_{ij\eta_i} a_{23} + \rho_{ij\zeta_i} \left(a_{33} - 1 \right)$$

oraz

$$\lambda_{ij} = \sqrt{\lambda_{ijx_i}^2 + \lambda_{ijy_i}^2 + \lambda_{ijz_i}^2}$$
(2.10)



Rys. 2.6. Odkształcenie elementu podatnego $\vec{\lambda}_{ij}$ mocowanego w punkcie A_{ij}

2.2.2. Prędkość brył i punktów materialnych oraz prędkość odkształcenia elementów podatnych

Prędkości elementów inercyjnych w dowolnej chwili czasu są zależnościami kinematycznymi niezbędnymi do wyznaczenia energii kinetycznej układu.

Prędkości punktów materialnych S_i w odpowiadających im układach współrzędnych $0_i x_i y_i z_i$ określone są jednoznacznie przez wektory $\vec{V_i}$ jak na rysunku 2.7.

$$\vec{V}_i = \dot{\vec{r}}_i \tag{2.11}$$

stąd

$$\vec{V}_{i} \left(V_{ix_{i}}, V_{iy_{i}}, V_{iz_{i}} \right)$$
$$V_{ix_{i}} = \dot{r}_{ix_{i}}$$
$$V_{iy_{i}} = \dot{r}_{iy_{i}}$$
$$V_{iz_{i}} = \dot{r}_{iz_{i}}$$



współrzędnych $0_i x_i y_i z_i$

Prędkość dowolnego punktu A_{ij} każdej bryły i w odpowiadających jej układach współrzędnych $0_i x_i y_i z_i$ określona jest jednoznacznie przez wektory \vec{V}_{ij} jak na rysunku 2.8.

$$\vec{V}_{ij} = \vec{r}_{ij} = \vec{r}_{i} + \vec{\rho}_{ij}$$
(2.12)
stąd

$$\vec{V}_{ij} \left(V_{ijx_{i}}, V_{ijy_{i}}, V_{ijz_{i}} \right)$$

$$V_{ijx_{i}} = V_{ix_{i}} + \dot{\rho}_{ijx_{i}}$$

$$V_{ijy_{i}} = V_{iy_{i}} + \dot{\rho}_{ijy_{i}}$$

$$V_{ijz_{i}} = V_{iz_{i}} + \dot{\rho}_{ijz_{i}}$$

gdzie:

$$\dot{\rho}_{ijx_{i}} = \rho_{ij\xi_{i}}\dot{a}_{11} + \rho_{ij\eta_{i}}\dot{a}_{21} + \rho_{ij\zeta_{i}}\dot{a}_{31}$$

$$\dot{\rho}_{ijy_{i}} = \rho_{ij\xi_{i}}\dot{a}_{12} + \rho_{ij\eta_{i}}\dot{a}_{22} + \rho_{ij\zeta_{i}}\dot{a}_{32}$$

$$\dot{\rho}_{ijz_{i}} = \rho_{ij\xi_{i}}\dot{a}_{13} + \rho_{ij\eta_{i}}\dot{a}_{23} + \rho_{ij\zeta_{i}}\dot{a}_{33}$$

oraz

ora

$$\dot{a}_{11} = \dot{\psi}_i a_{13} - \dot{\vartheta}_i \cos \psi_i \sin \vartheta_i$$
$$\dot{a}_{12} = \dot{\vartheta}_i \cos \vartheta_i$$
$$\dot{a}_{13} = \dot{\vartheta}_i \sin \psi_i \sin \vartheta_i - \dot{\psi}_i a_{11}$$
$$\dot{a}_{21} = \dot{\psi}_i a_{23} - \dot{\vartheta}_i \cos \psi_i \cos \vartheta_i \cos \varphi_i + \dot{\phi}_i a_{31}$$
$$\dot{a}_{22} = \dot{\phi}_i a_{32} - \dot{\vartheta}_i \sin \vartheta_i \cos \varphi_i$$
$$\dot{a}_{23} = \dot{\phi}_i a_{33} + \dot{\vartheta}_i \sin \psi_i \cos \vartheta_i \cos \varphi_i - \dot{\psi}_i a_{21}$$
$$\dot{a}_{31} = \dot{\psi}_i a_{33} + \dot{\vartheta}_i \cos \psi_i \cos \vartheta_i \sin \varphi_i - \dot{\phi}_i a_{21}$$

 $\dot{a}_{32} = \dot{\vartheta}_i \sin \vartheta_i \sin \varphi_i - \dot{\varphi}_i a_{22}$ $\dot{a}_{33} = -\psi_i a_{31} - \dot{\vartheta}_i \sin \psi_i \cos \vartheta_i \sin \varphi_i - \dot{\varphi}_i a_{23}$

38



Rys. 2.8. Prędkość punktu A_{ij} w układzie współrzędnych $0_i x_i y_i z_i$

Chwilowa prędkość kątowa każdej bryły *i* w odpowiadających jej układach współrzędnych $S_i \xi_i \eta_i \zeta_i$ określona jest jednoznacznie przez wektory $\vec{\omega}_i$ jak na rysunku 2.9.

$$\vec{\omega}_{i} \left(\omega_{i\xi_{i}}, \omega_{i\eta_{i}}, \omega_{i\zeta_{i}} \right)$$

$$\omega_{i\xi_{i}} = \dot{\varphi}_{i} + \dot{\psi}_{i} \sin \vartheta_{i}$$

$$\omega_{i\eta_{i}} = \dot{\vartheta}_{i} \sin \varphi_{i} + \dot{\psi}_{i} \cos \vartheta_{i} \cos \varphi_{i}$$

$$\omega_{i\zeta_{i}} = \dot{\vartheta}_{i} \cos \varphi_{i} - \dot{\psi}_{i} \cos \vartheta_{i} \sin \varphi_{i}$$
(2.13)



Rys. 2.9. Prędkość kątowa bryły $\vec{\omega}_i$ w układzie współrzędnych $S_i \xi_i \eta_i \zeta_i$

Prędkość odkształcenia elementów podatnych jest wielkością niezbędną do wyznaczenia dyssypatywnej funkcji Rayleigha.

Prędkość odkształcenia elementu podatnego mocowanego w punkcie A_{ij} określona jest w dowolnej chwili czasu przez zależność:

$$\dot{\lambda}_{ij} = \frac{\lambda_{ijx_i} V_{ijx_i} + \lambda_{ijy_i} V_{ijy_i} + \lambda_{ijz_i} V_{ijz_i}}{\lambda_{ij}}$$
(2.14)

2.2.3. Energia kinetyczna

Energia kinetyczna układu składającego się z p punktów materialnych i b brył wyznaczana jest przy wykorzystaniu wielkości kinematycznych określonych zależnościami (2.11) i (2.13) oraz przy uwzględnieniu charakterystyki bezwładności elementów inercjalnych.

Energia kinetyczna punktu materialnego S_i określona jest następującą zależnością:

$$T_{pi} = \frac{1}{2} m_i \left(V_{ix_i}^2 + V_{iy_i}^2 + V_{iz_i}^2 \right)$$
(2.15)

gdzie:

i = 1, 2, ..., p, m_i – masa punktu materialnego *i*.

Energia kinetyczna bryły i określona jest następującą zależnością:

$$\begin{split} T_{bi} &= \frac{1}{2} \Big[m_i \Big(V_{ix_i}^2 + V_{iy_i}^2 + V_{iz_i}^2 \Big) + \\ &+ I_{i\xi_i} \omega_{i\xi_i}^2 + I_{i\eta_i} \omega_{i\eta_i}^2 + I_{i\zeta_i} \omega_{i\zeta_i}^2 - 2I_{i\xi_i\eta_i} \omega_{i\xi_i} \omega_{i\eta_i} + \\ &- 2I_{i\xi_i\zeta_i} \omega_{i\xi_i} \omega_{i\zeta_i} - 2I_{i\eta_i\zeta_i} \omega_{i\eta_i} \omega_{i\zeta_i} \Big] \end{split}$$

gdzie: i = n + 1 + n + 2 + n + h

$$i = p + 1, p + 2,..., p + b,$$

$$m_i - \text{masa bryły } i,$$

$$I_{i\xi_i}, I_{i\eta_i}, I_{i\zeta_i} - \text{momenty bezwładności bryły } i \text{ względem centralnych}$$

osi bezwładności odpowiednio $S_i\xi_i, S_i\eta_i, S_i\zeta_i,$

$$I_{i\xi_i\eta_i}, I_{i\xi_i\zeta_i}, I_{i\eta_i\zeta_i}$$
 – momenty dewiacyjne bryły *i* w płaszczyźnie odpo-
wiednio $\xi_i\eta_i, \xi_i\zeta_i, \eta_i\zeta_i$.

Jeżeli osie $S_i \xi_i$, $S_i \eta_i$, $S_i \zeta_i$ są nie tylko centralnymi, ale również głównymi osiami bezwładności to energia kinetyczna bryły *i* określona jest następującą zależnością:

$$T_{bi} = \frac{1}{2} \left[m_i \left(V_{ix_i}^2 + V_{iy_i}^2 + V_{iz_i}^2 \right) + I_{i\xi_i} \omega_{i\xi_i}^2 + I_{i\eta_i} \omega_{i\eta_i}^2 + I_{i\zeta_i} \omega_{i\zeta_i}^2 \right]$$
(2.16)

Energia kinetyczna zestawu przeciwlotniczego jest sumą energii kinetycznej punktów materialnych i energii kinetycznej brył:

$$T = \sum_{i=1}^{p} T_{pi} + \sum_{i=p+1}^{p+b} T_{bi}$$
(2.17)

2.2.4. Energia potencjalna sprężystości i dyssypatywna funkcja Rayleigha

Właściwości odkształcalnych elementów nieinercyjnych można przedstawić w postaci funkcji składającej się z dwóch argumentów λ_{ii} i $\dot{\lambda}_{ii}$:

$$f_{ij}(\lambda_{ij}, \dot{\lambda}_{ij}) \tag{2.18}$$

gdzie:

40

j = 1, 2, ..., k,

 λ_{ij} – odkształcenie elementu podatnego mocowanego w punkcie A_{ij} ,

 $\dot{\lambda}_{ij}$ – prędkość odkształcenia elementu podatnego mocowanego w punkcie A_{ij} .

Funkcje określone zależnością (2.18) w ogólnym przypadku mogą być nieliniowe względem λ_{ij} i $\dot{\lambda}_{ij}$. Wówczas właściwości elementów odkształcalnych są źródłem tzw. nieliniowości fizycznej. Często do opisu właściwości mechanicznych elementu podatnego przyjmowana jest hipoteza pozwalająca na utworzenie dwóch odrębnych elementów. Jednego restytucyjnego, który opisuje sprężystość elementu i drugiego dyssypatywnego, który uwzględnia tłumienie elementu. W takim przypadku formułowany jest model elementu odkształcalnego o rozdzielonych cechach:

$$f_{ij}(\lambda_{ij}, \dot{\lambda}_{ij}) \approx f_{sij}(\lambda_{ij}) + f_{dij}(\dot{\lambda}_{ij})$$
(2.19)

Jeżeli właściwości mechaniczne elementów podatnych w trakcie drgań zestawu pozwalają na przybliżenie liniowe funkcji $f_{ij}(\lambda_{ij}, \dot{\lambda}_{ij})$ to elementy odkształcalne można przedstawić w postaci kombinowanych modeli reologicznych. Jako model kombinowany często stosowany jest model Voigta-Kelvina składający się z dwóch modeli podstawowych tj. modelu Hooke'a i modelu Newtona, jak na rysunkach 2.10 i 2.11. W takim przypadku dla zestawu przeciwlotniczego należy sformułować energię potencjalną sprężystości i dyssypatywną funkcję Rayleigha. Te wielkości fizyczne umożliwiają zredagowanie równań Lagrange'a II-go rodzaju.



Rys. 2.10. Podstawowe modele reologiczne

Rys. 2.11. Przykład kombinowanego modelu reologicznego

Po wprowadzeniu omówionych założeń energię potencjalną sprężystości zestawu przeciwlotniczego można wyznaczyć wykorzystując następującą zależność:

$$U_{s} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{k} k_{ij} \lambda_{ij}^{2}$$
(2.20)

gdzie:

 k_{ii} – współczynnik sztywności.

Natomiast dyssypatywna funkcja Rayleigha zestawu przeciwlotniczego określona jest następującą zależnością:

$$R_d = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k c_{ij} \dot{\lambda}_{ij}^2$$

gdzie:

 c_{ii} – współczynnik tłumienia.

2.2.5. Energia potencjalna jednorodnego pola sił grawitacyjnych

Ruch zestawu przeciwlotniczego odbywa się w jednorodnym polu grawitacyjnym. Poprawność przyjęcia takiego modelu pola grawitacyjnego wynika z bliskiego zasięgu rakiet stanowiących wyposażenie zestawu. Na każdy element inercyjny działa siła przyciągania ziemskiego. Wartość siły ciężkości zależy od masy punktu materialnego lub bryły oraz od pola przyspieszenia ziemskiego. Zestaw przeciwlotniczy w ogólnym przypadku jest układem zmiennym w czasie. Zmianie ulega zarówno masa układu jak i jego rozkład. W związku z tym równania ruchu układu muszą uwzględniać zależności matematyczne wynikające z oddziaływania na zestaw jednorodnego pola sił grawitacyjnych.

Energia potencjalna pola sił grawitacyjnych zestawu przeciwlotniczego określona jest następującą zależnością:

$$U_g = \sum_{i=1}^n m_i g h_i \tag{2.21}$$

gdzie:

| | | 1. 1 1 |
|--------------------------|---|---------------------------------------------------------|
| i = 1, 2,, p | _ | dotyczy punktu materialnego, |
| i = p + 1, p + 2,, p + b | _ | dotyczy bryły, |
| m_i | _ | masa punktu materialnego <i>i</i> oraz bryły <i>i</i> , |
| g | _ | przyspieszenie ziemskie, |
| h_i | _ | pionowe przemieszczenie punktu materialnego S_i |
| | | oraz środka masy bryły S_i . |

Energia potencjalna jest równa pracy sił ciężkości podczas przesunięcia punktu materialnego lub bryły z położenia wyjściowego S_i^0 do położenia wynikającego z zaburzeń ruchu podstawowego S_i^1 jak na rysunku 2.12.



Rys. 2.12. *Przemieszczenie elementu inercyjnego w polu sił grawitacyjnych*

Energia potencjalna zestawu przeciwlotniczego jest sumą energii potencjalnej sprężystości i energii potencjalnej pola sił grawitacyjnych:

$$U = U_s + U_g \tag{2.22}$$

2.2.6. Siły niepotencjalne

Do sił niepotencjalnych działających w zestawie przeciwlotniczym możemy zaliczyć siły tłumienia, siły sterujące i siły wynikające z ruchu obiektu zmiennego w czasie. Sposób uwzględnienia zjawiska dyssypacji energii w postaci zależności matematycznej opisującej przyjęty model reologiczny został przedstawiony podczas omawiania właściwości odkształcalnych elementów nieinercyjnych.

Do sterowania układem giroskopowym stanowiącym obiekt mechaniczny w układzie koordynatora każdej rakiety wykorzystywany jest człon sterujący, który generuje odpowiednie siły sterujące. Zadaniem sił sterowania jest taka zmiana orientacji w przestrzeni osi giroskopu, aby oś ta w każdej chwili czasu śledziła Linię Obserwacji Celu.

Pocisk rakietowy jest obiektem zmiennym w czasie, w związku z tym sformułowanie adekwatnego modelu rakiety uwarunkowane jest zastosowaniem odpowiedniej teorii [154, 156, 196, 203, 215]. Fundamentalne znaczenie dla opracowania dynamiki rakiety ma niewątpliwie dynamika punktu o zmiennej masie opracowana przez I. W. Mieszczerskiego. Równania ruchu bryły o zmiennej masie wyprowadzone na podstawie teorii przedstawionej przez I. W. Mieszczerskiego uwzględniają wprowadzenie dodatkowej siły, która nazywana jest siłą reaktywną. Siła reaktywna uwzględnia proces zmniejszania masy bryły wraz z upływem czasu. Istotną różnicą między równaniami ruchu bryły o zmiennej masie, a równaniami ruchu ciała sztywnego jest:

- a) występowanie sił i momentów reaktywnych,
- b) przyjęcie masy, momentów bezwładności i momentów dewiacyjnych jako funkcji czasu.

W wielu zastosowaniach rzeczywistych potraktowanie układu zmiennego w czasie jako ciała sztywnego prowadzi do nieznacznych różnic, które można pominąć. W ten sposób upraszcza się proces modelowania i analizy. Niestety rakieta jest obiektem wymagającym uwzględnienia teorii opartej na rozumowaniu I. W. Mieszczerskiego. Ruch podstawowy rakiety odbywa się dzięki działaniu silnika rakietowego. Spalanie się paliwa w komorze silnikowej powoduje zmianę masy i przemieszczanie się środka masy rakiety. Prędkość zmiany położenia środka masy rakiety względem jej korpusu jest niewielka. Środek masy rakiety przemieszcza się wzdłuż osi podłużnej korpusu. W związku z tym można przyjąć założenie, że jedynym składnikiem siły reaktywnej jest ciąg silnika rakietowego. Siła ta przyłożona jest w środku masy rakiety i działa wzdłuż jej osi podłużnej. Zarówno masa rakiety jak i jej momenty bezwładności są w ogólnym przypadku funkcjami czasu. Takie założenie umożliwia racjonalne uwzględnienie rakiety jako obiektu zmiennego w czasie i zarazem stanowiącego element zestawu przeciwlotniczego.

Wyznaczenie sił uogólnionych Q_l jest niezbędne do sformułowania równań Lagrange'a II-go rodzaju w postaci określonej zależnością (2.4). Do sił uogólnionych Q_l można zaliczyć omówione w tym rozdziale siły sterujące oraz ciąg silników rakietowych.

2.3. Podsumowanie

W rozdziale 2 zaprezentowana jest ogólna metoda formułowania modelu fizycznego oraz modelu matematycznego przeciwlotniczego zestawu rakietowego. Model matematyczny uwzględnia sposób określania zależności fizycznych niezbędnych do opracowania równań Lagrange'a II-go rodzaju w postaci określonej zależnością (2.4). W kolejnych podrozdziałach przedstawiona jest zasada wyboru niezależnych współrzędnych uogólnionych układu q_l , zasada wyznaczania energii kinetycznej układu T, energii potencjalnej układu U, dyssypatywnej funkcji Rayleigha R_d oraz określania sił uogólnionych Q_l . Równania ruchu wyprowadzane są poprzez wykorzystanie sformalizowanego aparatu matematycznego stanowiącego podstawę zastosowania równań Lagrange'a II-go rodzaju. Przedstawione zagadnienia nie wyczerpują tematu szczegółowego opracowania modelu matematycznego opisującego działanie zestawu przeciwlotniczego, a są jedynie próbą uogólnienia metody postępowania przy wyprowadzaniu rozwiniętej formy równań. Na podstawie przeprowadzonego w tym rozdziale rozumowania opracowany został przestrzenny model matematyczny zestawu. Model ten wraz z niezbędnymi szczegółami przedstawiony jest w następnym rozdziale.

3 MODEL FIZYCZNY SAMOBIEŻNEGO PRZECIWLOTNICZEGO ZESTAWU RAKIETOWEGO

W niniejszym rozdziale przedstawiony jest model fizyczny samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego składającego się z pięciu następujących, podstawowych obiektów:

- 1) pojazdu samochodowego,
- 2) operatora i kierowcy siedzących na fotelach,
- 3) wyrzutni,
- 4) czterech rakiet wraz z giroskopowymi układami śledzenia celu,
- 5) celu.

Każdy z obiektów stanowi niezbędny składnik w realizacji podstawowego zadania postawionego przed zestawem przeciwlotniczym, jakim jest zniszczenie przez wystrzeloną rakietę celu. Obiekty są złożonymi układami spełniającymi określone funkcje. Ich geometria, struktura, wartości parametrów powinny być podporządkowane właściwemu funkcjonowaniu zestawu jako całości. Pojęcie optymalnej konstrukcji danego obiektu związane jest m.in. z nieszkodliwym jego oddziaływaniem na pozostałe elementy zestawu. Samo oddziaływanie obiektów na siebie związane jest z emisją zaburzeń generowanych przez poszczególne ich elementy składowe. Jeżeli zaburzenia nie wpływają negatywnie na komfort działania rakiety to oddziaływania traktowane są jako nieszkodliwe. Praca zestawu to nieustanna koincydencja zachodzących procesów. W związku z tym jednym z zasadniczych problemów dotyczących analizy zestawu przeciwlotniczego jest właściwe przyjęcie modelu. Uwzględnienie szczegółów konstrukcyjnych związane jest z efektywnością obliczeń numerycznych i niezbędnością merytoryczną ocenianą pod katem zjawisk dynamicznych. Nie wszystkie bowiem części składowe pięciu wyróżnionych obiektów w jednakowym stopniu wpływają na zadania realizowane przez zestaw. Właściwa ich degeneracja determinuje zachowanie przez zbudowany model dynamicznych cech rzeczywistego systemu. Przy formułowaniu modelu zwrócono na powyższe aspekty uwagę, koncentrując się na głównym celu niniejszego opracowania.

Zakładamy, że w przypadku ogólnym rozpatrywany układ nie ma budowy symetrycznej względem podłużnej płaszczyzny pionowej, przechodzącej przez środek masy układu. Symetria dotyczy niektórych wymiarów geometrycznych, oraz właściwości elementów podatnych. Układ elementów inercyjnych w ogólnym przypadku odbiega od takiej symetrii. Wieża wyrzutni może obracać się względem cokołu. Oznacza to, że obraca się platforma, a wraz z nią przemieszczają się również prowadnice. Prowadnice mogą dodatkowo obracać się względem platformy. Prowadzi to generalnie do asymetrii rozkładu mas. Rozważany układ sprowadzamy do postaci strukturalnego modelu o budowie dyskretnej, który opisuje zjawiska mające charakter oddziaływań mechanicznych.

W każdym podrozdziale przedstawiony jest model jednego z pięciu podstawowych obiektów zestawu przeciwlotniczego. Każdy z obiektów jest elementem składowym układu. Układ traktowany jest jako jeden złożony obiekt. Skoro nie są rozpatrywane układy częściowe to można mówić o liczbie stopni swobody układu jako całości. W opracowaniu wprowadzono pojęcie liczby stopni swobody dla poszczególnych obiektów składowych. Jest to zabieg czysto formalny, który ułatwia klarowne przedstawienie problemu, ale z punktu widzenia merytorycznej interpretacji jest niewłaściwy. Autor zwraca uwagę na tę nieścisłość nomenklaturową, która w przypadku złożonej struktury układu pozwala na precyzyjne omówienie poszczególnych obiektów składowych.

3.1. Model fizyczny pojazdu samochodowego

Pojazd samochodowy jest nośnikiem, na którym zamontowana jest wyrzutnia przeciwlotniczych pocisków rakietowych. Dzięki temu zestaw uzyskuje mobilność, czyli niezwykle istotną cechę, która ma niebagatelne znaczenie na współczesnym polu walki. Możliwość szybkiej zmiany aktualnego położenia i ścisła współpraca ze zautomatyzowanym systemem obrony przeciwlotniczej daje większą szansę na zlokalizowanie nieprzyjaciela i jego wyeliminowanie z walki. W zależności od zagrożenia i występujących potrzeb zastosowanie pojazdu pozwala na zabezpieczenie zagrożonej atakiem wroga strefy. Pojazd w każdej chwili może przemieścić się w zagrożony rejon i ubezpieczać stacjonujące tam oddziały lub sprzęt. W przypadku bezpośredniego ataku nieprzyjaciela z powietrza sprawna zmiana położenia zestawu daje większą szansę neutralizacji przeciwnika.

Strzelanie do celu może odbywać się zarówno z pojazdu stojącego jak i poruszającego się po zadanej nawierzchni. Opracowany model pozwala na przeprowadzenie symulacji numerycznej w obu tych przypadkach. Pojazd stojący to układ znajdujący się w statycznym położeniu równowagi. Na zestaw nie działa wymuszenie zewnętrzne. Zaburzenia generowane w układzie związane są wyłącznie z procesem wystrzelenia najpierw pierwszej, a następnie kolejnej rakiety. Można również w tym przypadku rozpatrywać drugi wariant. Pojazd stoi w miejscu, a na niego działa wymuszenie zewnętrzne od strony drogi. Taki model wymuszenia odpowiada rzeczywistym warunkom jakie mogą powstać na skutek pobliskiego wybuchu naziemnego, który spowoduje ruch tektoniczny skorupy ziemskiej w bezpośredniej okolicy stojącego pojazdu. Funkcję opisującą kształt takiego wymuszenia można przyjąć zgodnie z zasadą intensywnych oddziaływań źródła zaburzeń. Ze względu na zdeterminowane ujęcie zachodzących procesów takie założenie traktować należy jako formę testu, któremu poddany zostaje rozpatrywany układ. Zastosowanie ekstremalnego wymuszenia pozwala na uzyskanie wniosków dotyczących granicznych możliwości skutecznego użycia zestawu w warunkach bojowych. W przypadku pojazdu stojącego redukcja struktury układu podyktowana jest słabymi oddziaływaniami poszczególnych jego elementów. Przy formułowaniu modelu pojazdu zrezygnowano z oddziaływań wynikających z pracy takich elementów podwozia jak układ napędowy, kierowniczy i hamulcowy oraz z pracy silnika, gdyż układy te nie działają.

Zazwyczaj ogólny ruch pojazdu traktowany jest jako złożenie ruchu podstawowego i zaburzeń ruchu podstawowego. W przyjętym modelu założono, że ruch podstawowy pojazdu jest prostoliniowym ruchem jednostajnym. W związku z tym zasadne jest wprowadzenie szeregu uproszczeń w budowie modelu pojazdu. Wpływ zaburzeń w układzie kierowniczym na drgania układu jezdnego pominięto. Układ hamulcowy nie działa, a układ napędowy i silnik są na tyle starannie wykonane i wyrównoważone, że nie stanowią istotnego źródła drgań. Zachowana jest również jednorodność promieniowa sztywności ogumienia i wyrównoważenie kół stanowiących element układu jezdnego. Poza tym niewielka predkość postępowa pojazdu uzasadnia pominięcie oporów aerodynamicznych. Konkludując stwierdzamy, że pojazd nie jest źródłem wymuszeń wewnetrznych, natomiast działa na niego wymuszenie zewnętrzne wynikające z pokonywania przez koła samochodu pionowych nierówności nawierzchni drogi. Współpraca koła ogumionego z nawierzchnią drogi to problem, który sam w sobie wymaga odrębnych studiów. W niniejszym opracowaniu założono a priori, że wymuszenie ma postać kinematyczną określoną przebiegiem pionowych przemieszczeń styku koła z nawierzchnią drogi, a model pojazdu uwzględnia promieniową odkształcalność ogumienia. W rozważaniach wymuszenie przyjęte jest jako zdeterminowany model sygnałów wejściowych o trzech postaciach. Pierwsza postać to droga idealnie gładka, tzn. na zestaw nie działa wymuszenie zewnętrzne. Model taki umożliwia sprawdzenie, czy w warunkach idealnych można z jadącego samochodu skutecznie wystrzelić rakietę i przy jakiej prędkości postępowej pojazdu przekroczone są warunki bezpieczeństwa i ograniczenia techniczne. Odpowiedź pozytywna sugeruje konieczność sprawdzenia zachowania się układu w warunkach mniej korzystnych. Określona w ten sposób graniczna prędkość postępowa jest miernikiem ekstremalnych możliwości zestawu w idealnie stworzonych warunkach i stanowi punkt odniesienia do dalszych badań. Druga postać to poprzeczny, pojedynczy garb ustawiony w poprzek kierunku jazdy samochodu. W tym przypadku jest to pojedynczy impuls o określonym kształcie. Trzecia postać to model uwzględniający profil nawierzchni drogi. Model sygnałów wejściowych odzwierciedla nierówności nawierzchni drogi w postaci funkcji określonych przez znane charakterystyki widmowej gestości mocy. Na podstawie istniejącej klasyfikacji dróg wybrano nawierzchnie nieutwardzona.

Biorąc pod uwagę sformułowany cel pracy i przedstawione powyżej założenia pojazd samochodowy zamodelowano w postaci czterech mas i ośmiu elementów odkształcalnych, jak na rysunku 3.1 [86, 117, 143, 190].

48



Rys. 3.1. Model fizyczny pojazdu samochodowego

Nadwozie stanowi ciało doskonale sztywne o masie m_n i momentach bezwładności I_{nx} , I_{nz} . Podwozie pojazdu składa się z przedniego zawieszenia niezależnego i z tylnego zawieszenia zależnego. Most przedni pojazdu wraz z kołami zredukowany jest do dwóch mas skupionych m_{11} i m_{12} . Most tylny pojazdu wraz z kołami zredukowany jest do ciała doskonale sztywnego o masie m_m i momencie bezwładności I_{mx} . Charakterystyki podatności promieniowej ogumienia kół przednich i tylnych oraz charakterystyki podatności zawieszenia przedniego i tylnego są liniowymi modelami Voigta-Kelvina. W związku z tym charakterystyki nieważkich elementów odkształcalnych reprezentowane są przez następujące współczynniki sztywności i tłumienia: k_{11} i c_{11} oraz k_{12} i c_{12} określają ogumienie kół przednich, k_{13} i c_{13} oraz k_{14} i c_{14} określają ogumienie kół tylnich, k_{21} i c_{21} oraz k_{22} i c_{22} określają zawieszenie mostu przedniego, k_{23} i c_{23} oraz k_{24} i c_{24} określają zawieszenie mostu tylnego. Na rysunkach 3.2, 3.3 i 3.4 przedstawiona jest m.in. charakterystyka geometryczna pojazdu samochodowego w zakresie niezbędnym do przeprowadzenia analizy dynamiki zestawu. Rysunki 3.2, 3.3 i 3.4 powstały na podstawie rysunku przestrzennego 3.1 po przyjęciu normalnego układu rzutów prostokątnych. Oczywiście są to tylko uproszczone schematy poglądowe, które nie stanowią precyzyjnego odwzorowania. Przyjęcie nomenklatury stosowanej w rzutach prostokątnych jest przesłanka do zwiększenia czytelności prezentowanych rysunków. Na rysunku 3.2 pokazany jest rzut główny modelu pojazdu samochodowego.



Rys. 3.2. Rzut główny modelu pojazdu samochodowego

Na rysunku 3.3 pokazany jest rzut boczny lewy modelu pojazdu samochodowego z uwzględnieniem przedniego mostu napędowego. Tylny most napędowy został na tym rysunku pominięty.



Rys. 3.3. Rzut boczny lewy modelu pojazdu samochodowego z uwzględnieniem wyłącznie przedniego mostu napędowego

Na rysunku 3.4 pokazany jest rzut boczny lewy modelu pojazdu samochodowego z uwzględnieniem tylnego mostu napędowego. Przedni most napędowy został na tym rysunku pominięty.



POJAZD SAMOCHODOWY

Rys. 3.4. Rzut boczny lewy modelu pojazdu samochodowego z uwzględnieniem wyłącznie tylnego mostu napędowego

Liczba stopni swobody wynikająca ze sformułowanej struktury modelu pojazdu samochodowego opisującego zaburzenia ruchu podstawowego w przestrzeni wynosi siedem.

Do wyznaczenia położeń nadwozia o masie m_n i momentach bezwładności I_{nx} , I_{nz} w dowolnej chwili czasu przyjęto trzy niezależne współrzędne uogólnione:

 y_n – pionowe przemieszczenie środka masy S_n nadwozia,

 φ_n – kąt obrotu nadwozia dookoła osi $S_n x_n$,

 \mathcal{G}_n – kąt obrotu nadwozia dookoła osi $S_n z_n$.

Do wyznaczenia położeń podwozia, czyli przedniego mostu napędowego wraz z kołami zredukowanego do dwóch mas skupionych m_{11} i m_{12} oraz tylnego mostu napędowego wraz z kołami zredukowanego do ciała doskonale sztywnego masie m_m i momencie bezwładności I_{mx} w dowolnej chwili czasu przyjęto cztery niezależne współrzędne uogólnione:

a) przedni most napędowy:

- y_{11} pionowe przemieszczenie pierwszego elementu o masie skupionej m_{11} ,
- y_{12} pionowe przemieszczenie drugiego elementu o masie skupionej m_{12} ;

50

- b) tylny most napędowy:
 - y_m pionowe przemieszczenie środka masy S_m tylnego mostu napędowego,
 - φ_m kąt obrotu tylnego mostu napędowego dookoła osi $S_m x_m$.

3.2. Model fizyczny człowieka

Do obsługi omawianego zestawu przeciwlotniczego niezbędny jest człowiek. W zależności od wybranego wariantu działania zestawu wymagana jest jedna lub dwie osoby. Warianty pracy zestawu wynikają z zachowania się pojazdu:

a) pojazd stoi - zestaw obsługiwany jest przez operatora,

b) pojazd jedzie – zestaw obsługiwany jest przez operatora i kierowcę.

Niezależnie od aktualnie wybranego wariantu elementem decyzyjnym jest zawsze człowiek. Od jego zachowania, oceny panujących warunków, sprawności w wykonywaniu czynności manipulacyjnych i szybkości w podejmowaniu właściwych decyzji zależy skuteczność działania zestawu.

Człowiek jest skomplikowanym układem biologicznym, którego funkcjonowanie uwarunkowane jest aktualnym stanem psychofizycznym. Fluktuacja zachowań i cech biologicznych jednostki oraz szeroka paleta potencjalnych osób mogących obsługiwać zestaw przeciwlotniczy nie ułatwia zadania związanego z przyjęciem adekwatnego modelu operatora. Unifikacja organizmu ludzkiego to zadanie niewykonalne. W biomechanicznym ujęciu zagadnień związanych z modelowaniem człowieka bardzo istotną rolę odgrywa kręgosłup. Kręgosłup stanowi centralną oś ciała człowieka. Do podstawowych zadań kręgosłupa zalicza się m.in. funkcję podporową. Obciążenia działające na jego poszczególne odcinki narastają w miarę zbliżania się do podstawy w okolicy miednicy. Największe są w dolnym odcinku lędźwiowym. Inną funkcją kręgosłupa jest dźwiganie górnego odcinka ciała, w tym głowy i kończyn górnych. Stanowi on także miejsce przyczepu kości i mieśni kończyn. Budowa kregosłupa powoduje, że jest on jednocześnie wytrzymały i bardzo elastyczny. Kręgosłup zbudowany jest z kregów, w których wyróżnia sie masywny trzon oraz cienki i zróżnicowany łuk. Głównym zadaniem trzonów kregów jest dźwiganie masy ciała. Łuki natomiast tworzą osłonę rdzenia kręgowego, a także zapewniają połączenia stawowe pomiędzy poszczególnymi kręgami. Są również miejscem przyczepu wiązadeł i mięśni. Kręgosłup zbudowany jest z: 7 kręgów szyjnych, 12 piersiowych, 5 lędźwiowych, 5 krzyżowych (zrośniętych i tworzących kość krzyżową) oraz 1-2 kręgów guzicznych (szczatkowych). Budowa poszczególnych kregów, ich rozmiary i kształty różnia sie ze względu na funkcję i obciążenia, którym są poddawane. Im niżej położone kręgi tym zbudowane są masywniej. Pomiędzy trzonami kręgów znajdują się krążki międzykręgowe zbudowane z mającego konsystencję żelu jądra miażdżystego, otoczonego kilkunastoma warstwami tkanki łącznej, czyli tzw. pierścieniem włóknistym. Jądro miażdzyste jest znaczącym amortyzatorem, pochłania ono energie związana z siłami działającymi wzdłuż osi kregosłupa i przenosi napiecia i naciski równomiernie we wszystkie strony. Ciśnienie wywierane na krażek międzykręgowy zależy od pozycji ciała i wykonywanej przez człowieka czynności. U osobnika o masie ciała ok. 70 kg na trzeci krąg lędźwiowy w pozycji siedzącej działa siła 142 daN. Siła ta może wielokrotnie zwiększać się w zależności od obciążeń działających na organizm człowieka. Największe naciski działają w pozycji siedzącej z jednoczesnym pochyleniem ciała ku przodowi. Reasumując stwierdza sie, że kregosłup zbudowany jest z elementów sztywnych (kręgów) przedzielonych elementami elastycznymi (krążkami międzykręgowymi). Dodatkowo wzmocniony jest wytworzonym z tkanki łącznej systemem wiązadeł, układem jamy brzusznej, mięśni oraz strukturami klatki piersiowej. Cały ten złożony układ biomechaniczny znajduje się pod stałym napięciem. Esowate ukształtowanie kregosłupa powoduje dodatkowe jego resorowanie. Istniejące krzywizny są następstwem przyjęcia wyprostowanej postawy ciała. Przeciętna siła nośna kręgosłupa wynosi ok. 350 daN. W odcinku szyjnym wynosi ok. 113 daN, w piersiowym ok. 210 daN, a lędźwiowym ok. 400 daN. W warunkach normalnie działających obciążeń siły działające na kręgosłup są mniejsze. Wytrzymałość kręgosłupa zależy od czasu działania obciążenia. Zbyt krótki czas narastania obciążenia nie pozwala aby wszystkie mechanizmy amortyzujące mogły zadziałać. Takie zjawisko występuje podczas wystrzeliwania pocisku rakietowego. Poprzez układ obręczy barkowej (struktur kostnych i mięśni) obciążenia z kręgosłupa przenoszą się na kończyny górne, powodując zaburzenie ruchów precyzyjnych. Poprzez złącze kręgowo-podstawne (połączenie odcinka szyjnego kręgosłupa z czaszką) drgania przenoszone są także na głowę. Może to powodować znaczące utrudnienie śledzenia celu na skutek zaburzenia fiksacji wzroku i osłabienia ostrości widzenia. Przy dużych i gwałtownych obciążeniach może także dochodzić do przemieszczeń struktur mózgowia w sztywnej puszce kostnej, która stanowi czaszka. Zabezpieczający przed wstrzasami i chroniący ośrodkowy układ nerwowy płaszcz wodny utworzony przez płyn mózgowo-rdzeniowy może okazać się nie wystarczający. W takich warunkach może także podlegać zaburzeniom przepływ krwi przez mózgowie i siatkówkę oka.

3.2.1. Model fizyczny operatora

Człowiek jest operatorem zestawu przeciwlotniczego. Zestaw może być obsługiwany przez człowieka z zewnątrz stojącego pojazdu lub z wnętrza samochodu. W sformułowanym modelu rozpatrywane są oba warianty. Jeżeli operator znajduje się w pojeździe to może wykonywać swoje funkcje w stojącym lub poruszającym się samochodzie. W przypadku pojazdu poruszającego się po bezdrożach pola walki do obsługi zestawu niezbędnych jest dwóch ludzi. Jednym z nich jest kierowca, którego zadaniem jest wybranie najkorzystniejszych parametrów jazdy. Wybór kierunku i prędkości ruchu pojazdu podyktowany jest optymalnym funkcjonowaniem zestawu przeciwlotniczego. W granicach określonych warunkami zewnętrznymi kierowca podejmuje decvzje o postaci wymuszenia działającego na zestaw od strony drogi. Obok kierującego pojazdem siedzi operator zestawu, którego zadaniem jest obsługa przyrządów nawigacyjnych. Operator dysponuje układem składającym się z przenośnego komputera wraz z monitorem i joystickiem. Monitor to interfejs wyjściowy przekazujący obraz z kamery termowizyjnej umieszczonej na wyrzutni. Sterowanie ruchem wyrzutni odbywa się poprzez odpowiednia manipulacje joystickiem. Z wozu zautomatyzowanego dowodzenia obrona przeciwlotnicza przekazywane sa informacje o zbliżającym się nieprzyjącielu. Na ich podstawie operator przeszukuje wskazany rejon i przechwytuje zbliżający się cel. Obraz przeszukiwanego terenu wyświetlany jest na ekranie monitora. Po ukazaniu się na monitorze sylwetki nieprzyjacielskiego obiektu operator tak przemieszcza kursor znajdujący się na ekranie, aby pokrył on się z obrazem celu. Kursor zmienia swój kształt graficzny informując o zakończeniu etapu przechwytywania celu. Rozpoczyna się proces śledzenia nieprzyjacielskiego obiektu przez zestaw. Od tej chwili zachodzące zjawiska są uwzględnione w sformułowanym modelu. Operator wybiera, które rakiety, ile rakiet i w jakiej kolejności zostaną wystrzelone. O momencie wystrzelenia rakiet decyduje operator, który naciska język spustowy znajdujący się na obudowie joysticka. Zestaw przed wykonaniem polecenia sprawdza, czy spełnione są założone kryteria odnośnie kinematycznych warunków startu. W opracowanym modelu przyjętym kryterium jest graniczna prędkość kątowa linii obserwacji celu. Po uzyskaniu pozytywnej odpowiedzi następuje uruchomienie silnika startowego pierwszej rakiety. Proces śledzenia nieprzyjacielskiego obiektu trwa nadal, a do wystrzelenia przygotowywana jest druga rakieta. W chwile po zejściu z wyrzutni pierwszego pocisku wystrzeliwany jest drugi pocisk. Zestaw dysponuje czterema rakietami wiec operator może podjąć decyzję o wystrzeleniu do tego samego celu następnych dwóch pocisków. Przyczyną generowania drgań w układzie sa wymuszenia zewnetrzne pochodzące od nawierzchni drogi po której porusza się pojazd oraz zaburzenia wewnętrzne wynikające z ruchu rakiet wzdłuż prowadnicy wyrzutni. W przypadku stojącego pojazdu do obsługi zestawu niezbędny jest jeden człowiek, który wykonuje funkcje operatora. Wówczas źródłem drgań jest zasadniczo ruch rakiet wzdłuż prowadnicy wyrzutni, ale możliwe są również wymuszenia zewnętrzne, których przyczyna generowania opisana została w poprzednim rozdziale.

Operator podczas pracy siedzi na amortyzowanym fotelu, który umieszczony jest w kabinie samochodu. Powstające w zestawie zaburzenia przenoszone są na operatora. Drgania nadwozia wymuszają niepożądany ruch fotela, który powoduje dyskomfort pracy dla siedzącego na nim człowieka. Organizm ludzki w uproszczeniu złożony jest z narządów wewnętrznych o określonej inercji. W związku z tym generowane w układzie wymuszenia wpływają na wartość obciążeń jakim jest poddany np. kręgosłup, mózgowie, wątroba, śledziona, płuca, serce, żołądek, nerki oraz kończyny. Mimo zaistniałych zaburzeń operator musi skupić się na przyrządach nawigacyjnych. Z punktu widzenia skuteczności pracy operatora istotny jest poziom drgań narządów wewnętrznych oraz ruch względny powstający między przemieszczeniem głowy a przyrządami nawigacyjnymi. Spadek percepcji widzenia, słuchu, centralnego układu nerwowego, kontroli działania mięśni oraz znużenie spowodowane kolejnym wystrzeleniem pocisku może powodować nieprecyzyjne wystrzelenie następnego pocisku. Zaburzenia komfortu pracy operatora wpływają niekorzystnie na wykonywane przez niego czynności. W efekcie może zostać zakłócony proces przechwycenia i śledzenia celu oraz przesunięty w czasie moment wystrzelenia rakiety. Czynniki te decydują o osiągnięciu celu przez rakietę bliskiego zasięgu, która w krótkim okresie czasu musi wypracować skuteczną trajektorię lotu.

Do oceny reakcji człowieka znajdującego się w pozycji siedzącej w zestawie przeciwlotniczym i poddanego drganiom wybrano model antropodynamiczny stosowany do analizy komfortu jazdy samochodów [126, 175, 184]. Przyjęto, że operator umieszczony jest w pojeździe obok kierowcy w ogólnym przypadku niesymetrycznie względem płaszczyzny pionowej przechodzącej przez środek masy samochodu. Ruch podstawowy operatora wraz z fotelem jest ściśle związany z ruchem podstawowym nośnika. Fotel, na którym siedzi operator, zamodelowany jest w postaci masy skupionej i dwóch elementów odkształcalnych, jak na rysunku 3.5. Fotel połączony jest z nadwoziem za pomocą pasywnego elementu sprężystotłumiącego o parametrach liniowych k_{f11} i c_{f11} . Siedzisko o masie m_{f1} wyłożone

jest poduchą wykonaną z gąbki o charakterystyce liniowej k_{f21} i c_{f21} .



Rys. 3.5. Model fizyczny układu fotel-operator zestawu przeciwlotniczego

Na amortyzowanym fotelu siedzi operator w postaci modelu Wambold'a, jak na rysunku 3.5. Wartości parametrów tego modelu przyjęto według S. Rakheja. Masa m_{c11} reprezentuje pośladki i kończyny dolne, masa m_{c21} reprezentuje wątrobę, żołądek, śledzionę i nerki, a masa m_{c31} reprezentuje mózgowie, płuca i serce. W modelu tym założono, że masa m_{c11} jest sztywno związana z kręgosłupem, masa m_{c21} za pomocą pasywnego elementu sprężysto-tłumiącego o parametrach liniowych k_{c21} i c_{c21} , natomiast masa m_{c31} za pomocą pasywnego elementu sprężysto-tłumiącego o parametrach liniowych k_{c31} i c_{c31} . Na rysunku 3.5 przedstawiona jest również charakterystyka geometryczna operatora siedzącego na fotelu w zakresie niezbędnym do przeprowadzenia analizy dynamiki zestawu.

Liczba stopni swobody wynikająca ze sformułowanej struktury modelu operatora siedzącego na fotelu opisującego zaburzenia ruchu podstawowego w przestrzeni wynosi cztery.

Do wyznaczenia położeń fotela o masie m_{f1} w dowolnej chwili czasu przyjęto jedną niezależną współrzędną uogólnioną:

 y_{f11} – pionowe przemieszczenie masy skupionej m_{f1} .

Do wyznaczenia położeń operatora, czyli pośladków i nóg określonych masą skupioną m_{c11} , wątroby, żołądka, śledziony i nerek określonych masą skupioną m_{c21} oraz mózgowia, płuc i serca określonych masą skupioną m_{c31} w dowolnej chwili czasu przyjęto trzy niezależne współrzędne uogólnione:

 y_{c11} – pionowe przemieszczenie masy skupionej m_{c11} ,

 y_{c21} – pionowe przemieszczenie masy skupionej m_{c21} ,

 y_{c31} – pionowe przemieszczenie masy skupionej m_{c31} .

3.2.2. Model fizyczny kierowcy

Człowiek jest kierowcą zestawu przeciwlotniczego. Jego rolą jest świadome prowadzenie pojazdu samochodowego. Kierowca musi zdawać sobie sprawę z ograniczeń związanych ze skutecznym działaniem zestawu. Powinien zwrócić uwagę na zagwarantowanie komfortu pracy operatorowi, startującym rakietom i układom śledzenia celu poprzez wybranie stałego kierunku ruchu i utrzymanie niezmiennej prędkości jazdy. Wybór najkorzystniejszych parametrów jazdy podyktowany jest również warunkami zewnętrznymi, które związane są ze stanem drogi. W pewnym stopniu od kierowcy zależy postać wymuszenia działającego na zestaw od strony drogi. Gwałtowne manewry i zmienna prędkość jazdy powodują generowanie dodatkowych sił bezwładności, a przejazd z dużą prędkością przez nierówności terenu nie sprzyja wypracowaniu przez zestaw parametrów umożliwiających osiągnięcie celu przez rakietę. Formułując model układu założono, że pojazd porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym po drodze, która może generować zaburzenia ruchu podstawowego.

Do oceny reakcji kierowcy znajdującego się w pozycji siedzącej w zestawie przeciwlotniczym i poddanego drganiom wybrano analogiczny model antropodynamiczny jak dla operatora. Różnica związana jest z innym położeniem obu modeli względem nadwozia. W związku z tym odpowiadające sobie układy współrzędnych służą w przyjętych modelach do określenia podobnych ruchów, a interpretacja parametrów jest w obu przypadkach analogiczna. W ogólnym przypadku sformułowany model kierowcy może mieć odmienną strukturę oraz parametry, ze względu na obsługę układu kierowniczego.

Na rysunku 3.6 przedstawiony jest model fizyczny kierowcy wraz z charakterystyką geometryczną w zakresie niezbędnym do przeprowadzenia analizy dynamiki zestawu.



Rys. 3.6. Model fizyczny układu fotel-kierowca zestawu przeciwlotniczego

Liczba stopni swobody wynikająca ze sformułowanej struktury modelu kierowcy siedzącego na fotelu opisującego zaburzenia ruchu podstawowego w przestrzeni wynosi cztery.

Do wyznaczenia położeń fotela o masie m_{f2} w dowolnej chwili czasu przyjęto jedną niezależną współrzędną uogólnioną:

 y_{f12} – pionowe przemieszczenie masy skupionej m_{f2} .

Do wyznaczenia położeń kierowcy, czyli pośladków i nóg określonych masą skupioną m_{c12} , wątroby, żołądka, śledziony i nerek określonych masą skupioną m_{c22} oraz mózgowia, płuc i serca określonych masą skupioną m_{c32} w dowolnej chwili czasu przyjęto trzy niezależne współrzędne uogólnione:

- y_{c12} pionowe przemieszczenie masy skupionej m_{c12} ,
- y_{c22} pionowe przemieszczenie masy skupionej m_{c22} ,
- y_{c32} pionowe przemieszczenie masy skupionej m_{c32} .

3.3. Model fizyczny wyrzutni

Na pojeździe samochodowym zamontowana jest wyrzutnia składająca się z dwóch zasadniczych obiektów. Jednym z nich to cokół bezpośrednio umieszczony na samochodzie. Ruch podstawowy cokołu jest ściśle związany z ruchem podstawowym nośnika. Drugi z nich to wieża, która posadowiona jest na cokole. Jej ruch podstawowy jest złożeniem ruchu podstawowego nośnika i ruchu wieży wynikającego z przechwytywania i śledzenia celu przez zestaw. Na wieży zainstalowana jest kamera termowizyjna, której obraz przekazywany jest na pulpit operatora. Operator siedząc w pojeździe przed ekranem monitora decyduje o ruchu realizowanym przez wieże. Wieża składa się z dwóch zasadniczych elementów platformy i układu czterech prowadnic umożliwiających start czterech rakiet. Prowadnice umieszczone są na platformie symetrycznie względem płaszczyzny pionowej przechodzącej przez środek masy wieży. Z każdej strony tej płaszczyzny znajdują się dwie prowadnice umieszczone jedna nad drugą. Platforma może obracać się względem cokołu zgodnie z kątem azymutu ψ_{pv} . Kąt ψ_{pv} jest kątem odchylenia platformy. Do platformy zamontowany jest układ prowadnic, które tworzą z nią obrotową parę kinematyczną. W związku z tym układ prowadnic może obracać się względem podstawy zgodnie z kątem elewacji \mathcal{G}_{pv} . Kąt \mathcal{G}_{pv} jest kątem pochylenia układu prowadnic. Po obróceniu platformy i układu prowadnic do położenia w którym następuje przechwycenie celu wieża nie zmienia swojej konfiguracji. Praca zestawu analizowana jest od momentu przechwycenia celu, dlatego w sformułowanym modelu ruch podstawowy wieży został zredukowany do podstawowego ruchu nośnika. Oznacza to, że ruch podstawowy wyrzutni jest ściśle związany z ruchem podstawowym pojazdu. Wieża jest obiektem, którego charakterystyka bezwładności zależy od położenia celu względem zestawu przeciwlotniczego. Masa wieży pozostaje stała ale jej momenty bezwładności i momenty dewiacyjne zmieniają się. Od chwili przechwycenia celu charakterystyka bezwładności wieży pozostaje niezmienna.

Wyrzutnię zamodelowano w postaci dwóch podstawowych mas i ośmiu elementów odkształcalnych, jak na rysunku 3.7.



Rys. 3.7. Model fizyczny wyrzutni

Rysunek 3.7 ze względu na konieczność zwiększenia jego czytelności nie uwzględnia w strukturze wieży układu prowadnic. W tym względzie rysunek 3.8 stanowi uzupełnienie rysunku 3.7.



Rys. 3.8. Model fizyczny wieży

Cokół stanowi ciało doskonale sztywne o masie m_w i momentach bezwładności I_{wx} i I_{wz} . Posadowiony on jest na nadwoziu pojazdu za pomocą czterech pasywnych elementów sprężysto-tłumiących o parametrach liniowych odpowiednio k_{w11} i c_{w11} , k_{w12} i c_{w12} , k_{w13} i c_{w13} oraz k_{w14} i c_{w14} . Wieża stanowi ciało doskonale sztywne o masie m_v , momentach bezwładności I_{vx} i I_{vz} oraz momencie dewiacyjnym I_{vxz} . Posadowiona ona jest na cokole za pomocą czterech pasywnych elementów sprężysto-tłumiących o parametrach liniowych odpowiednio k_{w21} i c_{w21} , k_{w22} i c_{w22} , k_{w23} i c_{w23} oraz k_{w24} i c_{w24} . Charakterystyka bezwładności wieży zależy od aktualnego położenia jej obiektów składowych, czyli platformy i układu prowadnic. Platforma jest ciałem doskonale sztywnym o masie m_{pl} i głównych centralnych momentach bezwładności $I_{pl\xi_v^{\prime}}$, $I_{pl\eta_v^{\prime}}$, $I_{pl\zeta_v^{\prime}}$. Układ czterech prowadnic jest również ciałem doskonale sztywnym o masie m_{pr} i głównych centralnych momentach bezwładności $I_{pr\xi_{pv}}$, $I_{pr\eta_{pv}}$, $I_{pr\zeta_{pv}}$. Na rysunkach 3.9 i 3.10 przedstawiona jest m.in. charakterystyka geometryczna wyrzutni w zakresie niezbędnym do przeprowadzenia analizy dynamiki zestawu.

Na rysunku 3.9 pokazany jest rzut główny modelu wyrzutni. Rysunek ten nie uwzględnia w strukturze wieży układu prowadnic.



Rys. 3.9. Rzut główny modelu wyrzutni

Na rysunku 3.10 pokazany jest rzut boczny lewy modelu wyrzutni. Rysunek ten uwzględnia w strukturze wieży zarówno platformę jak i układ prowadnic z czterema rakietami.



60



Liczba stopni swobody wynikająca ze sformułowanej struktury modelu wyrzutni opisującego zaburzenia ruchu podstawowego w przestrzeni wynosi sześć.

Do wyznaczenia położeń cokołu o masie m_w i momentach bezwładności I_{wx} , I_{wz} w dowolnej chwili czasu przyjęto trzy niezależne współrzędne uogólnione:

 y_w – pionowe przemieszczenie środka masy S_w cokołu,

 φ_w – kąt obrotu cokołu dookoła osi $S_w x_w$,

 \mathcal{G}_{w} – kąt obrotu cokołu dookoła osi $S_{w}z_{w}$.

Do wyznaczenia położeń wieży o masie m_v , momentach bezwładności I_{vx} , I_{vz} oraz momencie dewiacyjnym I_{vxz} w dowolnej chwili czasu przyjęto trzy niezależne współrzędne uogólnione:

- y_v pionowe przemieszczenie środka masy S_v wieży,
- φ_v kąt obrotu wieży dookoła osi $S_v x_v$,
- \mathcal{G}_v kąt obrotu cokołu dookoła osi $S_v z_v$.

3.3.1. Układ prowadnica-rakieta

Przed wystrzeleniem z wyrzutni rakieta jest sztywno połączona z prowadnicą. Sposób zamocowania zapewnia, że pocisk nie ma możliwości wykonania ruchu względem prowadnicy. Korpus pocisku ma kształt walca, na którym umieszczone sa dwa pierścienie prowadzace. Do prowadnicy rurowej wprowadzony jest z pewnym wciskiem. Oznacza to, że para kinematyczna rakieta-prowadnica tworzą określony rodzaj pasowania. Pocisk styka się z prowadnicą wyrzutni za pośrednictwem pierścieni prowadzących. To między pierścieniami, a wewnętrzną ścianką prowadnicy powstaje połączenie suwliwe. Precyzja wytworzenia omawianych członów gwarantuje poprawność ruchu względnego na jaki pozwala konstrukcja omawianej pary kinematycznej. Rakieta porusza się wzdłuż prowadnicy obracając się jednocześnie wokół osi podłużnej. Przemieszczenie zarówno katowe jak i liniowe odbywa się w sposób jednoznacznie określony. W trakcie ruchu pocisku wzdłuż prowadnicy pierścienie prowadzące zapewniają kolinearność punktom położonym na osi podłużnej rakiety w stosunku do punktów położonych na osi podłużnej prowadnicy. Po opuszczeniu prowadnicy przez jeden z pierścieni prowadzących założono, że kolinearność ta również zachodzi. Struktura układu wynika z przyjętych założeń geometrycznych i determinuje możliwości kinematyczne pocisku odnośnie jego ruchliwości. Układ prowadnic składa się z czterech prowadnic umieszczonych na platformie symetrycznie względem płaszczyzny pionowej przechodzącej przez środek masy wieży. Z każdej strony tej płaszczyzny znajdują się dwie prowadnice umieszczone jedna nad drugą. W każdej prowadnicy znajduje się pocisk rakietowy. Od operatora zależy, które rakiety i w jakiej kolejności zostaną wystrzelone. Testy poligonowe wykazują, że na skutek jednoczesnego startu pocisków generowane są w zestawie znaczące zaburzenia. W związku z tym opracowane dla zestawu procedury strzelania zezwalają na start kolejnej rakiety z odpowiednio dużym odstępem czasowym. Zwłoka czasowa pomiędzy startującymi pociskami powinna zagwarantować, że cel będzie się jeszcze znajdował w strefie osiągalności przez rakietę.

Wszystkie cztery rakiety funkcjonują w sposób analogiczny. Różnica związana jest z innym położeniem rakiet względem wieży wyrzutni. W związku z tym przedstawiony model fizyczny reprezentuje rakiety umieszczone w czterech różniących się położeniem prowadnicach wyrzutni. Ze względu na wprowadzoną unifikację modelu fizycznego dotyczącego czterech rakiet wprowadzono indeks *i* pozwalający na przedstawienie współpracy prowadnicy z pociskiem dla czterech par kinematycznych. Po zastąpieniu indeksu *i* odpowiednią cyfrą otrzymujemy: i=1 – oznacza zależności dotyczące rakiety nr 1,

62

- i = 2 oznacza zależności dotyczące rakiety nr 2,
- i = 3 oznacza zależności dotyczące rakiety nr 3,
- i = 4 oznacza zależności dotyczące rakiety nr 4.

W rozważaniach uwzględniony zostanie układ prowadnica-rakieta obejmujący strukturę wynikającą z wzajemnej współpracy obu obiektów. Przyjęto założenie o kolinearności odpowiadających sobie punktów położonych na pocisku i prowadnicy. Takie założenie oznacza, że oś podłużna rakiety w każdej chwili czasu pokrywa się z osią podłużną prowadnicy.

Pocisk rakietowy jest w ogólnym przypadku obiektem o zmiennej masie i zmiennym rozkładzie masy. Zagadnienie to zostało zasygnalizowane w podrozdziale 2.2.6. Parametry rakiety nr *i* takie jak masa m_{pi} i momenty bezwładności I_{pix} , I_{piy} , I_{piz} są w ogólnym przypadku funkcjami zmiennymi w czasie. Obecnie zakładamy, że pocisk jest ciałem doskonale sztywnym, a więc cechuje go niezmienna charakterystyka bezwładności. Na rysunkach 3.11 i 3.12 przedstawiona jest m.in. charakterystyka geometryczna układu prowadnica-rakieta w zakresie niezbędnym do przeprowadzenia analizy dynamiki zestawu.

Na rysunku 3.11 pokazany jest rzut główny modelu wieży z rakietami. Rysunek ten uwzględnia m.in. chwilowe położenie rakiety w trakcie jej ruchu względem prowadnicy.



Rys. 3.11. Rzut główny modelu wieży z rakietami

Na rysunku 3.12 pokazany jest rzut z góry modelu wieży z rakietami. Rysunek ten uwzględnia m.in. chwilowe położenie rakiety w trakcie jej ruchu względem prowadnicy.



Rys. 3.12. Rzut z góry modelu wieży z rakietami

Liczba stopni swobody wynikająca ze sformułowanej struktury dla modelu pary kinematycznej prowadnica-rakieta opisującego ruch rakiety nr *i* względem prowadnicy w przestrzeni wynosi dwa. W związku z tym liczba stopni swobody dla układu czterech rakiet wynosi osiem.

Do wyznaczenia położeń rakiety nr 1 o masie m_{p1} i momentach bezwładności I_{p1x} , I_{p1y} , I_{p1z} w dowolnej chwili czasu przyjęto dwie niezależne współrzędne uogólnione:

 ξ_{p1} – prostoliniowe przemieszczenie środka S_{p1} masy rakiety wzdłuż osi $0_{pv1}\xi_{p1}\,,$

 φ_{p1} – kąt obrotu rakiety dookoła osi $S_{p1}\xi_{p1}$.

Do wyznaczenia położeń rakiety nr 2 o masie m_{p2} i momentach bezwładności I_{p2x} , I_{p2y} , I_{p2z} w dowolnej chwili czasu przyjęto dwie niezależne współrzędne uogólnione:

- ξ_{p2} prostoliniowe przemieszczenie środka S_{p2} masy rakiety wzdłuż osi $0_{pv2}\xi_{p2}$,
- φ_{p2} kąt obrotu rakiety dookoła osi $S_{p2}\xi_{p2}$.

Do wyznaczenia położeń rakiety nr 3 o masie m_{p3} i momentach bezwładności I_{p3x} , I_{p3y} , I_{p3z} w dowolnej chwili czasu przyjęto dwie niezależne współrzędne uogólnione:

 ξ_{p3} – prostoliniowe przemieszczenie środka S_{p3} masy rakiety wzdłuż osi $0_{pv3}\xi_{p3}$,

 φ_{p3} – kąt obrotu rakiety dookoła osi $S_{p3}\xi_{p3}$.

Do wyznaczenia położeń rakiety nr 4 o masie m_{p4} i momentach bezwładności I_{p4x} , I_{p4y} , I_{p4z} w dowolnej chwili czasu przyjęto dwie niezależne współrzędne uogólnione:

 ξ_{p4} – prostoliniowe przemieszczenie środka S_{p4} masy rakiety wzdłuż osi $0_{pw4}\xi_{p4}$,

 φ_{p4} – kąt obrotu rakiety dookoła osi $S_{p4}\xi_{p4}$.

3.4. Model fizyczny pocisku rakietowego

W funkcjonowaniu zestawu szczególną rolę odgrywa pocisk rakietowy od którego w bezpośredni sposób zależy, czy obiekt ataku zostanie unieszkodliwiony. Skuteczne wystrzelenie pocisku rakietowego bliskiego zasięgu samonaprowadzającego się na cel wymaga spełnienia kilku ograniczeń technicznych i warunków bezpieczeństwa. Pociski omawianej klasy wyposażone są w giroskopowy układ koordynatora, który aktywowany jest na wyrzutni. Cel emituje falę elektromagnetyczną, która w tym układzie podlega detekcji. Drgania mogą spowodować wzbudzenie giroskopu, a tym samym zakłócenia w procesie śledzenia celu. W przypadku stabilnej pracy giroskopu drgania mogą być przyczyną przekroczenia ograniczeń technicznych związanych z polem widzenia głowicy oraz częstotliwością kątowych zmian linii obserwacji celu. Pocisk może zostać pobudzony do takich drgań bezpośrednio przez wyrzutnię, która nakłada więzy na położenia i prędkości jego punktów. W takim przypadku drgania wyrzutni mogą spowodować nieskuteczność pocisku jeszcze przed jego wystrzeleniem. Wyrzutnia jest jednym z obiektów całego zestawu przeciwlotniczego i zaburzenia, które ona generuje wynikają z oddziaływań będących konsekwencją sprzężeń występujących w układzie. Po opuszczeniu zestawu pocisk kontynuuje ruch w kierunku obiektu ataku. Co prawda zestaw nie ma bezpośredniej możliwości oddziaływania na pocisk podczas jego lotu, ale jego ingerencja w tę fazę ruchu odbywa się w momencie opuszczania wyrzutni przez rakietę. Układ w jednej chwili czasu ulega naturalnej degeneracji, tzn. ulega podziałowi na dwa niezależne systemy w postaci zestawu przeciwlotniczego i pocisku. W tym momencie determinowane są początkowe kinematyczne parametry lotu rakiety. Tor lotu pocisku kształtowany jest między innymi w zależności od wartości tych parametrów. Układ samonaprowadzania pocisku rakietowego bliskiego zasięgu ma niewiele czasu na wypracowanie skutecznej trajektorii lotu. Ruch zestawu może spowodować realizację przez rakietę niekorzystnej krzywizny trajektorii, a tym samym przekroczenie dopuszczalnych przeciążeń. Od konstrukcji i pracy całego zestawu zależy ostateczny sukces w postaci zniszczenia obiektu ataku.

W zestawie przeciwlotniczym występują cztery rakiety. Ruch pocisku na wyrzutni uwarunkowany jest strukturą układu prowadnica-rakieta. Każda rakieta w ogólnym przypadku jest układem zmiennym w czasie [154]. Model fizyczny pocisku rakietowego przedstawiony jest na rysunku 3.13.



Rys. 3.13. Rzut główny modelu fizycznego pocisku rakietowego

W tylnej części korpusu znajduje się silnik startowy, którego zadaniem jest nadanie pociskowi odpowiedniej prędkości liniowej i kątowej. W związku z tym rakieta na wyrzutni porusza się wzdłuż prowadnicy i obraca się jednocześnie wokół własnej osi podłużnej. Silnik startowy dysponuje układem sześciu dysz jak na rysunku 3.14. Pięć z nich znajduje się na obwodzie silnika wytwarzając jednocześnie ciąg i moment potrzebny do nadania rakiecie niezbędnej prędkości kątowej. Szósta dysza położona jest w osi pocisku i wytwarza wyłącznie ciąg.



66

Rys. 3.14. Rzut boczny prawy modelu fizycznego silnika startowego rakiety

Para sił o momencie \vec{M}_{ssi} generowana przez silnik startowy jest wynikiem odpowiedniej orientacji przestrzennej dysz 1, 2, 3, 4 i 5. Na rysunku 3.15 przedstawiony jest kierunek działania siły \vec{P}_{ssd6} wytwarzanej przez dyszę centralną oraz siły \vec{P}_{ssd2} wytwarzanej przez dyszę znajdującą się na obwodzie silnika. Kierunek działania sił \vec{P}_{ssd1} , \vec{P}_{ssd3} , \vec{P}_{ssd4} , \vec{P}_{ssd5} określany jest analogicznie jak siły \vec{P}_{ssd2} . Rakieta obraca się wokół własnej osi podłużnej zgodnie ze zmianą w czasie współrzędnej φ_{pi} . Przebieg zmienności w czasie kąta φ_{pi} zależy m.in. od pary sił o momencie \vec{M}_{ssi} .



Rys. 3.15. Orientacja w przestrzeni sił generowanych przez silnik startowy rakiety

W przedniej części korpusu znajduje się układ giroskopowy, którego model omówiony jest w punkcie 3.5. Założono, że ruch rakiety generuje wymuszenie zakłócające pracę giroskopu, natomiast sprzężenie zwrotne związane z przekazaniem zaburzenia na pocisk jest niewielkie i w związku z tym pomijane w rozważaniach. Na rysunku 3.13 przedstawiona jest charakterystyka geometryczna pocisku rakietowego w zakresie niezbędnym do przeprowadzenia analizy dynamiki zestawu.

W trakcie działania zestawu przeciwlotniczego uwzglednionych jest kilka etapów związanych ze zmianą parametrów charakteryzujących bezwładność rakiety. Do tych parametrów zaliczamy masę rakiety, jej momenty bezwładności oraz położenie środka masy. W każdym z wyróżnionych etapów rakiecie przypisana jest jedna z dwóch właściwości. Rakieta ma cechy bryły sztywnej lub układu zmiennego w czasie. Ten dualny charakter rakiety wynika z funkcji jaka spełnia bedac elementem zestawu przeciwlotniczego. Parametry charakteryzujące bezwładność rakiety zmieniają się wraz z upływem czasu lub pozostają stałe. Od chwili przechwycenia celu przez pocisk do chwili uruchomienia silnika startowego parametry nie ulegają zmianie, a rakieta jest bryłą sztywną. Następny etap związany jest z uruchomieniem silnika startowego i ruchem pocisku wzdłuż prowadnicy wyrzutni, aż do wypalenia ładunku prochowego. Parametry zmieniają się w sposób ciągły, a rakieta jest układem zmiennym w czasie. Po zakończeniu tego etapu pocisk kontynuuje ruch wzdłuż prowadnicy, jego parametry nie ulegają zmianie, a rakieta jest bryłą sztywną. W chwili odłączenia silnika startowego od korpusu rakiety parametry zmieniają się w sposób dyskretny. Pocisk przez moment jest układem zmiennym w czasie. Po odłączeniu silnika startowego rakieta traci kontakt z zestawem i porusza się niezależnie od niego.

Pocisk rozpoczyna lot w kierunku celu. Tuż po opuszczeniu wyrzutni do chwili uruchomienia silnika rakietowego o startowym ciągu parametry nie ulegają zmianie, a rakieta jest bryłą sztywną. W trakcie działania silnika rakietowego o startowym, a następnie marszowym ciągu parametry zmieniają się w sposób ciągły, a rakieta jest układem zmiennym w czasie. Przebieg zmienności w czasie parametrów różni się w zależności od tego, który stopień silnika rakietowego wytwarza ciąg. Po zakończeniu pracy przez drugi stopień silnika parametry nie ulegają zmianie, a rakieta jest bryłą sztywną. Model pocisku uwzględnia osiem etapów związanych ze zmianą parametrów charakteryzujących bezwładność rakiety.

Reasumując otrzymujemy:

- a) ruch pocisku na wyrzutni:
 - etap 1: rakieta jest bryłą sztywną,
 - etap 2: rakieta jest układem zmiennym w czasie (parametry zmieniają się w sposób ciągły),
 - etap 3: rakieta jest bryłą sztywną,
 - etap 4: rakieta jest układem zmiennym w czasie (parametry zmieniają się w sposób dyskretny);

b) lot pocisku:

68

- etap 5: rakieta jest bryłą sztywną,
- etap 6: rakieta jest układem zmiennym w czasie (parametry zmieniają się w sposób ciągły, działa pierwszy stopień silnika rakietowego),
- etap 7: rakieta jest układem zmiennym w czasie (parametry zmieniają się w sposób ciągły, działa drugi stopień silnika rakietowego),
- etap 8: rakieta jest bryłą sztywną.

Realizacja przez pocisk etapu 7 i 8 związana jest z czasem lotu rakiety, jeżeli cel zostanie osiągnięty wcześniej to etapy te w procesie symulacji ruchu mogą zostać pominięte.

Rakieta w rozważaniach dotyczących analizy zestawu przeciwlotniczego traktowana jest jako obiekt zmienny w czasie. Zagadnienie to zostało zasygnalizowane w podrozdziale 2.2.6. Z punktu widzenia formułowania modelu rozpatrywanego układu istotne są następujące założenia:

- środek masy rakiety przemieszcza się wzdłuż osi podłużnej korpusu,
- jedynym składnikiem siły reaktywnej jest ciąg silnika rakietowego,
- masa i momenty bezwładności rakiety są funkcjami czasu.

Założenia te umożliwiają racjonalne uwzględnienie rakiety jako obiektu zmiennego w czasie i zarazem zastosowanie dotychczasowych rozważań bez konieczności wprowadzenia istotnych zmian. Za inercyjny, nieruchomy układ odniesienia względem, którego przeprowadza się analizę lotu rakiety przyjmuje się układ współrzędnych związany z ziemią. W przypadku rozpatrywania ruchu pocisków klasyfikowanych jako bliskiego zasięgu, założenie takie wprowadza do badań pomijalnie mały błąd.

3.5. Model fizyczny układu giroskopowego

Elementem mechanicznym koordynatora każdej rakiety omawianego zestawu jest układ giroskopowy. Giroskop nr 1 jest elementem koordynatora pocisku oznaczonego jako rakieta nr 1, giroskop nr 2 jest elementem koordynatora pocisku oznaczonego jako rakieta nr 2, giroskop nr 3 jest elementem koordynatora pocisku oznaczonego jako rakieta nr 3 i giroskop nr 4 jest elementem koordynatora pocisku oznaczonego jako rakieta nr 4. Wszystkie cztery giroskopy funkcjonują w sposób analogiczny. Różnica związana jest z innym położeniem rakiet, a tym samym giroskopów względem wieży wyrzutni. W związku z tym przedstawiony model fizyczny reprezentuje giroskopy na pokładzie rakiet umieszczonych w czterech różniących się położeniem prowadnicach wyrzutni. Ze względu na wprowadzoną unifikację modelu fizycznego dotyczącego czterech giroskopów wprowadzono indeks *i*. Po zastąpieniu indeksu *i* odpowiednią cyfrą otrzymujemy:

- i=1 oznacza zależności dotyczące giroskopu nr 1,
 - i = 2 oznacza zależności dotyczące giroskopu nr 2,

- i = 3 oznacza zależności dotyczące giroskopu nr 3,
- i = 4 oznacza zależności dotyczące giroskopu nr 4.

Funkcję giroskopu nr *i* osiowo symetrycznego spełnia wirujący krążek zawieszony na sprzęgle Cardana, jak na rysunkach 3.16, 3.17, 3.18 i 3.19 [118, 145]. Krążek stanowi ciało doskonale sztywne o masie m_{Ki} i momentach bezwładności I_{Kix_w} , I_{Kiy_w} , I_{Kiz_w} . Sprzęgło Cardana jest układem nieważkim. W miejscach połączenia ramki zewnętrznej (Z) z korpusem pocisku, ramki zewnętrznej z ramką wewnętrzną (W) oraz ramki wewnętrznej z krążkiem (K) występują opory wiskotyczne o współczynnikach odpowiednio c_{Zi} , c_{Wi} , c_{Ki} .



Rys. 3.16. Model fizyczny giroskopu w postaci krążka

Na rysunkach 3.16, 3.17, 3.18 i 3.19 przedstawione są układy współrzędnych oraz charakterystyka geometryczna giroskopu w zakresie niezbędnym do przeprowadzenia analizy dynamiki zestawu. Rysunek 3.16 uwzględnia chwilowe położenie krążka układu giroskopowego w trakcie jego ruchu względem korpusu rakiety.

Na rysunku 3.17 pokazany jest rzut główny modelu układu giroskopowego. Przedstawione jest chwilowe położenie szczególne krążka wraz z układem dwóch ramek.



70

Rys. 3.17. Rzut główny modelu układu giroskopowego





Na rysunku 3.18 pokazany jest rzut boczny prawy modelu układu giroskopowego. Przedstawione jest chwilowe położenie szczególne krążka wraz z układem dwóch ramek.

Na rysunku 3.19 pokazany jest rzut z góry modelu układu giroskopowego. Przedstawione jest chwilowe położenie szczególne krążka wraz z układem dwóch ramek.



Liczba stopni swobody wynikająca ze sformułowanej struktury modelu układu giroskopowego opisującego ruch giroskopu nr i na pokładzie pocisku rakietowego wynosi trzy. W związku z tym liczba stopni swobody dla układu czterech giroskopów wynosi dwanaście.

Do wyznaczenia położeń giroskopu nr 1 o masie m_{K1} i momentach bezwładności I_{K1x_w} , I_{K1y_w} , I_{K1z_w} w dowolnej chwili czasu przyjęto trzy niezależne współrzedne uogólnione:

 ψ_{G1} – kąt obrotu giroskopu dookoła osi $S_{G1}y_{p1}$,

 \mathcal{G}_{G1} – kąt obrotu giroskopu dookoła os
i $S_{G1}z_{z1}$,

 φ_{G1} – kąt obrotu giroskopu dookoła osi $S_{G1}x_{w1}$.

Do wyznaczenia położeń giroskopu nr 2 o masie m_{K2} i momentach bezwładności I_{K2x_w} , I_{K2y_w} , I_{K2z_w} w dowolnej chwili czasu przyjęto trzy niezależne współrzędne uogólnione:
ψ_{G2} – kąt obrotu giroskopu dookoła osi $S_{G2}y_{p2}$,

72

 \mathcal{G}_{G2} – kąt obrotu giroskopu dookoła osi $S_{G2}z_{z2}$,

 φ_{G2} – kąt obrotu giroskopu dookoła osi $S_{G2}x_{w2}$.

Do wyznaczenia położeń giroskopu nr 3 o masie m_{K3} i momentach bezwładności I_{K3x_w} , I_{K3y_w} , I_{K3z_w} w dowolnej chwili czasu przyjęto trzy niezależne współrzędne uogólnione:

 ψ_{G3} – kąt obrotu giroskopu dookoła osi $S_{G3}y_{p3}$,

 \mathcal{G}_{G3} – kąt obrotu giroskopu dookoła osi $S_{G3}z_{z3}$,

 φ_{G3} – kąt obrotu giroskopu dookoła osi $S_{G3}x_{w3}$.

Do wyznaczenia położeń giroskopu nr 4 o masie m_{K4} i momentach bezwładności I_{K4x_w} , I_{K4y_w} , I_{K4z_w} w dowolnej chwili czasu przyjęto trzy niezależne współrzędne uogólnione:

 ψ_{G4} – kąt obrotu giroskopu dookoła osi $S_{G4}y_{p4}$,

 \mathcal{G}_{G4} – kąt obrotu giroskopu dookoła osi $S_{G4}z_{z4}$,

 $\varphi_{G4} -$ kąt obrotu giroskopu do
okoła osi $S_{G4}x_{w4}$.

Zadaniem układu giroskopowego jest śledzenie kierunku związanego z linia obserwacji celu (LOC). W związku z tym w układzie koordynatora rakiety występuje człon sterujący. Obiektem sterowanym jest mechaniczna część koordynatora. Istotnym elementem członu mechanicznego jest układ giroskopowy. W pierwszej pętli sprzężenia zwrotnego realizowanego przez głowicę śledzącą występuje ogniwo sterowania z regulatorem uchybowym typu proporcjonalno-różniczkowego PD. Warunkiem wystrzelenia rakiety jest zachowanie przez zestaw odpowiedniej predkości kątowej linii obserwacji celu. Przyrządy nawigacyjne obsługiwane przez operatora sprzężone są z koordynatorem znajdującym się na pokładzie pocisku rakietowego. Zastosowane sterowanie ma zapewnić śledzenie przez oś koordynatora kierunku związanego z linią obserwacji celu. Sygnałem pożądanym jest położenie katowe linii obserwacji celu. W opracowanym modelu przyjmujemy, że układ decydujący o wypracowaniu sygnału pożądanego działa w sposób idealny. Wygenerowane przez układ koordynatora momenty sterujące zmianą położenia osi giroskopu decydują o przebiegu zmienności sygnału realizowanego. Momenty te warunkują minimalizację uchybu sterowania przy zachowaniu warunku bezpieczeństwa. Wymóg ten jest niezbędny ze względu na jakość procesu sterowania i ograniczoną wytrzymałość elementów mechanicznych. Ruchy kątowe korpusu rakiety generują wymuszenia, które oddziałują na giroskop powodując zaburzenia w procesie sterowania. Drgania moga spowodować wzbudzenie giroskopu oraz przekroczenie ograniczeń technicznych narzuconych na kąt widzenia obiektywu głowicy i kat obrotu osi giroskopu.

3.6. Model celu

Modelem celu jest punkt matematyczny S_c , któremu przypisane są właściwości kinematyczne realnego obiektu. Warunki wynikające z jego ruchu narzucone są a priori dla zestawu rakietowego. Cel z reguły stara się wykonać manewr obronny, który cechują parametry ekstremalne. Parametry te dla konkretnego obiektu uwarunkowane są możliwościami manewrowymi wynikającymi z granicznych osiągów. Osiągi z reguły wynikają z wytrzymałości konstrukcji obiektu, zdolności pilotażowych człowieka i jego odporności na przeciążenia.

3.7. Podsumowanie

Rozważania teoretyczne wymagają sformułowania na wstępie modelu fizycznego. Przedstawiony model fizyczny zestawu przeciwlotniczego został zbudowany na gruncie mechaniki klasycznej. Składa się on z elementów inercyjnych w postaci punktów materialnych i brył sztywnych oraz z elementów nieinercyjnych o własnościach restytucyjnych i dyssypatywnych. W związku z tym sformułowany model fizyczny zestawu przeciwlotniczego należy zakwalifikować do układów dyskretnych. Generalnie zbudowany model składa się z dziesięciu punktów materialnych, czterech brył sztywnych, czterech obiektów zmiennych w czasie, jednego punktu matematycznego, szesnastu elementów nieinercyjnych oraz czterech układów sterowania, jak na rysunku 3.20.

Zostały zdefiniowane niezbędne układy współrzędnych, które umożliwiają jednoznaczne określenie ruchów realizowanych przez poszczególne obiekty zestawu przeciwlotniczego. Przedstawiony model fizyczny pozwala na sformułowanie modelu matematycznego umożliwiającego analizę drgań SPZR. Założono, że realizowany przez zestaw ruch odchylania można pominąć. Zbudowany model uwzględnia następujące opcje:

1) pojazd samochodowy pozostaje w spoczynku:

- zaburzenia generowane są w układzie przez startujące z wyrzutni rakiety,
- zaburzenia generowane są w układzie przez startujące z wyrzutni rakiety i wymuszenie zewnętrzne od strony drogi będące wynikiem ruchu tektonicznego skorupy ziemskiej na skutek pobliskiego wybuchu naziemnego;
- 2) pojazd samochodowy realizuje ruch podstawowy:
 - zaburzenia generowane są w układzie przez startujące z wyrzutni rakiety. droga jest idealnie gładka, tzn. na zestaw nie działa wymuszenie zewnętrzne,
 - zaburzenia generowane są w układzie przez startujące z wyrzutni rakiety i wymuszenie zewnętrzne od strony drogi będące wynikiem przejazdu przez pojazd pojedynczego garbu,
 - zaburzenia generowane są w układzie przez startujące z wyrzutni rakiety i wymuszenie zewnętrzne od strony drogi będące wynikiem przejazdu przez pojazd po nawierzchni drogi o określonym profilu.

74



Rys. 3.20. Model fizyczny samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego

Uwzględniając wyłącznie drgania wynikające z działania zestawu przeciwlotniczego liczba stopni swobody opracowanego modelu układu w ogólnym przypadku wynosi czterdzieści jeden, w tym:

| a) | pojazd samochodowy | |
|----|-----------------------------------------------------|-----------------------------|
| | dwie bryły sztywne | : pięć stopni swobody, |
| | dwa punkty materialne | : dwa stopnie swobody, |
| b) | operator i kierowca siedzący na fotelach | |
| | osiem punktów materialnych | : osiem stopni swobody, |
| c) | wyrzutnia | |
| | dwie bryły sztywne | : sześć stopni swobody, |
| d) | pociski rakietowe | |
| | cztery obiekty zmienne w czasie | : osiem stopni swobody, |
| | cztery bryły sztywne | : dwanaście stopni swobody. |
| | | |

W związku z tym do określenia ruchu opracowanego modelu przyjęto czterdzieści jeden współrzędnych niezależnych:

| a) | po | jazd samochodowy | |
|----|----|-----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | _ | dwie bryły sztywne | $: y_n, \mathcal{G}_n, \varphi_n; y_m, \varphi_m$ |
| | _ | dwa punkty materialne | $: y_{11}, y_{12}$ |
| b) | op | perator i kierowca siedzący na fotelach | |
| | _ | osiem punktów materialnych | : y_{f11} , y_{c11} , y_{c21} , y_{c31} ; |
| | | | $y_{f12}, y_{c12}, y_{c22}, y_{c32}$ |
| c) | W | yrzutnia | |
| | _ | dwie bryły sztywne | $: y_w, \theta_w, \varphi_w; y_v, \theta_v, \varphi_v$ |
| d) | ро | ociski rakietowe | |
| | _ | cztery obiekty zmienne w czasie | : $\xi_{p1}, \varphi_{p1}; \xi_{p2}, \varphi_{p2};$ |
| | | | $\xi_{p3}, \varphi_{p3}; \xi_{p4}, \varphi_{p4}$ |
| | _ | cztery bryły sztywne | : ψ_{G1} , ϑ_{G1} , φ_{G1} ; ψ_{G2} , ϑ_{G2} , φ_{G2} ; |
| | | | $\psi_{G3}, \vartheta_{G3}, \varphi_{G3}; \psi_{G4}, \vartheta_{G4}, \varphi_{G4}$ |
| | | | |

Parametry opisujące elementy inercyjne sformułowanego modelu zestawu przeciwlotniczego:

| | 6 | |
|----|-------------------------------------------|--------------------------------------|
| a) | pojazd samochodowy | |
| | dwie bryły sztywne | $: m_n, I_{nx}, I_{nz}; m_m, I_{mx}$ |
| | dwa punkty materialne | $: m_{11}, m_{12}$ |

;

76

| b) | operator i kierowca siedzący na fotelach | |
|----|-----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| | osiem punktów materialnych | : m_{f1} , m_{c11} , m_{c21} , m_{c31} ; |
| | | $m_{f2}, m_{c12}, m_{c22}, m_{c32}$ |
| c) | wyrzutnia | |
| | dwie bryły sztywne | $: m_w, I_{wx}, I_{wz};$ |
| | | m_v , I_{vx} , I_{vz} , I_{vxz} |
| d) | pociski rakietowe | |
| | cztery obiekty zmienne w czasie | : m_{p1} , I_{p1x_p} , I_{p1y_p} , I_{p1z_p} ; |
| | | $m_{p2}, I_{p2x_p}, I_{p2y_p}, I_{p2z_p};$ |
| | | $m_{p3}, I_{p3x_p}, I_{p3y_p}, I_{p3z_p};$ |
| | | $m_{p4}, I_{p4x_p}, I_{p4y_p}, I_{p4z_p}$ |
| | cztery bryły sztywne | : m_{K1} , I_{K1x_w} , I_{K1y_w} , I_{K1z_w} ; |
| | | m_{K2} , I_{K2x_w} , I_{K2y_w} , I_{K2z_w} ; |
| | | $m_{K3}, I_{K3x_w}, I_{K3y_w}, I_{K3z_w};$ |
| | | $m_{K4}, I_{K4x_w}, I_{K4y_w}, I_{K4z_w}$ |

Parametry opisujące elementy nieinercyjne sformułowanego modelu zestawu przeciwlotniczego:

| a) | pojazd samochodowy | |
|----|------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| , | - osiem liniowych modeli Voigta-Kelvina | : k_{11} , c_{11} ; k_{12} , c_{12} ; |
| | | $k_{13}, c_{13}; k_{14}, c_{14};$ |
| | | $k_{21}, c_{21}; k_{22}, c_{22};$ |
| | | $k_{23}, c_{23}; k_{24}, c_{24}$ |
| b) | operator i kierowca siedzący na fotelach | |
| | - osiem liniowych modeli Voigta-Kelvina | : k_{f11} , c_{f11} ; k_{f21} , c_{f21} ; |
| | | $k_{c21}, c_{c21}; k_{c31}, c_{c31};$ |
| | | $k_{f12}, c_{f12}; k_{f22}, c_{f22};$ |
| | | $k_{c22}, c_{c22}; k_{c32}, c_{c32}$ |
| c) | wyrzutnia | |
| | - osiem liniowych modeli Voigta-Kelvina | : k_{w11} , c_{w11} ; k_{w12} , c_{w12} ; |
| | | $k_{w13}, c_{w13}; k_{w14}, c_{w14};$ |
| | | $k_{w21}, c_{w21}; k_{w22}, c_{w22};$ |
| | | $k_{w23}, c_{w23}; k_{w24}, c_{w24}$ |

MODEL MATEMATYCZNY SAMOBIEŻNEGO PRZECIWLOTNICZEGO ZESTAWU RAKIETOWEGO

Na podstawie przyjętego modelu fizycznego oraz rozważań przeprowadzonych w rozdziale 2 opracowany został model matematyczny samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego. Ze względu na obszerność wyprowadzeń równań ruchu SPZR nie są one prezentowane w opracowaniu, ale znajdują się do wglądu u autora. W niniejszym rozdziale zaprezentowane są otrzymane zależności analityczne, które opisują w sposób jednoznaczny dynamikę zestawu przeciwlotniczego z pociskami rakietowymi bliskiego zasięgu samonaprowadzającymi się na cel. Rozważany układ sprowadzony został do postaci strukturalnego modelu o budowie dyskretnej, w związku z tym określony jest równaniami różniczkowymi o pochodnych zwyczajnych [100]. Rozdział 4 prezentuje zależności analityczne dotyczące ruchu pięciu podstawowych obiektów:

- 1) pojazdu samochodowego,
- 2) operatora i kierowcy siedzących na fotelach,
- 3) wyrzutni,
- 4) czterech rakiet wraz z giroskopowymi układami śledzenia celu,
- 5) celu.

Każdy z obiektów jest elementem składowym jednego złożonego układu mechanicznego. Model matematyczny zestawu przeciwlotniczego obejmuje równania ze sobą sprzężone. Modyfikacja opracowanego modelu związana jest z ponownym formułowaniem równań ruchu całego złożonego układu mechanicznego. Podział na podrozdziały dotyczące ruchu konkretnych obiektów wynika z systematycznego ich opisu matematycznego, a nie z możliwości niezależnej analizy równań zawartych w poszczególnych podrozdziałach. Wyodrębnienie konkretnych obiektów składowych nie wynika z zastosowania teorii modeli częściowych. W opracowaniu wprowadzenie pojęcia równań ruchu dla poszczególnych obiektów składowych należy traktować jako zabieg czysto formalny, który pozwala na klarowne sformułowanie problemu. Z punktu widzenia merytorycznej interpretacji jest to zabieg niewłaściwy. Autor zwraca uwagę na tę nieścisłość, która w przypadku dużej liczby równań pozwala na precyzyjne przedstawienie modelu matematycznego zestawu przeciwlotniczego poprzez formalne wyodrębnienie poszczególnych obiektów składowych.

Zasadniczym celem monografii jest opracowanie podstaw teoretycznych skutecznego działania samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego. Praca ma charakter rozważań uogólniających postawiony problem. Przedstawiony model matematyczny umożliwia badanie układów o wartościach parametrów różniących się od założonych. Podane w tym rozdziale wartości parametrów należy uznać za przykładowe. W tym sensie analiza przeprowadzona dla układu hipotetycznego o wzorcowych wartościach parametrów stanowi niejako punkt wyjścia do wnikliwych badań podobnych obiektów. Sformułowany model pozwala na opis zjawisk fizycznych wynikających z działania dowolnego zestawu przeciwlotniczego o zbliżonej strukturze. Zakładając poprawność takiej koncepcji opracowany model może posłużyć do analizy szerokiego spektrum zestawów przeciwlotniczych będących obecnie na wyposażeniu różnych armii świata.

4.1. Równania ruchu pojazdu samochodowego

Do określenia ruchu modelu pojazdu samochodowego przyjęto siedem współrzędnych niezależnych:

| a) | nadwozie | - ciało doskonale sztywne : y_n , θ_n | , φ_n |
|----|------------------------------------|-------------------------------------------------|---------------|
| b) | przedni most pojazdu wraz z kołami | - masa skupiona : y_{11} | |
| | | - masa skupiona : y_{12} | |
| c) | tylny most pojazdu wraz z kołami | – ciało doskonale sztywne : y_m , φ_n | n |

Równania ruchu:

(Pierwsza część układu równań ruchu zestawu przeciwlotniczego)

Niektóre oznaczenia i wielkości fizyczne podane są na rysunkach 3.1, 3.2, 3.3 i 3.4.

$$\begin{array}{c} m_{n} \ddot{y}_{n} + c_{21}\dot{\lambda}_{21} + k_{21}\lambda_{21} + c_{22}\dot{\lambda}_{22} + k_{22}\lambda_{22} + \\ + c_{23}\dot{\lambda}_{23} + c_{24}\dot{\lambda}_{24} + k_{23}\lambda_{23} + k_{24}\lambda_{24} + \\ - c_{w11}\dot{\lambda}_{w11} - c_{w12}\dot{\lambda}_{w12} - c_{w13}\dot{\lambda}_{w13} - c_{w14}\dot{\lambda}_{w14} + \\ - k_{w11}\lambda_{w11} - k_{w12}\lambda_{w12} - k_{w13}\lambda_{w13} - k_{w14}\lambda_{w14} + \\ - c_{f11}\dot{\lambda}_{f11} - k_{f11}\lambda_{f11} - c_{f12}\dot{\lambda}_{f12} - k_{f12}\lambda_{f12} + m_{n}g = 0 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{c} I_{nz}\ddot{\theta}_{n} + c_{21}l_{n1}\dot{\lambda}_{21} + k_{21}l_{n1}\lambda_{21} + c_{22}l_{n1}\dot{\lambda}_{22} + k_{22}l_{n1}\lambda_{22} + \\ - c_{23}l_{n2}\dot{\lambda}_{23} - c_{24}l_{n2}\dot{\lambda}_{24} - k_{23}l_{n2}\lambda_{23} - k_{24}l_{n2}\lambda_{24} + \\ + c_{w11}l_{w1}\dot{\lambda}_{w11} + c_{w12}l_{w1}\dot{\lambda}_{w12} + c_{w13}l_{w2}\dot{\lambda}_{w13} + c_{w14}l_{w2}\dot{\lambda}_{w14} + \\ + c_{f11}l_{f}\dot{\lambda}_{f11} + k_{f11}l_{f}\lambda_{f11} + c_{f12}l_{f}\dot{\lambda}_{f12} + k_{f12}l_{f}\lambda_{f12} = 0 \end{array} \right)$$

$$(4.1)$$

$$\begin{array}{l} I_{nx}\ddot{\phi}_{n} - c_{21}d_{np1}\dot{\lambda}_{21} - k_{21}d_{np1}\dot{\lambda}_{21} + c_{22}d_{np2}\dot{\lambda}_{22} + k_{22}d_{np2}\dot{\lambda}_{22} + \\ - c_{23}d_{n1}\dot{\lambda}_{23} + c_{24}d_{n1}\dot{\lambda}_{24} + c_{33}d_{n1}\dot{\lambda}_{23} + k_{24}d_{n12}\dot{\lambda}_{24} + \\ + c_{w11}d_{w1}\dot{\lambda}_{w11} - c_{w12}d_{w2}\dot{\lambda}_{w12} + c_{w13}d_{w1}\dot{\lambda}_{w13} - c_{w14}d_{w2}\dot{\lambda}_{w14} + \\ + k_{w11}d_{w1}\dot{\lambda}_{w11} - k_{w12}d_{w2}\lambda_{w12} + k_{w13}d_{w1}\lambda_{w13} - k_{w14}d_{w2}\lambda_{w14} + \\ + c_{f11}d_{f1}\dot{\lambda}_{f11} + k_{f11}d_{f1}\lambda_{f11} - c_{f12}d_{f2}\dot{\lambda}_{f12} - k_{f12}d_{f2}\lambda_{f12} = 0 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{c} (4.3) \\ m_{11}\ddot{y}_{11} + c_{11}\dot{\lambda}_{11} + k_{f11}d_{f1}\lambda_{f11} - c_{21}\dot{\lambda}_{21} - k_{21}\lambda_{21} + m_{11}g = 0 \\ m_{11}\ddot{y}_{11} + c_{11}\dot{\lambda}_{11} + k_{11}\dot{\lambda}_{11} - c_{21}\dot{\lambda}_{22} - k_{22}\lambda_{22} + m_{12}g = 0 \\ m_{12}\ddot{y}_{12} + c_{12}\dot{\lambda}_{12} + k_{12}\lambda_{12} - c_{22}\dot{\lambda}_{22} - k_{22}\lambda_{22} + m_{12}g = 0 \\ m_{m}\ddot{y}_{m} + c_{13}\dot{\lambda}_{13} + c_{14}d_{m2}\dot{\lambda}_{14} + k_{13}d_{m1}\lambda_{13} + k_{14}d_{m2}\lambda_{14} + \\ - c_{23}\dot{\lambda}_{23} - c_{24}\dot{\lambda}_{24} - k_{23}\lambda_{23} - k_{24}\lambda_{24} + m_{mg}g = 0 \\ I_{m,}\ddot{\phi}_{m} - c_{13}d_{m}\dot{\lambda}_{13} + c_{14}d_{m2}\dot{\lambda}_{14} - k_{13}d_{m1}\lambda_{13} + k_{14}d_{m2}\lambda_{14} + \\ + c_{23}d_{m1}\dot{\lambda}_{23} - c_{24}d_{m2}\dot{\lambda}_{24} + k_{23}d_{m1}\lambda_{23} - k_{24}d_{m2}\lambda_{24} = 0 \\ \end{array} \right]$$

$$\begin{array}{c} \text{gdzic:} \\ \dot{\lambda}_{11} = \dot{y}_{11} + \dot{y}_{11st} - y_{01} \\ \dot{\lambda}_{12} = \dot{y}_{12} - \dot{y}_{02} \\ \dot{\lambda}_{21} = \dot{y}_{n} + y_{nst} + l_{n1}(\theta_{n} + \theta_{nst}) - d_{np1}(\phi_{n} + \phi_{nst}) - y_{11} - y_{11st} \\ \dot{\lambda}_{22} = \dot{y}_{n} + y_{nst} + l_{n1}(\theta_{n} + \theta_{nst}) - y_{03} \\ \dot{\lambda}_{14} = \dot{y}_{n} + l_{n1}\dot{\theta}_{n} - d_{np1}\dot{\phi}_{n} - \dot{y}_{11} \\ \dot{\lambda}_{22} = \dot{y}_{n} + l_{n1}\dot{\theta}_{n} - d_{np1}\dot{\phi}_{n} - \dot{y}_{n1} \\ \dot{\lambda}_{13} = \dot{y}_{n} - y_{n2}(\theta_{n} + \theta_{nst}) - d_{n1}(\phi_{n} + \phi_{nst}) - y_{m} - y_{mst} + d_{m1}(\phi_{m} + \phi_{mst}) \\ \dot{\lambda}_{13} = \dot{y}_{n} - d_{n1}\dot{\phi}_{m} - \dot{y}_{03} \\ \dot{\lambda}_{14} = \dot{y}_{m} + d_{m2}\dot{\phi}_{m} - \dot{y}_{04} \\ \dot{\lambda}_{23} = \dot{y}_{n} - l_{n2}\dot{\theta}_{n} - d_{m1}\dot{\phi}_{n} - \dot{y}_{m} + d_{m1}\dot{\phi}_{m} \\ \dot{\lambda}_{24} = \dot{y}_{n} - l_{n2}\dot{\theta}_{n} - d_{m1}\dot{\phi}_{n} - \dot{y}_{$$

Wartości przykładowe parametrów modelu pojazdu samochodowego:

1. Parametry opisujące elementy inercyjne:

80

| | a) | nadwozie | |
|----|----|----------------------------------|-------------------------------|
| | | $m_n = 1780 \text{ kg}$ | |
| | | $I_{nx} = 872 \text{ kgm}^2$ | $I_{nz} = 2620 \text{ kgm}^2$ |
| | b) | przedni most pojazdu wraz z ko | łami |
| | | $m_{11} = 57 \text{ kg}$ | $m_{12} = 57 \text{ kg}$ |
| | c) | tylny most pojazdu wraz z kołan | ni |
| | | $m_m = 157 \text{ kg}$ | $I_{mx} = 70 \mathrm{kgm}^2$ |
| 2. | Pa | rametry opisujące elementy niein | nercyjne: |
| | a) | ogumienie kół przednich | |
| | | $k_{11} = 175000 \text{ N/m}$ | $c_{11} = 100 \text{ Ns/m}$ |
| | | $k_{12} = 175000 \text{ N/m}$ | $c_{12} = 100 \text{ Ns/m}$ |
| | b) | ogumienie kół tylnych | |
| | | $k_{13} = 200000 \text{ N/m}$ | $c_{13} = 100 \text{ Ns/m}$ |
| | | $k_{14} = 200000 \text{ N/m}$ | $c_{14} = 100 \text{ Ns/m}$ |
| | c) | zawieszenie mostu przedniego | |
| | | $k_{21} = 37500 \text{ N/m}$ | $c_{21} = 1000 \text{ Ns/m}$ |
| | | $k_{22} = 37500 \text{ N/m}$ | $c_{22} = 1000 \text{ Ns/m}$ |
| | d) | zawieszenie mostu tylnego | |
| | | $k_{23} = 32500 \text{ N/m}$ | $c_{23} = 1000 \text{ Ns/m}$ |
| | | $k_{24} = 32500 \text{ N/m}$ | $c_{24} = 1000 \text{ Ns/m}$ |
| 3. | Cł | narakterystyka geometryczna: | |
| | | $l_{n1} = 1.14 \text{ m}$ | $l_{n2} = 1.28 \text{ m}$ |
| | | $d_{np1} = 0.73 \text{ m}$ | $d_{np2} = 0.73 \text{ m}$ |
| | | $d_{nt1} = 0.74 \text{ m}$ | $d_{nt2} = 0.74 \text{ m}$ |
| | | $d_{m1} = 0.74 \text{ m}$ | $d_{m2} = 0.74 \text{ m}$ |

4.1.1. Wymuszenie pochodzące od nawierzchni drogi

Model matematyczny wymuszenia:

1. Pojazd samochodowy pozostaje w spoczynku:

$$V_n = 0 \tag{4.9}$$

a) brak wymuszenia zewnętrznego od strony drogi:

| $y_{01} = 0$ | $y_{02} = 0$ | $y_{03} = 0$ | $y_{04} = 0$ | L (4 10) |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------|
| $\dot{y}_{01} = 0$ | $\dot{y}_{02} = 0$ | $\dot{y}_{03} = 0$ | $\dot{y}_{04} = 0$ | (۲.10) |

b) wymuszenie zewnętrzne od strony drogi będące wynikiem ruchu tektonicznego skorupy ziemskiej na skutek pobliskiego wybuchu naziemnego:

$$y_{01} = y_0 \sin^2(\omega_0 s_{wn}) \qquad y_{02} = y_0 \sin^2(\omega_0 s_{wn}) \\ \dot{y}_{01} = y_0 \omega_0 V_n \sin(2\omega_0 s_{wn}) \qquad \dot{y}_{02} = y_0 \omega_0 V_n \sin(2\omega_0 s_{wn}) \\ y_{03} = y_0 \sin^2[\omega_0(s_{wn} - l_n)] \qquad y_{04} = y_0 \sin^2[\omega_0(s_{wn} - l_n)] \\ \dot{y}_{03} = y_0 \omega_0 V_n \sin[2\omega_0(s_{nw} - l_n)] \qquad \dot{y}_{04} = y_0 \omega_0 V_n \sin[2\omega_0(s_{wn} - l_n)] \\ \end{bmatrix}$$
(4.11)

Charakterystyka przykładowa wymuszenia:

$$y_0 = 0.05 \,\mathrm{m}, \qquad l_0 = 0.35 \,\mathrm{m}, \qquad \omega_0 = \frac{\pi}{l_0}, \qquad l_n = l_{n1} + l_{n2}$$

$$s_{wn} = V_{wn}t$$

Wartość przykładowa prędkości propagacji zaburzenia: $V_{wn} = 8.3$ m/s

Funkcje opisujące przyjęty kształt wymuszenia wynikającego z ruchu tektonicznego skorupy ziemskiej na skutek pobliskiego wybuchu naziemnego są matematycznymi obiektami sformułowanymi w sposób werbalny dla potrzeb analizy zestawu przeciwlotniczego. Traktować je należy jako formę testu, któremu poddany jest badany układ. W związku z tym można uwzględnić dodatkowo dwie opcje:

- wymuszenie od strony drogi działa tylko na koła z prawej strony pojazdu,
- wymuszenie od strony drogi działa tylko na koła z lewej strony pojazdu.
- 2. Pojazd samochodowy realizuje ruch podstawowy:

 $s_n = V_n t \tag{4.13}$

Wartość przykładowa prędkości: $V_n = 8.3 \text{ m/s}$

a) droga jest idealnie gładka, tzn. na pojazd nie działa wymuszenie zewnętrzne:

b) wymuszenie zewnętrzne od strony drogi będące wynikiem przejazdu przez pojazd pojedynczego garbu:

~

wszystkie koła najeżdżają na garb:

$$\begin{array}{l} y_{01} = y_0 \sin^2(\omega_0 s_n) & y_{02} = y_0 \sin^2(\omega_0 s_n) \\ \dot{y}_{01} = y_0 \omega_0 V_n \sin(2\omega_0 s_n) & \dot{y}_{02} = y_0 \omega_0 V_n \sin(2\omega_0 s_n) \end{array} \right\} (4.15) \\ y_{03} = y_0 \sin^2[\omega_0(s_n - l_n)] & y_{04} = y_0 \sin^2[\omega_0(s_n - l_n)] \\ \dot{y}_{03} = y_0 \omega_0 V_n \sin[2\omega_0(s_n - l_n)] & \dot{y}_{04} = y_0 \omega_0 V_n \sin[2\omega_0(s_n - l_n)] \end{array} \right\} (4.16)$$

koła z prawej strony pojazdu najeżdżają na garb:

$$y_{01} = y_0 \sin^2(\omega_0 s_n) \qquad y_{02} = 0$$

$$\dot{y}_{01} = y_0 \omega_0 V_n \sin(2\omega_0 s_n) \qquad \dot{y}_{02} = 0$$

$$y_{03} = y_0 \sin^2[\omega_0(s_n - l_n)] \qquad y_{04} = 0$$

$$\dot{y}_{03} = y_0 \omega_0 V_n \sin[2\omega_0(s_n - l_n)] \qquad \dot{y}_{04} = 0$$

$$(4.17)$$

J

koła z lewej strony pojazdu najeżdżają na garb:

$$\begin{array}{ccc} y_{01} = 0 & y_{02} = y_0 \sin^2(\omega_0 s_n) \\ \dot{y}_{01} = 0 & \dot{y}_{02} = y_0 \omega_0 V_n \sin(2\omega_0 s_n) \\ y_{03} = 0 & y_{04} = y_0 \sin^2[\omega_0(s_n - l_n)] \\ \dot{y}_{03} = 0 & \dot{y}_{04} = y_0 \omega_0 V_n \sin[2\omega_0(s_n - l_n)] \end{array} \right\} (4.19)$$

Charakterystyka przykładowa wymuszenia:

$$y_0 = 0.05 \text{ m}, \qquad l_0 = 0.35 \text{ m}, \qquad \omega_0 = \frac{\pi}{l_0}, \qquad l_n = l_{n1} + l_{n2}$$

Na rysunku 4.1 przedstawiony jest profil pojedynczej przeszkody, przez którą przejeżdżają tylne koła, tzn. jest to wymuszenie y_{03} lub y_{04} .

c) wymuszenie zewnętrzne od strony drogi będące wynikiem przejazdu przez pojazd po nawierzchni drogi o określonym profilu.

W celu uzyskania drogi o określonym profilu można skorzystać z podawanej w literaturze klasyfikacji nawierzchni. Przebieg zmienności gęstości widmowej mocy nierówności drogi przedstawia się następującym równaniem [114, 142, 163]:

$$S_{y_0}(\Omega) = S_{y_0}(\Omega_0) \left[\frac{\Omega}{\Omega_0}\right]^{-w}$$
(4.21)

gdzie:

$$\Omega = \frac{2\pi}{L_f} = \frac{\omega_n}{V_n}$$



Rys. 4.1. Profil garbu jako pojedynczej przeszkody

Przebiegi wymuszeń w funkcji czasu można wygenerować korzystając z algorytmu, który uwzględnia przekształcenie równania (4.21) do postaci:

$$S_{y_0}(\omega_n) = \frac{S_{y_0}(\Omega_0)}{V_n} \left[\frac{\omega_n}{\Omega_0 V_n}\right]^{-w}$$
(4.22)

Przebiegi wymuszeń w funkcji czasu wyznacza się jako sumę n przebiegów harmonicznych:

$$y_{01}(t) = \sum_{i=1}^{n} y_{0i} \cos(\omega_{nsi}t - \alpha_i)$$
(4.23)

gdzie:

$$y_{0i} = \sqrt{2} \sqrt{\int_{\omega_{ni}}^{\omega_{ni+1}} S_{y_0}(\omega_n) d\omega_n} ,$$

 α_i – kąt przesunięcia fazowego otrzymywany jest z generatora liczb losowych o rozkładzie równomiernym.

Na rysunkach 4.2, 4.3 i 4.4 przedstawione są przykładowe funkcje reprezentujące nierówności drogi w zależności od rodzaju nawierzchni [142].

Dla drogi nieutwardzonej o średnim stanie nawierzchni przyjęto następujące wartości parametrów:

| $S_{y_0}(\Omega_0) = 0.000155 \text{ m}^3$ | w = 2.25 |
|--------------------------------------------|-----------------------------------------|
| $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$ | <i>n</i> = 49 |
| $V_n = 8.3 \text{ m/s}$ | $\omega_n = 2.5 \div 125 \text{ rad/s}$ |

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności funkcji y_{01} wynosi $\sigma_{y_{01}} = 0.0223$ m.



84

Rys. 4.2. Profil drogi nieutwardzonej o średnim stanie nawierzchni

Dla drogi nieutwardzonej o złym stanie nawierzchni przyjęto następujące wartości parametrów:

| $S_{y_0}(\Omega_0) = 0.000602 \text{ m}^3$ | w = 2.14 |
|--------------------------------------------|-----------------------------------------|
| $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$ | <i>n</i> = 49 |
| $V_n = 8.3 \text{ m/s}$ | $\omega_n = 2.5 \div 125 \text{ rad/s}$ |

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności funkcji y_{01} wynosi $\sigma_{y_{01}} = 0.0435$ m.



Rys. 4.3. Profil drogi nieutwardzonej o złym stanie nawierzchni

Dla drogi nieutwardzonej o bardzo złym stanie nawierzchni przyjęto następujące wartości parametrów:

| $S_{y_0}(\Omega_0) = 0.016300 \text{ m}^3$ | w = 2.14 |
|--------------------------------------------|-----------------------------------------|
| $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$ | <i>n</i> = 49 |
| $V_n = 8.3 \text{ m/s}$ | $\omega_n = 2.5 \div 125 \text{ rad/s}$ |

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności funkcji y_{01} wynosi $\sigma_{y_{01}} = 0.227$ m.



Rys. 4.4. Profil drogi nieutwardzonej o bardzo złym stanie nawierzchni

Przejazd zestawu po takiej drodze z założoną prędkością może być problematyczny ze względu na techniczne możliwości pojazdu i skuteczność realizacji strzelania. Natomiast ze względu na ekstremalne warunki stworzone przez charakterystykę wymuszenia można przeprowadzić wirtualny test zmierzający do oceny wpływu dynamiki zestawu na osiągalność celu przez wystrzelone rakiety.

Odpowiednio dobierając wartości kąta przesunięcia fazowego dla każdej składowej harmonicznej można otrzymać funkcję opisującą profil drogi nieutwardzonej w postaci przebiegu okresowego lub nieokresowego. W ogólnym przypadku rzeczywiste nierówności dróg są losowe. Przeprowadzając symulację ruchu zestawu przeciwlotniczego podczas przejazdu samochodu po tak zamodelowanej drodze należy zwrócić uwagę na konieczność przeprowadzenia badań w stanie ustalonym pomijając wpływ procesu przejściowego.



Rys. 4.5. Dwa profile drogi nieutwardzonej o złym stanie nawierzchni

Koła znajdujące się po lewej i prawej stronie pojazdu poruszają się po drodze o tym samym rodzaju i stanie nawierzchni. Realizowany profil drogi jest jednak nieco inny, gdyż uwarunkowany jest sekwencją kąta przesunięcia fazowego otrzymanego z generatora liczb losowych o rozkładzie równomiernym. Na rysunku 4.5 przedstawiony jest przykład dwóch różnych profili drogi o tym samym rodzaju i stanie nawierzchni.

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności I funkcji y_{01} wynosi $\sigma_{y_{01}} = 0.0435$ m i II funkcji y_{01} wynosi $\sigma_{y_{01}} = 0.0437$ m.

4.2. Równania ruchu człowieka

Model matematyczny operatora

86

Do określenia ruchu modelu operatora siedzącego na fotelu przyjęto cztery współrzędne niezależne:

a) fotel – masa skupiona : y_{f11} b) pośladki i kończyny dolne – masa skupiona : y_{c11} c) wątroba, żołądek, śledziona i nerki – masa skupiona : y_{c21} d) mózgowie, płuca i serce – masa skupiona : y_{c31}

Równania ruchu:

(Druga część układu równań ruchu zestawu przeciwlotniczego)

Niektóre oznaczenia i wielkości fizyczne podane są na rysunku 3.5.

$$m_{f1}\ddot{y}_{f11} + c_{f11}\dot{\lambda}_{f11} + k_{f11}\lambda_{f11} - c_{f21}\dot{\lambda}_{f21} - k_{f21}\lambda_{f21} + m_{f1}g = 0$$
(4.24)

$$\left. \begin{array}{l} m_{c11} \ddot{y}_{c11} + c_{f21} \dot{\lambda}_{f21} + c_{c21} \dot{\lambda}_{c21} + c_{c31} \dot{\lambda}_{c31} + k_{f21} \lambda_{f21} + k_{c21} \lambda_{c21} + \\ + k_{c31} \lambda_{c31} + m_{c11} g = 0 \end{array} \right\}$$
(4.25)

$$m_{c21}\ddot{y}_{c21} - c_{c21}\dot{\lambda}_{c21} - k_{c21}\lambda_{c21} + m_{c21}g = 0$$
(4.26)

$$m_{c31}\ddot{y}_{c31} - c_{c31}\dot{\lambda}_{c31} - k_{c31}\lambda_{c31} + m_{c31}g = 0$$
(4.27)

gdzie:

$$\begin{split} & \lambda_{f11} = y_{f11} + y_{f11st} - y_n - y_{nst} + l_f (\vartheta_n + \vartheta_{nst}) + d_{f1} (\varphi_n + \varphi_{nst}) \\ & \lambda_{f21} = y_{c11} + y_{c11st} - y_{f11} - y_{f11st} \\ & \lambda_{c21} = y_{c11} + y_{c11st} - y_{c21} - y_{c21st} \\ & \lambda_{c31} = y_{c11} + y_{c11st} - y_{c31} - y_{c31st} \\ & \dot{\lambda}_{f11} = \dot{y}_{f11} - \dot{y}_n + l_f \dot{\vartheta}_n + d_{f1} \dot{\varphi}_n \\ & \dot{\lambda}_{f21} = \dot{y}_{c11} - \dot{y}_{f11} \\ & \dot{\lambda}_{c21} = \dot{y}_{c11} - \dot{y}_{c21} \\ & \dot{\lambda}_{c31} = \dot{y}_{c11} - \dot{y}_{c31} \end{split}$$

$$\end{split}$$

$$(4.28)$$

Wartości przykładowe parametrów modelu operatora siedzącego na fotelu:

- Parametry opisujące elementy inercyjne:

 a) fotel
 b) pośladki i kończyny dolne
 m_{f1} = 15 kg
 b) pośladki i kończyny dolne
 m_{c11} = 14.62 kg
 c) wątroba, żołądek, śledziona i nerki
 m_{c21} = 29.25 kg
 d) mózgowie, płuca i serce
 m_{c31} = 5.85 kg

 Parametry opisujące elementy nieinercyjne:

 a) zawieszenie fotela
 - $k_{f11} = 20000 \text{ N/m} \qquad c_{f11} = 600 \text{ Ns/m}$ b) poducha wykonana z gąbki $k_{f21} = 70000 \text{ N/m} \qquad c_{f21} = 150 \text{ Ns/m}$ c) zawieszenie masy m_{c21} $k_{c21} = 23298 \text{ N/m} \qquad c_{c21} = 365 \text{ Ns/m}$ d) zawieszenie masy m_{c31} $k_{c31} = 14728 \text{ N/m} \qquad c_{c31} = 145.9 \text{ Ns/m}$
- 3. Charakterystyka geometryczna:
 - a) położenie elementów nieinercyjnych $l_f = 0.32 \text{ m}$ $d_{f1} = 0.44 \text{ m}$

Model matematyczny kierowcy

Do określenia ruchu modelu kierowcy siedzącego na fotelu przyjęto cztery współrzędne niezależne:

| a) | fotel | |
|----|-------------------------------------|---------------------------|
| | masa skupiona | : y _{f12} |
| b) | pośladki i kończyny dolne | |
| | masa skupiona | : <i>y</i> _{c12} |
| c) | wątroba, żołądek, śledziona i nerki | |
| | masa skupiona | : <i>y</i> _{c22} |
| d) | mózgowie, płuca i serce | |
| | masa skupiona | : <i>y</i> _{c32} |

Równania ruchu:

88

(Trzecia część układu równań ruchu zestawu przeciwlotniczego)

Niektóre oznaczenia i wielkości fizyczne podane są na rysunku 3.6.

$$m_{f2}\ddot{y}_{f12} + c_{f12}\dot{\lambda}_{f12} + k_{f12}\lambda_{f12} - c_{f22}\dot{\lambda}_{f22} - k_{f22}\lambda_{f22} + m_{f2}g = 0$$
(4.29)
$$m_{f2}\ddot{y}_{f12} + c_{f12}\dot{\lambda}_{f12} + c_{f12}\dot{\lambda}_{f12} - c_{f22}\dot{\lambda}_{f22} - k_{f22}\lambda_{f22} + m_{f2}g = 0$$
(4.29)

$$\begin{cases} m_{c12}\ddot{y}_{c12} + c_{f22}\lambda_{f22} + c_{c22}\lambda_{c22} + c_{c32}\lambda_{c32} + k_{f22}\lambda_{f22} + k_{c32}\lambda_{c32} + k_{c32}\lambda_{c32} + m_{c12}g = 0 \end{cases}$$

$$\end{cases}$$

$$(4.30)$$

$$m_{c22}\ddot{y}_{c22} - c_{c22}\dot{\lambda}_{c22} - k_{c22}\lambda_{c22} + m_{c22}g = 0$$
(4.31)

$$m_{c32}\ddot{y}_{c32} - c_{c32}\dot{\lambda}_{c32} - k_{c32}\lambda_{c32} + m_{c32}g = 0$$
(4.32)

gdzie:

$$\lambda_{f12} = y_{f12} + y_{f12} - y_n - y_{nst} + l_f (\vartheta_n + \vartheta_{nst}) - d_{f2} (\varphi_n + \varphi_{nst}) \\\lambda_{f22} = y_{c12} + y_{c12st} - y_{f12} - y_{f12st} \\\lambda_{c22} = y_{c12} + y_{c12st} - y_{c22} - y_{c22st} \\\lambda_{c32} = y_{c12} + y_{c12st} - y_{c32} - y_{c32st} \\\dot{\lambda}_{f12} = \dot{y}_{f12} - \dot{y}_n + l_f \dot{\vartheta}_n - d_{f2} \dot{\varphi}_n \\\dot{\lambda}_{f22} = \dot{y}_{c12} - \dot{y}_{c12} \\\dot{\lambda}_{c32} = \dot{y}_{c12} - \dot{y}_{c32} \\\dot{\lambda}_{c32} = \dot{y}_{c12} - \dot{y}_{c32} \\ \end{pmatrix}$$
(4.33)

Wartości przykładowe parametrów modelu kierowcy siedzącego na fotelu:

| 1. | Parametry opisujące elementy inercyjne: a) fotel | $m_{f2} = 15 \text{ kg}$ |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| | b) pośladki i kończyny dolne | $m_{c12} = 14.62 \text{ kg}$ |
| | c) wątroba, żołądek, śledziona i nerki | $m_{c22} = 29.25 \text{ kg}$ |
| | d) mózgowie, płuca i serce | $m_{c32} = 5.85 \text{ kg}$ |
| 2. | Parametry opisujące elementy nieinercyju a) zawieszenie fotela $k_{f12} = 20000 \text{ N}$ | ne: $c_{f12} = 600 \text{ Ns/m}$ |
| | b) poducha wykonana z gąbki $k_{f22} = 70000 \text{ N/m}$ | $c_{f22} = 150 \text{ Ns/m}$ |
| | c) zawieszenie masy m_{c22} $k_{c22} = 23298 \text{ N/m}$ | $c_{c22} = 365 \text{ Ns/m}$ |
| | d) zawieszenie masy m_{c32} $k_{c32} = 14728 \text{ N/m}$ | $c_{c32} = 145.9 \text{ Ns/m}$ |
| 3. | Charakterystyka geometryczna: a) położenie elementów nieinercyjnych | $d_{f2} = 0.44 \text{ m}$ |

4.3. Równania ruchu wyrzutni

Do określenia ruchu modelu wyrzutni przyjęto sześć współrzędnych niezależnych: a) cokół

| | ciało doskonale sztywne | : | \mathcal{Y}_w , | $\mathcal{G}_{w},$ | φ_w |
|----|---------------------------------------------|---|-------------------|--------------------|-------------|
| b) | wieża | | | | |
| | ciało doskonale sztywne | : | y_{v} , | θ_{v} , | φ_v |

Równania ruchu:

(Czwarta część układu równań ruchu zestawu przeciwlotniczego)

Niektóre oznaczenia i wielkości fizyczne podane są na rysunkach 3.7-3.12.

$$m_{w} \ddot{y}_{w} + c_{w11} \dot{\lambda}_{w11} + c_{w12} \dot{\lambda}_{w12} + k_{w11} \lambda_{w11} + k_{w12} \lambda_{w12} + + c_{w13} \dot{\lambda}_{w13} + c_{w14} \dot{\lambda}_{w14} + k_{w13} \lambda_{w13} + k_{w14} \lambda_{w14} + - c_{w21} \dot{\lambda}_{w21} - c_{w22} \dot{\lambda}_{w22} - k_{w21} \lambda_{w21} - k_{w22} \lambda_{w22} + - c_{w23} \dot{\lambda}_{w23} - c_{w24} \dot{\lambda}_{w24} - k_{w23} \lambda_{w23} - k_{w24} \lambda_{w24} + m_{w}g = 0$$

$$\left. \right\}$$

$$(4.34)$$

1

$$\left. \begin{cases}
 I_{wz}\ddot{\mathcal{B}}_{w} + c_{w11}l_{c1}\dot{\lambda}_{w11} + c_{w12}l_{c1}\dot{\lambda}_{w12} + k_{w11}l_{c1}\lambda_{w11} + k_{w12}l_{c1}\lambda_{w12} + \\
 - c_{w13}l_{c2}\dot{\lambda}_{w13} - c_{w14}l_{c2}\dot{\lambda}_{w14} - k_{w13}l_{c2}\lambda_{w13} - k_{w14}l_{c2}\lambda_{w14} + \\
 - c_{w21}l_{w3}\dot{\lambda}_{w21} - c_{w22}l_{w3}\dot{\lambda}_{w22} - k_{w21}l_{w3}\lambda_{w21} - k_{w22}l_{w3}\lambda_{w22} + \\
 + c_{w23}l_{w4}\dot{\lambda}_{w23} + c_{w24}l_{w4}\dot{\lambda}_{w24} + k_{w23}l_{w4}\lambda_{w23} + k_{w24}l_{w4}\lambda_{w24} = 0
 \end{aligned} \right\}$$

$$(4.35)$$

$$I_{wx}\ddot{\varphi}_{w} - c_{w11}d_{w1}\dot{\lambda}_{w11} + c_{w12}d_{w2}\dot{\lambda}_{w12} - k_{w11}d_{w1}\lambda_{w11} + k_{w12}d_{w2}\lambda_{w12} + -c_{w13}d_{w1}\dot{\lambda}_{w13} + c_{w14}d_{w2}\dot{\lambda}_{w14} - k_{w13}d_{w1}\lambda_{w13} + k_{w14}d_{w2}\lambda_{w14} + +c_{w21}d_{w3}\dot{\lambda}_{w21} - c_{w22}d_{w4}\dot{\lambda}_{w22} + k_{w21}d_{w3}\lambda_{w21} - k_{w22}d_{w4}\lambda_{w22} + +c_{w23}d_{w3}\dot{\lambda}_{w23} - c_{w24}d_{w4}\dot{\lambda}_{w24} + k_{w23}d_{w3}\lambda_{w23} - k_{w24}d_{w4}\lambda_{w24} = 0$$

$$\left. \right\}$$

$$(4.36)$$

$$\begin{pmatrix} m_{\nu} + m_{p1} + m_{p2} + m_{p3} + m_{p4} \end{pmatrix} \ddot{y}_{\nu} + \\ + \begin{bmatrix} m_{p1} (\xi_{p1} l_{\xi} + l_{\xi1}) + m_{p2} (\xi_{p2} l_{\xi} + l_{\xi2}) + m_{p3} (\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3}) + m_{p4} (\xi_{p4} l_{\xi} + l_{\xi4}) \end{bmatrix} \ddot{y}_{\nu} + \\ - \begin{bmatrix} m_{p1} (\xi_{p1} l_{\zeta} + l_{\zeta1}) + m_{p2} (\xi_{p2} l_{\zeta} + l_{\zeta2}) + m_{p3} (\xi_{p3} l_{\zeta} + l_{\zeta3}) + m_{p4} (\xi_{p4} l_{\zeta} + l_{\zeta4}) \end{bmatrix} \ddot{\varphi}_{\nu} + \\ + \begin{pmatrix} m_{p1} \ddot{\xi}_{p1} + m_{p2} \ddot{\xi}_{p2} + m_{p3} \ddot{\xi}_{p3} + m_{p4} \ddot{\xi}_{p4} \end{pmatrix} (l_{\eta} + l_{\xi} \vartheta_{\nu} - l_{\zeta} \varphi_{\nu}) + \\ + 2 \begin{pmatrix} m_{p1} \dot{\xi}_{p1} + m_{p2} \dot{\xi}_{p2} + m_{p3} \dot{\xi}_{p3} + m_{p4} \dot{\xi}_{p4} \end{pmatrix} (l_{\xi} \dot{\vartheta}_{\nu} - l_{\zeta} \dot{\varphi}_{\nu}) + \\ + c_{w21} \dot{\lambda}_{w21} + c_{w22} \dot{\lambda}_{w22} + k_{w21} \lambda_{w21} + k_{w22} \lambda_{w22} + \\ + c_{w23} \dot{\lambda}_{w23} + c_{w24} \dot{\lambda}_{w24} + k_{w23} \lambda_{w23} + k_{w24} \lambda_{w24} + \\ + \begin{pmatrix} m_{\nu} + m_{p1} + m_{p2} + m_{p3} + m_{p4} \end{pmatrix} g = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_{vz} + I_{p1x_{p}}l_{1}^{2} + I_{p1y_{p}}l_{3}^{2} + I_{p1z_{p}}l_{5}^{2} + m_{p1} \Big[(\xi_{p1}l_{\xi} + l_{\xi1})^{2} + (\xi_{p1}l_{\eta} + l_{\eta1})^{2} \Big] + \\ + I_{p2x_{p}}l_{1}^{2} + I_{p2y_{p}}l_{3}^{2} + I_{p2z_{p}}l_{5}^{2} + m_{p2} \Big[(\xi_{p2}l_{\xi} + l_{\xi2})^{2} + (\xi_{p2}l_{\eta} + l_{\eta2})^{2} \Big] + \\ + I_{p3x_{p}}l_{1}^{2} + I_{p3y_{p}}l_{3}^{2} + I_{p3z_{p}}l_{5}^{2} + m_{p3} \Big[(\xi_{p3}l_{\xi} + l_{\xi3})^{2} + (\xi_{p3}l_{\eta} + l_{\eta3})^{2} \Big] + \\ + I_{p4x_{p}}l_{1}^{2} + I_{p4y_{p}}l_{3}^{2} + I_{p4z_{p}}l_{5}^{2} + m_{p4} \Big[(\xi_{p4}l_{\xi} + l_{\xi4})^{2} + (\xi_{p4}l_{\eta} + l_{\eta4})^{2} \Big] \Big\} \ddot{\mathcal{B}}_{v} + \\ + \Big[I_{p1x_{p}}l_{1}l_{2} + I_{p1y_{p}}l_{3}l_{4} + I_{p1z_{p}}l_{5}l_{6} - m_{p1}(\xi_{p1}l_{\xi} + l_{\xi1})(\xi_{p1}l_{\zeta} + l_{\zeta1}) + \\ + I_{p2x_{p}}l_{1}l_{2} + I_{p2y_{p}}l_{3}l_{4} + I_{p2z_{p}}l_{5}l_{6} - m_{p2}(\xi_{p2}l_{\xi} + l_{\xi3})(\xi_{p3}l_{\zeta} + l_{\zeta3}) + \\ \end{cases}$$

$$(4.38)$$

$$\begin{split} &+ I_{p4x_{p}} l_{l} l_{2} + I_{p4y_{p}} l_{3} l_{4} + I_{p4z_{p}} l_{5} l_{6} - m_{p4} \left(\xi_{p4} l_{\xi} + l_{\xi4} \right) \left(\xi_{p4} l_{\xi} + l_{\zeta4} \right) - I_{vxz} \right] \ddot{\varphi}_{v} + \\ &+ \left[m_{p1} \left(\xi_{p1} l_{\xi} + l_{\xi1} \right) + m_{p2} \left(\xi_{p2} l_{\xi} + l_{\xi2} \right) + m_{p3} \left(\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3} \right) + m_{p4} \left(\xi_{p4} l_{\xi} + l_{\xi4} \right) \right] \ddot{y}_{v} + \\ &+ I_{p1x_{p}} l_{1} \ddot{\varphi}_{p1} + I_{p2x_{p}} l_{1} \ddot{\varphi}_{p2} + I_{p3x_{p}} l_{1} \ddot{\varphi}_{p3} + I_{p4x_{p}} l_{1} \ddot{\varphi}_{p4} + \\ &+ m_{p1} \left\{ l_{\eta} \left(\xi_{p1} l_{\xi} + l_{\xi1} \right) - l_{\xi} \left(\xi_{p1} l_{\eta} + l_{\eta1} \right) \right] \theta_{v} \left| \xi_{p1} l_{\xi} + l_{\xi1} \right) - l_{\xi} \left(\xi_{p1} l_{\eta} + l_{\eta1} \right) \right] \theta_{v} \left| \xi_{p2} l_{\xi} + l_{\xi2} \right) \varphi_{v} + \\ &+ \left[l_{\xi} \left(\xi_{p1} l_{\xi} + l_{\xi2} \right) - l_{\xi} \left(\xi_{p2} l_{\eta} + l_{\eta2} \right) \right] \theta_{v} \left| \xi_{p2} l_{\xi} + l_{\xi2} \right) \varphi_{v} + \\ &+ \left[l_{\xi} \left(\xi_{p2} l_{\xi} + l_{\xi2} \right) - l_{\xi} \left(\xi_{p3} l_{\eta} + l_{\eta3} \right) \right] \theta_{v} \left| \xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3} \right) \varphi_{v} + \\ &+ \left[l_{\xi} \left(\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3} \right) - l_{\xi} \left(\xi_{p3} l_{\eta} + l_{\eta3} \right) \right] \theta_{v} \left| \xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3} \right) \varphi_{v} + \\ &+ \left[l_{\xi} \left(\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3} \right) + l_{\eta} \left(\xi_{p3} l_{\eta} + l_{\eta3} \right) \right] \theta_{v} \left| \xi_{p3} l_{\eta} + l_{\xi3} \right] \varphi_{v} + \\ &+ \left[l_{\xi} \left(\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3} \right) + l_{\eta} \left(\xi_{p4} l_{\eta} + l_{\eta4} \right) \right] \theta_{v} \left| \xi_{p3} l_{\eta} + l_{\xi4} \right) \varphi_{v} + \\ &+ \left[l_{\xi} \left(\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3} \right) + l_{\eta} \left(\xi_{p4} l_{\eta} + l_{\eta4} \right) \right] \theta_{v} \dot{\xi}_{p3} + \\ &+ m_{p4} \left\{ l_{\eta} \left(\xi_{p2} l_{\xi} + l_{\xi3} \right) + l_{\eta} \left(\xi_{p4} l_{\eta} + l_{\eta4} \right) \right] \dot{\theta}_{v} \dot{\xi}_{p3} + \\ &+ 2m_{p2} \left[l_{\xi} \left(\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3} \right) + l_{\eta} \left(\xi_{p3} l_{\eta} + l_{\eta3} \right) \right] \dot{\theta}_{v} \dot{\xi}_{p4} + \\ &- 2m_{p1} \left[l_{\xi} \left(\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3} \right) + l_{\eta} \left(\xi_{p3} l_{\eta} + l_{\eta3} \right) \right] \dot{\theta}_{v} \dot{\xi}_{p4} + \\ &- 2m_{p1} \left[l_{\xi} \left(\xi_{p4} l_{\xi} + l_{\xi4} \right) + l_{\eta} \left(\xi_{p3} l_{\eta} + l_{\eta4} \right) \right] \dot{\theta}_{v} \dot{\xi}_{p4} + \\ &- 2m_{p1} \left[l_{\xi} \left(\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3} \right) + l_{\eta} \left(\xi_{p3} l_{\eta} + l_{\eta4} \right) \right] \dot{\theta}_{v} \dot{\xi}_{p4} + \\ &- 2m_{p1} \left[l_{\xi} \left(\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3} \right) + l_{\eta} \left(\xi_{p3} l_{\eta} + l_{\eta4} \right) \right] \dot{\theta}_{v} \dot{\xi}_{p4} + \\ &-$$

$$\left\{ I_{vx} + I_{p1x_{p}} l_{2}^{2} + I_{p1y_{p}} l_{4}^{2} + I_{p1z_{p}} l_{6}^{2} + m_{p1} \left[\left(\xi_{p1} l_{\eta} + l_{\eta1} \right)^{2} + \left(\xi_{p1} l_{\zeta} + l_{\zeta1} \right)^{2} \right] + I_{p2x_{p}} l_{2}^{2} + I_{p2y_{p}} l_{4}^{2} + I_{p2z_{p}} l_{6}^{2} + m_{p2} \left[\left(\xi_{p2} l_{\eta} + l_{\eta2} \right)^{2} + \left(\xi_{p2} l_{\zeta} + l_{\zeta2} \right)^{2} \right] + I_{p3x_{p}} l_{2}^{2} + I_{p3y_{p}} l_{4}^{2} + I_{p3z_{p}} l_{6}^{2} + m_{p3} \left[\left(\xi_{p3} l_{\eta} + l_{\eta3} \right)^{2} + \left(\xi_{p3} l_{\zeta} + l_{\zeta3} \right)^{2} \right] + I_{p4x_{p}} l_{2}^{2} + I_{p4y_{p}} l_{4}^{2} + I_{p4z_{p}} l_{6}^{2} + m_{p4} \left[\left(\xi_{p4} l_{\eta} + l_{\eta4} \right)^{2} + \left(\xi_{p4} l_{\zeta} + l_{\zeta4} \right)^{2} \right] \right\} \ddot{\varphi}_{v} + \right\}$$

$$(4.39)$$

$$\begin{split} + \Big[I_{p1x_{p}} l_{1} l_{2} + I_{p1y_{p}} l_{3} l_{4} + I_{p1z_{p}} l_{5} l_{6} - m_{p1} (\xi_{p1} l_{\xi} + l_{\xi1}) (\xi_{p1} l_{\xi} + l_{\xi1}) + \\ + I_{p2x_{p}} l_{1} l_{2} + I_{p2y_{p}} l_{3} l_{4} + I_{p2z_{p}} l_{5} l_{6} - m_{p2} (\xi_{p2} l_{\xi} + l_{\xi2}) (\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi2}) + \\ + I_{p3x_{p}} l_{1} l_{2} + I_{p3y_{p}} l_{3} l_{4} + I_{p4z_{p}} l_{5} l_{6} - m_{p4} (\xi_{p4} l_{\xi} + l_{\xi4}) (\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi4}) - I_{vxz}] \ddot{b}, + \\ - [m_{p1} (\xi_{p1} l_{\xi} + l_{\xi1}) + m_{p2} (\xi_{p2} l_{\xi} + l_{\xi2}) + m_{p3} (\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3}) + m_{p4} (\xi_{p4} l_{\xi} + l_{\xi4})] \ddot{y}_{v} + \\ + I_{p1x_{p}} l_{2} \ddot{\phi}_{p1} + I_{p2x_{p}} l_{2} \ddot{\phi}_{p2} + I_{p3x_{p}} l_{2} \ddot{\phi}_{p3} + I_{p4x_{p}} l_{2} \dot{\phi}_{p4} + \\ + m_{p1} l_{\xi} (\xi_{p1} l_{\eta} + l_{\eta1}) - l_{\eta} (\xi_{p1} l_{\xi} + l_{\xi1}) - l_{\xi} (\xi_{p1} l_{\xi} + l_{\xi1})] \phi_{v} \dot{\xi}_{p1} + \\ + m_{p2} l_{\xi} (\xi_{p2} l_{\eta} + l_{\eta2}) - l_{\eta} (\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi2}) - l_{\xi} (\xi_{p2} l_{\xi} + l_{\xi2}) \partial_{v} + \\ + \left[l_{\eta} (\xi_{p2} l_{\eta} + l_{\eta3}) - l_{\eta} (\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3})] \phi_{v} \dot{\xi}_{p3} + \\ - m_{p3} l_{\xi} (\xi_{p3} l_{\eta} + l_{\eta3}) - l_{\eta} (\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3}) - l_{\xi} (\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3}) \partial_{v} + \\ + \left[l_{\eta} (\xi_{p2} l_{\eta} + l_{\eta3}) + l_{\xi} (\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3})] \phi_{v} \dot{\xi}_{p3} + \\ - m_{p3} l_{\xi} (\xi_{p3} l_{\eta} + l_{\eta3}) - l_{\eta} (\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3}) - l_{\xi} (\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3}) \partial_{v} + \\ + \left[l_{\eta} (\xi_{p3} l_{\eta} + l_{\eta3}) + l_{\xi} (\xi_{p3} l_{\xi} + l_{\xi3})] \phi_{v} \dot{\xi}_{p3} + \\ - m_{p4} l_{\xi} (\xi_{p4} l_{\eta} + l_{\eta4}) + l_{\xi} (\xi_{p4} l_{\xi} + l_{\xi4})] \phi_{v} \dot{\xi}_{p4} + \\ + 2m_{p1} [l_{\eta} (\xi_{p4} l_{\eta} + l_{\eta4}) + l_{\xi} (\xi_{p4} l_{\xi} + l_{\xi4})] \phi_{v} \dot{\xi}_{p3} + \\ - 2m_{p1} l_{\eta} (\xi_{p3} l_{\eta} + l_{\eta3}) + l_{\xi} (\xi_{p4} l_{\xi} + l_{\xi4})] \phi_{v} \dot{\xi}_{p4} + \\ - 2m_{p1} l_{\eta} (\xi_{p4} l_{\eta} + l_{\eta4}) + l_{\xi} (\xi_{p4} l_{\xi} + l_{\xi4})] \phi_{v} \dot{\xi}_{p4} + \\ - 2m_{p1} l_{\xi} (\xi_{p1} l_{\xi} + l_{\xi1}) \dot{b} \dot{\xi}_{p3} - 2m_{p2} l_{\xi} (\xi_{p2} l_{\xi} + l_{\xi2}) \dot{b} \dot{\xi}_{p2} + \\ - 2m_{p3} l_{\xi} (\xi_{p3} l_{\eta} + l_{\eta4}) + l_{\xi} (\xi_{p4} l_{\xi} + l_{\xi2})] \phi_{v} \dot{\xi}_{p4} + \\ - m_{p1} (\xi_{p3}$$

92

gdzie:

$$\lambda_{w11} = y_w + y_{wst} + l_{c1}(\vartheta_w + \vartheta_{wst}) - d_{w1}(\varphi_w + \varphi_{wst}) - y_n - y_{nst} + l_{w1}(\vartheta_n + \vartheta_{nst}) + d_{w1}(\varphi_n + \varphi_{nst})$$

$$\lambda_{w12} = y_w + y_{wst} + l_{c1}(\vartheta_w + \vartheta_{wst}) + d_{w2}(\varphi_w + \varphi_{wst}) - y_n - y_{nst} + l_{w1}(\vartheta_n + \vartheta_{nst}) - d_{w2}(\varphi_n + \varphi_{nst})$$

$$\lambda_{w13} = y_w + y_{wst} - l_{c2}(\vartheta_w + \vartheta_{wst}) - d_{w1}(\varphi_w + \varphi_{wst}) - y_n - y_{nst} + l_{w2}(\vartheta_n + \vartheta_{nst}) + d_{w1}(\varphi_n + \varphi_{nst})$$

$$\lambda_{w14} = y_w + y_{wst} - l_{c2}(\vartheta_w + \vartheta_{wst}) + d_{w2}(\varphi_w + \varphi_{wst}) - y_n - y_{nst} + l_{w2}(\vartheta_n + \vartheta_{nst}) - d_{w2}(\varphi_n + \varphi_{nst})$$

$$(4.40)$$

$$\dot{\lambda}_{w11} = \dot{y}_w + l_{c1}\dot{9}_w - d_{w1}\dot{\phi}_w - \dot{y}_n + l_{w1}\dot{9}_n + d_{w1}\dot{\phi}_n \dot{\lambda}_{w12} = \dot{y}_w + l_{c1}\dot{9}_w + d_{w2}\dot{\phi}_w - \dot{y}_n + l_{w1}\dot{9}_n - d_{w2}\dot{\phi}_n \dot{\lambda}_{w13} = \dot{y}_w - l_{c2}\dot{9}_w - d_{w1}\dot{\phi}_w - \dot{y}_n + l_{w2}\dot{9}_n + d_{w1}\dot{\phi}_n \dot{\lambda}_{w14} = \dot{y}_w - l_{c2}\dot{9}_w + d_{w2}\dot{\phi}_w - \dot{y}_n + l_{w2}\dot{9}_n - d_{w2}\dot{\phi}_n$$

$$\lambda_{w21} = y_{v} + y_{vst} + l_{c3}(\theta_{v} + \theta_{vst}) - d_{w3}(\phi_{v} + \phi_{vst}) - y_{w} - y_{wst} + -l_{w3}(\theta_{w} + \theta_{wst}) + d_{w3}(\phi_{w} + \phi_{wst}) \\ \lambda_{w22} = y_{v} + y_{vst} + l_{c3}(\theta_{v} + \theta_{vst}) + d_{w4}(\phi_{v} + \phi_{vst}) - y_{w} - y_{wst} + -l_{w3}(\theta_{w} + \theta_{wst}) - d_{w4}(\phi_{w} + \phi_{wst}) \\ \lambda_{w23} = y_{v} + y_{vst} - l_{c4}(\theta_{v} + \theta_{vst}) - d_{w3}(\phi_{v} + \phi_{vst}) - y_{w} - y_{wst} + + l_{w4}(\theta_{w} + \theta_{wst}) + d_{w3}(\phi_{w} + \phi_{wst}) \\ \lambda_{w24} = y_{v} + y_{vst} - l_{c4}(\theta_{v} + \theta_{vst}) + d_{w4}(\phi_{v} + \phi_{vst}) - y_{w} - y_{wst} + + l_{w4}(\theta_{w} + \theta_{wst}) - d_{w4}(\phi_{w} + \phi_{wst}) \\ \lambda_{w24} = y_{v} + y_{vst} - l_{c4}(\theta_{v} + \theta_{vst}) + d_{w4}(\phi_{v} + \phi_{vst}) - y_{w} - y_{wst} + + l_{w4}(\theta_{w} + \theta_{wst}) - d_{w4}(\phi_{w} + \phi_{wst}) \\ \lambda_{w24} = y_{v} + y_{vst} - l_{c4}(\theta_{v} + \theta_{vst}) + d_{w4}(\phi_{v} + \phi_{vst}) - y_{w} - y_{wst} + + l_{w4}(\theta_{w} + \theta_{wst}) - d_{w4}(\phi_{w} + \phi_{wst}) \\ \lambda_{w24} = y_{v} + y_{vst} - l_{c4}(\theta_{v} + \theta_{vst}) + d_{w4}(\phi_{v} + \phi_{vst}) - y_{w} - y_{wst} + \\+ l_{w4}(\theta_{w} + \theta_{wst}) - d_{w4}(\phi_{w} + \phi_{wst}) \\ \lambda_{w24} = y_{v} + y_{vst} - l_{c4}(\theta_{v} + \theta_{vst}) + d_{w4}(\phi_{v} + \phi_{vst}) - y_{w} - y_{wst} + \\+ l_{w4}(\theta_{w} + \theta_{wst}) - d_{w4}(\phi_{w} + \phi_{wst}) \\ \lambda_{w24} = y_{v} + y_{vst} - l_{w4}(\phi_{w} + \phi_{wst}) \\ \lambda_{w24} = y_{v} + y_{vst} - l_{w4}(\phi_{w} + \phi_{wst}) + d_{w4}(\phi_{w} + \phi_{wst}) + \\+ l_{w4}(\theta_{w} + \theta_{wst}) - d_{w4}(\phi_{w} + \phi_{wst}) \\ \lambda_{w24} = y_{v} + y_{w} +$$

$$\dot{\lambda}_{w21} = \dot{y}_{v} + l_{c3}\dot{9}_{v} - d_{w3}\dot{\phi}_{v} - \dot{y}_{w} - l_{w3}\dot{9}_{w} + d_{w3}\dot{\phi}_{w} \dot{\lambda}_{w22} = \dot{y}_{v} + l_{c3}\dot{9}_{v} + d_{w4}\dot{\phi}_{v} - \dot{y}_{w} - l_{w3}\dot{9}_{w} - d_{w4}\dot{\phi}_{w} \dot{\lambda}_{w23} = \dot{y}_{v} - l_{c4}\dot{9}_{v} - d_{w3}\dot{\phi}_{v} - \dot{y}_{w} + l_{w4}\dot{9}_{w} + d_{w3}\dot{\phi}_{w} \dot{\lambda}_{w24} = \dot{y}_{v} - l_{c4}\dot{9}_{v} + d_{w4}\dot{\phi}_{v} - \dot{y}_{w} + l_{w4}\dot{9}_{w} - d_{w4}\dot{\phi}_{w}$$

$$\left. \begin{array}{l} l_{\xi} = \cos \vartheta_{pv} \cos \psi_{pv} \\ l_{\eta} = \sin \vartheta_{pv} \\ l_{\zeta} = -\cos \vartheta_{pv} \sin \psi_{pv} \end{array} \right\} (4.42)$$

~

~

$$\left. \begin{array}{l} l_{\xi 1} = (l_{ps1} - l_{p0}) l_{\xi} - d_{pv} \sin \vartheta_{pv} \cos \psi_{pv} + d_{v1} \sin \psi_{pv} \\ l_{\eta 1} = (l_{ps1} - l_{p0}) l_{\eta} + d_{pv} \cos \vartheta_{pv} \\ l_{\zeta 1} = (l_{ps1} - l_{p0}) l_{\zeta} + d_{pv} \sin \vartheta_{pv} \sin \psi_{pv} + d_{v1} \cos \psi_{pv} \end{array} \right\}$$
(4.43)

$$\left. \begin{array}{l} l_{\xi 2} = (l_{ps2} - l_{p0}) l_{\xi} + d_{pv} \sin \vartheta_{pv} \cos \psi_{pv} + d_{v1} \sin \psi_{pv} \\ l_{\eta 2} = (l_{ps2} - l_{p0}) l_{\eta} - d_{pv} \cos \vartheta_{pv} \\ l_{\zeta 2} = (l_{ps2} - l_{p0}) l_{\zeta} - d_{pv} \sin \vartheta_{pv} \sin \psi_{pv} + d_{v1} \cos \psi_{pv} \end{array} \right\}$$
(4.44)

$$\left. \begin{array}{l} l_{\xi3} = (l_{ps3} - l_{p0}) l_{\xi} - d_{pv} \sin \vartheta_{pv} \cos \psi_{pv} - d_{v3} \sin \psi_{pv} \\ l_{\eta3} = (l_{ps3} - l_{p0}) l_{\eta} + d_{pv} \cos \vartheta_{pv} \\ l_{\zeta3} = (l_{ps3} - l_{p0}) l_{\zeta} + d_{pv} \sin \vartheta_{pv} \sin \psi_{pv} - d_{v3} \cos \psi_{pv} \end{array} \right\}$$
(4.45)

$$\left. \begin{array}{l} l_{\xi4} = (l_{ps4} - l_{p0}) l_{\xi} + d_{pv} \sin \vartheta_{pv} \cos \psi_{pv} - d_{v3} \sin \psi_{pv} \\ l_{\eta4} = (l_{ps4} - l_{p0}) l_{\eta} - d_{pv} \cos \vartheta_{pv} \\ l_{\zeta4} = (l_{ps4} - l_{p0}) l_{\zeta} - d_{pv} \sin \vartheta_{pv} \sin \psi_{pv} - d_{v3} \cos \psi_{pv} \end{array} \right\}$$
(4.46)

$$l_{1} = -\cos \vartheta_{pv} \sin \psi_{pv} \qquad l_{2} = \cos \vartheta_{pv} \cos \psi_{pv} \\ l_{3} = \sin \vartheta_{pv} \sin \psi_{pv} \qquad l_{4} = -\sin \vartheta_{pv} \cos \psi_{pv} \\ l_{5} = \cos \psi_{pv} \qquad l_{6} = \sin \psi_{pv} \end{cases}$$

$$(4.47)$$

Wartości przykładowe parametrów modelu wyrzutni:

- 1. Parametry opisujące elementy inercyjne:
 - a) cokół $m_w = 198 \text{ kg}$ $I_{wx} = 30 \text{ kgm}^2$ $I_{wz} = 30 \text{ kgm}^2$ $I_{wz} = 30 \text{ kgm}^2$

b) wieża

$$\begin{split} m_{v} &= m_{pl} + m_{pr} \\ I_{vx} &= \left(I_{pl\xi_{v}'} + I_{pr\xi_{pv}} \cos^{2} \vartheta_{pv} + I_{pr\eta_{pv}} \sin^{2} \vartheta_{pv} \right) \cos^{2} \psi_{pv} + \\ &+ \left(I_{pl\xi_{v}'} + I_{pr\xi_{pv}} \right) \sin^{2} \psi_{pv} \\ I_{vz} &= \left(I_{pl\xi_{v}'} + I_{pr\xi_{pv}} \cos^{2} \vartheta_{pv} + I_{pr\eta_{pv}} \sin^{2} \vartheta_{pv} \right) \sin^{2} \psi_{pv} + \\ &+ \left(I_{pl\zeta_{v}'} + I_{pr\xi_{pv}} \right) \cos^{2} \psi_{pv} \\ I_{vxz} &= \left(I_{pl\xi_{v}'} + I_{pr\xi_{pv}} \cos^{2} \vartheta_{pv} + I_{pr\eta_{pv}} \sin^{2} \vartheta_{pv} - I_{pl\zeta_{v}'} - I_{pr\xi_{pv}} \right) \cos \psi_{pv} \sin \psi_{pv} \end{split}$$

~

- platforma

| $m_{pl} = 34.2 \text{ kg}$ | $I_{pl\xi'_v} = 0.96 \text{ kgm}^2$ |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
| $I_{pl\eta'_v} = 0.7 \text{ kgm}^2$ | $I_{pl\zeta'_v} = 1.27 \text{ kgm}^2$ |

- układ czterech prowadnic
 $m_{pr} = 85.2 \text{ kg}$ $I_{pr\xi_{pv}} = 23.11 \text{ kgm}^2$ $I_{pr\eta_{pv}} = 32.23 \text{ kgm}^2$ $I_{pr\zeta_{pv}} = 9.86 \text{ kgm}^2$

2. Parametry opisujące elementy nieinercyjne:

| a) | zawieszenie cokołu | 2 | |
|----|--------------------------------|---|------------------------------|
| , | $k_{wl1} = 350000 \text{ N/m}$ | | $c_{w11} = 200 \text{ Ns/m}$ |
| | $k_{w12} = 350000 \text{ N/m}$ | | $c_{w12} = 200 \text{ Ns/m}$ |
| | $k_{w13} = 350000 \text{ N/m}$ | | $c_{w13} = 200 \text{ Ns/m}$ |
| | $k_{w14} = 350000 \text{ N/m}$ | | $c_{w14} = 200 \text{ Ns/m}$ |
| b) | zawieszenie wieży | | |

- $k_{w21} = 350000 \text{ N/m}$ $c_{w21} = 200 \text{ Ns/m}$ $k_{w22} = 350000 \text{ N/m}$ $c_{w22} = 200 \text{ Ns/m}$ $k_{w23} = 350000 \text{ N/m}$ $c_{w23} = 200 \text{ Ns/m}$ $k_{w24} = 350000 \text{ N/m}$ $c_{w24} = 200 \text{ Ns/m}$
- 3. Charakterystyka geometryczna

| $l_{w1} = 1.1 \text{ m}$ | $l_{w2} = 1.8 \text{ m}$ |
|---------------------------|---------------------------|
| $l_{w3} = 0.21 \text{ m}$ | $l_{w4} = 0.21 \text{ m}$ |
| $l_{c1} = 0.35 \text{ m}$ | $l_{c2} = 0.35 \text{ m}$ |
| $l_{c3} = 0.21 \text{ m}$ | $l_{c4} = 0.21 \text{ m}$ |

| $d_{wl} = 0.35 \text{ m}$ | $d_{w2} = 0.35 \text{ m}$ |
|---------------------------|---------------------------|
| $d_{w3} = 0.13 \text{ m}$ | $d_{w4} = 0.13 \text{ m}$ |
| $d_{v1} = 0.6 \text{ m}$ | $d_{v3} = 0.6 \text{ m}$ |
| $d_{pv} = 0.19 \text{ m}$ | $l_{p0} = 0.75 \text{ m}$ |

4.4. Równania ruchu pocisku rakietowego

W niniejszym rozdziale przedstawione są równania ruchu względnego czterech pocisków rakietowych, z których każdy tworzy parę kinematyczną z prowadnicą wyrzutni. Podane są równania reprezentujące ruch każdej rakiety względem prowadnicy. Uzupełnieniem równań ruchu są zależności kinematyczne.

Rakieta nr 1

Do określenia ruchu pocisku rakietowego oznaczonego jako rakieta nr 1 względem prowadnicy wyrzutni przyjęto dwie współrzędne niezależne:

• pocisk rakietowy – układ zmienny w czasie : ξ_{p1}, φ_{p1}

Rakieta nr 2

Do określenia ruchu pocisku rakietowego oznaczonego jako rakieta nr 2 względem prowadnicy wyrzutni przyjęto dwie współrzędne niezależne:

| * | pocisk rakietowy | – układ zmienny w czasie | : | ξ_{p2} , $arphi_{p2}$ |
|---|------------------|----------------------------------------------|---|---------------------------|
|---|------------------|----------------------------------------------|---|---------------------------|

Rakieta nr 3

Do określenia ruchu pocisku rakietowego oznaczonego jako rakieta nr 3 względem prowadnicy wyrzutni przyjęto dwie współrzędne niezależne:

• pocisk rakietowy – układ zmienny w czasie : ξ_{p3} , φ_{p3}

Rakieta nr 4

Do określenia ruchu pocisku rakietowego oznaczonego jako rakieta nr 4 względem prowadnicy wyrzutni przyjęto dwie współrzędne niezależne:

• pocisk rakietowy – układ zmienny w czasie : ξ_{p4}, φ_{p4}

Ze względu na unifikację modelu matematycznego dotyczącego czterech rakiet wprowadzono indeks *i*. Po zastąpieniu indeksu *i* odpowiednią cyfrą otrzymujemy:

- i=1 oznacza zależności matematyczne dotyczące rakiety nr 1,
- i=2 oznacza zależności matematyczne dotyczące rakiety nr 2,
- i=3 oznacza zależności matematyczne dotyczące rakiety nr 3,
- i = 4 oznacza zależności matematyczne dotyczące rakiety nr 4.

Równania ruchu:

(Piąta część układu równań ruchu zestawu przeciwlotniczego)

Niektóre oznaczenia i wielkości fizyczne podane są na rysunkach 3.11, 3.12, 3.13, 3.14 i 3.15.

$$\begin{split} & m_{pi} \Big[l_{\xi}^{2} + l_{\eta}^{2} + l_{\zeta}^{2} + \left(l_{\xi}^{2} + l_{\eta}^{2} \right) g_{v}^{2} + \left(l_{\eta}^{2} + l_{\zeta}^{2} \right) \varphi_{v}^{2} - 2l_{\xi} l_{\zeta} g_{v} \varphi_{v} \Big] \ddot{\xi}_{pi} + \\ & + m_{pi} \Big\{ l_{\eta} \Big(\xi_{pi} l_{\xi} + l_{\xi i} \Big) - l_{\xi} \Big(\xi_{pi} l_{\eta} + l_{\eta i} \Big) - l_{\zeta} \Big(\xi_{pi} l_{\xi} + l_{\xi i} \Big) \varphi_{v} + \\ & + \Big[l_{\eta} \Big(\xi_{pi} l_{\eta} + l_{\eta i} \Big) + l_{\xi} \Big(\xi_{pi} l_{\xi} + l_{\xi i} \Big) \Big] g_{v} \Big\} \ddot{g}_{v} + \\ & + m_{pi} \Big\{ l_{\zeta} \Big(\xi_{pi} l_{\eta} + l_{\eta i} \Big) - l_{\eta} \Big(\xi_{pi} l_{\zeta} + l_{\zeta i} \Big) - l_{\xi} \Big(\xi_{pi} l_{\zeta} + l_{\zeta i} \Big) g_{v} + \\ & + \Big[l_{\eta} \Big(\xi_{pi} l_{\eta} + l_{\eta i} \Big) + l_{\zeta} \Big(\xi_{pi} l_{\zeta} + l_{\zeta i} \Big) \Big] g_{v} \Big\} \ddot{\varphi}_{v} + m_{pi} \Big(l_{\eta} + l_{\xi} g_{v} - l_{\zeta} \varphi_{v} \Big) \ddot{y}_{v} + \\ & + 2m_{pi} \Big[\Big(l_{\xi}^{2} + l_{\eta}^{2} \Big) g_{v} - l_{\xi} l_{\zeta} \varphi_{v} \Big] \dot{\xi}_{pi} \dot{g}_{v} + 2m_{pi} \Big[\Big(l_{\eta}^{2} + l_{\zeta}^{2} \Big) \varphi_{v} - l_{\xi} l_{\zeta} g_{v} \Big] \dot{\xi}_{pi} \dot{\phi}_{v} + \\ & + m_{pi} \Big[l_{\eta} + l_{\xi} g_{v} - l_{\zeta} \varphi_{v} \Big] g = P_{ssi} \end{split}$$

$$(4.49)$$

Wartości przykładowe parametrów modelu pocisku rakietowego:

- 1. Parametry opisujące masę i charakterystykę rozkładu masy:
 - a) parametry stałe w czasie

$$m_{p0} = 10.4 \text{ kg}$$
 $I_{p0x_p} = 0.00733 \text{ kgm}^2$
 $I_{p0y_p} = 1.7 \text{ kgm}^2$ $I_{p0z_p} = 1.7 \text{ kgm}^2$
 $x_{sm0} = 0.75 \text{ m}$

b) parametry zmienne w czasie

$$m_{pi} = m_{p0} + m_{ssi}$$
(4.50)

$$I_{pix_{p}} = I_{p0x_{p}} + I_{ssix_{p}}$$
(4.50)

$$I_{piy_{p}} = I_{p0y_{p}} + I_{ssiy_{p}} + m_{p0}(x_{smi} - x_{sm0})^{2} + m_{ssi}(l_{p} - x_{smi} + l_{smss})^{2}$$
(4.50)

$$I_{piy_{p}} = I_{p0y_{p}} + I_{ssiy_{p}} + m_{p0}(x_{smi} - x_{sm0})^{2} + m_{ssi}(l_{p} - x_{smi} + l_{smss})^{2}$$
(4.50)

$$I_{piy_{p}} = I_{p0y_{p}} + I_{ssiy_{p}} + m_{p0}(x_{smi} - x_{sm0})^{2} + m_{ssi}(l_{p} - x_{smi} + l_{smss})^{2}$$
(4.50)

$$I_{piy_{p}} = I_{p0y_{p}} + I_{ssiy_{p}} + m_{p0}(x_{smi} - x_{sm0})^{2} + m_{ssi}(l_{p} - x_{smi} + l_{smss})^{2}$$
(4.50)

$$I_{piy_{p}} = I_{p0y_{p}} + I_{ssiy_{p}} + m_{p0}(x_{smi} - x_{sm0})^{2} + m_{ssi}(l_{p} - x_{smi} + l_{smss})^{2}$$
(4.50)

 $l_p = 1.5 \text{ m}$

- 2. Charakterystyka geometryczna:
 - długość rakiety

98

- $d_p = 0.036 \text{ m}$ - połowa kalibru rakiety
- 3. Charakterystyka silnika startowego:

| a) | ра | rametry stałe w czasie | |
|----|----|-------------------------------------------------|---------------------------------|
| ĺ | _ | masa obudowy silnika startowego | $m_{ss0} = 0.33 \text{ kg}$ |
| | _ | początkowa masa ładunku | $m_{sslad0} = 0.125 \text{ kg}$ |
| | _ | długość silnika startowego | $l_{ss} = 0.09 \text{ m}$ |
| | _ | położenie środka masy S_{ss} | $l_{smss} = 0.045 \text{ m}$ |
| | _ | ciąg dyszy numer 6 | $P_{ssd6} = 667 \text{ N}$ |
| | _ | ciąg dyszy numer 1, 2, 3, 4 i 5 | $P_{ssd2} = 616 \text{ N}$ |
| | _ | kąt określający kierunek ciągu dyszy numer 1, 2 | 2, 3, 4 i 5 |
| | | | $\alpha_{ss} = 0.1745$ rad |
| | _ | położenie osi dyszy numer 1, 2, 3, 4 i 5 | $r_{ss} = 0.023 \text{ m}$ |

b) parametry zmienne w czasie

~

- masa ładunku silnika startowego

$$m_{ssladi} = \begin{cases} m_{sslad0} & dla & 0 \le t \le t_{pi0} \\ m_{sslad0} - \frac{m_{sslad0}}{t_{ss}} \left(t - t_{pi0}\right) & dla & t_{pi0} < t \le t_{pi0} + t_{ss} \\ 0 & dla & t > t_{pi0} + t_{ss} \end{cases}$$
(4.51)

gdzie:

czas upływający od chwili przechwycenia celu do chwili uruchomienia silnika startowego

$$t_{p10} = 1 \text{ s} \qquad t_{p20} = 2 \text{ s}$$

$$t_{p30} = 3 \text{ s} \qquad t_{p40} = 4 \text{ s}$$

czas pracy silnika startowego
$$t_{ss} = 0.07 \text{ s}$$

czas pracy silnika startowego

parametry opisujące masę i charakterystykę rozkładu masy silnika star-_ towego

$$m_{ssi} = m_{ss0} + m_{ssladi}$$
(4.52)
$$I_{ssix_p} = \frac{m_{ssi}d_p^2}{2} \qquad I_{ssiy_p} = m_{ssi} \left(\frac{3d_p^2 + l_{ss}^2}{12}\right) \qquad I_{ssiz_p} = m_{ssi} \left(\frac{3d_p^2 + l_{ss}^2}{12}\right)$$

- obciążenie generowane przez silnik startowy

$$P_{ssi} = \begin{cases} 0 & dla & 0 \le t \le t_{pi0} \\ P_{ssd6} + 5P_{ssd2} \cos \alpha_{ss} & dla & t_{pi0} < t \le t_{pi0} + t_{ss} \\ 0 & dla & t > t_{pi0} + t_{ss} \end{cases}$$
(4.53)
$$M_{ssi} = \begin{cases} 0 & dla & 0 \le t \le t_{pi0} \\ 5P_{ssd2}r_{ss} \sin \alpha_{ss} & dla & t_{pi0} < t \le t_{pi0} + t_{ss} \\ 0 & dla & t > t_{pi0} + t_{ss} \end{cases}$$
(4.54)

4.4.1. Zależności kinematyczne

Położenie środka masy S_{pi} rakiety nr *i* w układzie współrzędnych $0_v x_v y_v z_v$:

$$\vec{r}_{pi}(r_{pix_{v}}, r_{piy_{v}}, r_{piy_{v}})$$

$$r_{pix_{v}} = \xi_{pi}l_{\xi} + l_{\xi i} - (\xi_{pi}l_{\eta} + l_{\eta i}) \mathcal{G}_{v}$$

$$r_{piy_{v}} = (\xi_{pi}l_{\xi} + l_{\xi i}) \mathcal{G}_{v} - (\xi_{pi}l_{\zeta} + l_{\zeta i}) \varphi_{v} + \xi_{pi}l_{\eta} + l_{\eta i} + y_{v}$$

$$r_{piz_{v}} = (\xi_{pi}l_{\eta} + l_{\eta i}) \varphi_{v} + \xi_{pi}l_{\zeta} + l_{\zeta i}$$
(4.55)

Współrzędne wektora prędkości środka masy S_{pi} rakiety nr *i* w układzie współrzędnych $0_{y}x_{y}y_{y}z_{y}$:

$$\vec{V}_{pi}(V_{pix_{v}}, V_{piy_{v}}, V_{piz_{v}})$$

$$V_{pix_{v}} = (l_{\xi} - l_{\eta} \vartheta_{v}) \dot{\xi}_{pi} - (\xi_{pi}l_{\eta} + l_{\eta i}) \dot{\vartheta}_{v}$$

$$V_{piy_{v}} = (l_{\eta} + l_{\xi} \vartheta_{v} - l_{\zeta} \varphi_{v}) \dot{\xi}_{pi} + (\xi_{pi}l_{\xi} + l_{\xi i}) \dot{\vartheta}_{v} - (\xi_{pi}l_{\zeta} + l_{\zeta i}) \dot{\varphi}_{v} + \dot{y}_{v}$$

$$V_{piz_{v}} = (l_{\zeta} + l_{\eta} \varphi_{v}) \dot{\xi}_{pi} + (\xi_{pi}l_{\eta} + l_{\eta i}) \dot{\varphi}_{v}$$
(4.56)

Moduł i kąty kierunkowe wektora prędkości środka masy S_{pi} rakiety nri

$$V_{pi} = \sqrt{V_{pix_{\nu}}^{2} + V_{piy_{\nu}}^{2} + V_{piz_{\nu}}^{2}}$$

$$\sin \gamma_{pi} = \frac{V_{piy_{\nu}}}{V_{pi}}$$

$$\sin \chi_{pi} = -\frac{V_{piz_{\nu}}}{V_{pi}\cos\gamma_{pi}}$$

$$(4.57)$$

Współrzędne wektora prędkości kątowej rakiety nr *i* w układzie współrzędnych $S_{pi}x_{pi}y_{pi}z_{pi}$:

$$\vec{\omega}_{pi} \left(\omega_{pix_{p}}, \omega_{piy_{p}}, \omega_{piz_{p}} \right)$$

$$\omega_{pix_{p}} = \dot{9}_{v} l_{1} + \dot{\phi}_{v} l_{2} + \dot{\phi}_{pi}$$

$$\omega_{piy_{p}} = \dot{9}_{v} l_{3} + \dot{\phi}_{v} l_{4}$$

$$\omega_{piz_{p}} = \dot{9}_{v} l_{5} + \dot{\phi}_{v} l_{6}$$

$$(4.58)$$

Współrzędne wektora przyspieszenia kątowego rakiety nr *i* w układzie współrzędnych $S_{pi}x_{pi}y_{pi}z_{pi}$:

$$\vec{\varepsilon}_{pik_p}, \varepsilon_{piy_p}, \varepsilon_{piz_p})$$

$$\varepsilon_{pix_p} = \ddot{\mathcal{Y}}_{v}l_1 + \ddot{\varphi}_{v}l_2 + \ddot{\varphi}_{pi}$$

$$\varepsilon_{piy_p} = \ddot{\mathcal{Y}}_{v}l_3 + \ddot{\varphi}_{v}l_4$$

$$\varepsilon_{piz_p} = \ddot{\mathcal{Y}}_{v}l_5 + \varphi_{v}l_6$$

$$(4.59)$$

4.5. Równania ruchu układu giroskopowego

W niniejszym rozdziale przedstawione są równania ruchu czterech giroskopów, z których każdy znajduje się na pokładzie innego pocisku rakietowego. Giroskop nr 1 jest elementem koordynatora pocisku oznaczonego jako rakieta nr 1. Giroskop nr 2 jest elementem koordynatora pocisku oznaczonego jako rakieta nr 2. Giroskop nr 3 jest elementem koordynatora pocisku oznaczonego jako rakieta nr 3. Giroskop nr 4 jest elementem koordynatora pocisku oznaczonego jako rakieta nr 4. Uzupełnieniem równań ruchu giroskopu jest model matematyczny układu sterującego oraz zależności kinematyczne.

Giroskop nr 1

Do określenia ruchu giroskopu znajdującego się na pokładzie rakiety nr 1 przyjęto trzy współrzędne niezależne:

• giroskop – ciało doskonale sztywne : ψ_{G1} , \mathcal{G}_{G1} , φ_{G1}

Giroskop nr 2

Do określenia ruchu giroskopu znajdującego się na pokładzie rakiety nr 2 przyjęto trzy współrzędne niezależne:

• giroskop – ciało doskonale sztywne : ψ_{G2} , ϑ_{G2} , φ_{G2}

Giroskop nr 3

Do określenia ruchu giroskopu znajdującego się na pokładzie rakiety nr 3 przyjęto trzy współrzędne niezależne:

• giroskop – ciało doskonale sztywne : ψ_{G3} , ϑ_{G3} , φ_{G3}

Giroskop nr 4

Do określenia ruchu giroskopu znajdującego się na pokładzie rakiety nr 4 przyjęto trzy współrzędne niezależne:

• giroskop – ciało doskonale sztywne : ψ_{G4} , θ_{G4} , φ_{G4}

Ze względu na unifikację modelu matematycznego dotyczącego czterech giroskopów wprowadzono indeks *i*. Po zastąpieniu indeksu *i* odpowiednią cyfrą otrzymujemy:

i=1 – oznacza zależności matematyczne dotyczące giroskopu nr 1,

i = 2 – oznacza zależności matematyczne dotyczące giroskopu nr 2,

i = 3 - oznacza zależności matematyczne dotyczące giroskopu nr 3,

i = 4 – oznacza zależności matematyczne dotyczące giroskopu nr 4.

Równania ruchu:

(Szósta część układu równań ruchu zestawu przeciwlotniczego)

Niektóre oznaczenia i wielkości fizyczne podane są na rysunkach 3.16, 3.17, 3.18, 3.19 i B.10.

$$\begin{aligned} \left(I_{Kix_{w}}\sin^{2}\vartheta_{Gi}+I_{Kiy_{w}}\cos^{2}\vartheta_{Gi}\right)\!\!\left(\!\dot{\psi}_{Gi}+\varepsilon_{piy_{p}}\right)\!+ \\ &+I_{Kix_{w}}\left\{\!\dot{\varphi}_{Gi}\sin\vartheta_{Gi}+\left[\!\dot{\vartheta}_{Gi}+\left(\!\omega_{pix_{p}}\sin\psi_{Gi}+\omega_{piz_{p}}\cos\psi_{Gi}\right)\!\right]\!\dot{\varphi}_{Gi}\cos\vartheta_{Gi}\right\}\!+ \\ &+I_{Kiz_{w}}\left(\!\omega_{piz_{p}}\sin\psi_{Gi}-\omega_{pix_{p}}\cos\psi_{Gi}\right)\!\dot{\vartheta}_{Gi}+ \\ &+\frac{1}{2}\left(I_{Kix_{w}}-I_{Kiy_{w}}\right)\!\left[\!\left(\!\varepsilon_{pix_{p}}+\omega_{piy_{p}}\omega_{piz_{p}}\right)\!\cos\psi_{Gi}-\!\left(\!\varepsilon_{piz_{p}}-\omega_{pix_{p}}\omega_{piy_{p}}\right)\!\sin\psi_{Gi}\right]\!\sin2\vartheta_{Gi}+ \\ &+\left(I_{Kix_{w}}-I_{Kiy_{w}}\right)\!\left[\!\left(\!\dot{\psi}_{G1}+\omega_{piy_{p}}\right)\!\sin2\vartheta_{G1}+\left(\!\omega_{pix_{p}}\cos\psi_{Gi}-\omega_{piz_{p}}\sin\psi_{Gi}\right)\!\cos2\vartheta_{Gi}\right]\!\dot{\vartheta}_{Gi}+ \\ &+\frac{1}{2}\left(I_{Kix_{w}}\cos^{2}\vartheta_{Gi}+I_{Kiy_{w}}\sin^{2}\vartheta_{Gi}-I_{Kiz_{w}}\right)\!\left(\!\omega_{pix_{p}}^{2}-\omega_{piz_{p}}^{2}\right)\!\sin2\psi_{Gi}- \\ &+\left[\!\left(I_{Kix_{w}}\cos^{2}\vartheta_{Gi}+I_{Kiy_{w}}\sin^{2}\vartheta_{Gi}\right)\!\cos2\psi_{Gi}+I_{Kiz_{w}}\sin2\psi_{Gi}\right]\!\omega_{pix_{p}}\omega_{piz_{p}} \\ &=M_{Zi}-c_{Zi}\dot{\psi}_{Gi} \end{aligned}$$

$$(4.60)$$

$$I_{Kiz_{w}}\left[\ddot{\mathcal{B}}_{Gi}+\left(\varepsilon_{pix_{p}}-\omega_{piz_{p}}\dot{\psi}_{Gi}\right)\sin\psi_{Gi}+\left(\varepsilon_{piz_{p}}+\omega_{pix_{p}}\dot{\psi}_{Gi}\right)\cos\psi_{Gi}\right]+$$

$$+I_{Kix_{w}}\left[\left(\omega_{pix_{p}}\cos\psi_{Gi}-\omega_{piz_{p}}\sin\psi_{Gi}\right)\dot{\varphi}_{Gi}\sin\vartheta_{Gi}-\dot{\psi}_{Gi}\dot{\varphi}_{Gi}\cos\vartheta_{Gi}\right]+$$

$$+\frac{1}{2}\left(I_{Kix_{w}}-I_{Kiy_{w}}\right)\left(\omega_{piz_{p}}^{2}\sin^{2}\psi_{Gi}-\dot{\psi}_{Gi}^{2}-\omega_{pix_{p}}\omega_{piz_{p}}\sin2\psi_{Gi}\right)\sin2\vartheta_{Gi}+$$

$$+\left(I_{Kix_{w}}-I_{Kiy_{w}}\right)\left[\left(\omega_{pix_{p}}^{2}\cos^{2}\psi_{Gi}-\omega_{piy_{p}}\dot{\psi}_{Gi}\right)\sin2\vartheta_{Gi}+$$

$$-\left(\omega_{pix_{p}}\omega_{piy_{p}}+\omega_{pix_{p}}\dot{\psi}_{Gi}\right)\cos\psi_{Gi}\cos2\vartheta_{Gi}+\left(\omega_{pix_{p}}\omega_{piy_{p}}+\omega_{pix_{p}}\dot{\psi}_{Gi}\right)\sin\psi_{Gi}\cos2\vartheta_{Gi}\right]\right]$$

$$=M_{Wi}-c_{Wi}\dot{\vartheta}_{Gi}$$

$$(4.61)$$

$$I_{Kix_{w}}(\ddot{\varphi}_{Gi} + \ddot{\psi}_{Gi}\sin\theta_{Gi}) + I_{Kix_{w}}(\omega_{piy_{p}} + \dot{\psi}_{Gi})\dot{\theta}_{Gi}\cos\theta_{Gi} + I_{Kix_{w}}(\omega_{piz_{p}}\sin\psi_{Gi} - \omega_{pix_{p}}\cos\psi_{Gi})\dot{\theta}_{Gi}\sin\theta_{Gi} + (\omega_{piz_{p}}\cos\psi_{Gi} + \omega_{pix_{p}}\sin\psi_{Gi})\dot{\psi}_{Gi}\cos\theta_{Gi}] + I_{Kix_{w}}[\varepsilon_{piy_{p}}\sin\theta_{Gi} + (\varepsilon_{pix_{p}}\cos\psi_{Gi} - \varepsilon_{piz_{p}}\sin\psi_{Gi})\cos\theta_{Gi}] = -c_{Ki}\dot{\phi}_{Gi}$$

$$(4.62)$$

Wartości przykładowe parametrów modelu giroskopu:

a) charakterystyka geometryczna:

| — | promień zewnętrzny krążka | $R_{Ki} = 0.0235 \text{ m}$ |
|---|---------------------------|-----------------------------|
| _ | promień wewnętrzny krążka | $r_{Ki} = 0.0146 \text{ m}$ |
| _ | wysokość krążka | $h_{Ki} = 0.015 \text{ m}$ |

- b) parametry opisujące masę i charakterystykę rozkładu masy:
 - położenie środka masy krążka $x_{smKi} = 0.05 \text{ m}$

$$l_{gsi} = l_p - x_{smKi}$$

– gęstość materiału krążka $\rho_{Ki} = 7860 \text{ kg/m}^3$

$$m_{Ki} = \rho_{Ki} \pi h_{Ki} \left(R_{Ki}^2 - r_{Ki}^2 \right)$$

$$I_{Kix_w} = \frac{m_{Ki}}{2} \left(R_{Ki}^2 + r_{Ki}^2 \right)$$

$$I_{Kiy_w} = I_{Kiz_w} = \frac{m_{Ki}}{4} \left(R_{Ki}^2 + r_{Ki}^2 + \frac{h_{Ki}^2}{3} \right)$$
(4.63)

102

- c) parametry opisujące opory wiskotyczne:
 - współczynniki tłumienia $c_{Ki} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ Ns/m}$ $c_{Wi} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Ns/m}$ $c_{Zi} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Ns/m}$

4.5.1. Układ sterowania

Momenty sterujące ramką zewnętrzną (Z) i ramką wewnętrzną (W) sprzęgła Cardana:

$$M_{Zi} = k_{1ZGi} (\delta_{Li} - \psi_{Gi}) + k_{2ZGi} (\dot{\delta}_{Li} - \dot{\psi}_{Gi}) M_{Wi} = k_{1WGi} (\varepsilon_{Li} - \vartheta_{Gi}) + k_{2WGi} (\dot{\varepsilon}_{Li} - \dot{\vartheta}_{G1})$$

$$(4.64)$$

Parametry opisujące regulator uchybowy typu PD:

| — | współczynniki | wzmocnienia członów regulatora |
|---|-------------------|--------------------------------|
| | $k_{1ZGi} = 1000$ | $k_{2ZGi} = 1$ |
| | $k_{1WGi} = 1000$ | $k_{2WGi} = 1$ |

4.5.2. Równania więzów kinematycznych

Równania ruchu środka masy S_{Gi} giroskopu nr *i* względem celu, którego położenie określone jest przez punkt matematyczny S_c w układzie współrzędnych $S_{Gi}x_{li}y_{li}z_{li}$:

$$\dot{r}_{Li} = V_c [\sin \gamma_c \sin \varepsilon_{Li} + \cos \gamma_c \cos \varepsilon_{Li} \cos(\delta_{Li} - \chi_c)] + \\ -V_{Gi} [\sin \gamma_{Gi} \sin \varepsilon_{Li} + \cos \gamma_{Gi} \cos \varepsilon_{Li} \cos(\delta_{Li} - \chi_{Gi})] \\ r_{Li} \dot{\varepsilon}_{Li} = V_c [\sin \gamma_c \cos \varepsilon_{Li} - \cos \gamma_c \sin \varepsilon_{Li} \cos(\delta_{Li} - \chi_c)] + \\ -V_{Gi} [\sin \gamma_{Gi} \cos \varepsilon_{Li} - \cos \gamma_{Gi} \sin \varepsilon_{Li} \cos(\delta_{Li} - \chi_{Gi})] \\ r_{Li} \dot{\delta}_{Li} \cos \varepsilon_{Li} = V_{Gi} \cos \gamma_{Gi} \sin(\delta_{Li} - \chi_{Gi}) - V_c \cos \gamma_c \sin(\delta_{Li} - \chi_c)$$

$$(4.65)$$

4.5.3. Zależności kinematyczne

Położenie środka masy S_{Gi} giroskopu nr *i* w układzie współrzędnych $0_v x_v y_v z_v$:

$$\vec{r}_{Gi}(r_{Gix_{v}}, r_{Giy_{v}}, r_{Giz_{v}})$$

$$r_{Gix_{v}} = \xi_{pi}l_{\xi} + l_{g\xi i} - (\xi_{pi}l_{\eta} + l_{g\eta i})g_{v}$$

$$r_{Giy_{v}} = (\xi_{pi}l_{\xi} + l_{g\xi i})g_{v} - (\xi_{pi}l_{\zeta} + l_{g\zeta i})\varphi_{v} + \xi_{pi}l_{\eta} + l_{g\eta i} + y_{v}$$

$$r_{Giz_{v}} = (\xi_{pi}l_{\eta} + l_{g\eta i})\varphi_{v} + \xi_{pi}l_{\zeta} + l_{g\zeta i}$$
(4.66)

gdzie:

104

$$\left. \begin{array}{l} l_{g\xi 1} = (l_{gs 1} - l_{p0}) l_{\xi} - d_{pv} \sin \vartheta_{pv} \cos \psi_{pv} + d_{v1} \sin \psi_{pv} \\ l_{g\eta 1} = (l_{gs 1} - l_{p0}) l_{\eta} + d_{pv} \cos \vartheta_{pv} \\ l_{g\zeta 1} = (l_{gs 1} - l_{p0}) l_{\zeta} + d_{pv} \sin \vartheta_{pv} \sin \psi_{pv} + d_{v1} \cos \psi_{pv} \end{array} \right\}$$
(4.67)

$$\left. \begin{array}{l} l_{g\xi2} = (l_{gs2} - l_{p0}) l_{\xi} + d_{pv} \sin \vartheta_{pv} \cos \psi_{pv} + d_{v1} \sin \psi_{pv} \\ l_{g\eta2} = (l_{gs2} - l_{p0}) l_{\eta} - d_{pv} \cos \vartheta_{pv} \\ l_{g\zeta2} = (l_{gs2} - l_{p0}) l_{\zeta} - d_{pv} \sin \vartheta_{pv} \sin \psi_{pv} + d_{v1} \cos \psi_{pv} \end{array} \right\}$$

$$(4.68)$$

$$l_{g\xi3} = (l_{gs3} - l_{p0}) l_{\xi} - d_{pv} \sin \vartheta_{pv} \cos \psi_{pv} - d_{v3} \sin \psi_{pv} l_{g\eta3} = (l_{gs3} - l_{p0}) l_{\eta} + d_{pv} \cos \vartheta_{pv}$$

$$(4.69)$$

$$l_{g\zeta3} = (l_{gs3} - l_{p0})l_{\zeta} + d_{pv}\sin\vartheta_{pv}\sin\psi_{pv} - d_{v3}\cos\psi_{pv}$$

$$\left. \begin{array}{l} l_{g\xi4} = \left(l_{gs4} - l_{p0} \right) l_{\xi} + d_{pv} \sin \vartheta_{pv} \cos \psi_{pv} - d_{v3} \sin \psi_{pv} \\ l_{g\eta4} = \left(l_{gs4} - l_{p0} \right) l_{\eta} - d_{pv} \cos \vartheta_{pv} \\ l_{g\zeta4} = \left(l_{gs4} - l_{p0} \right) l_{\zeta} - d_{pv} \sin \vartheta_{pv} \sin \psi_{pv} - d_{v3} \cos \psi_{pv} \end{array} \right\}$$
(4.70)

Współrzędne wektora prędkości środka masy S_{Gi} giroskopu n
riw układzie współrzędnych $0_v x_v y_v z_v$:

$$\vec{V}_{Gi}(V_{Gix_{v}}, V_{Giy_{v}}, V_{Giz_{v}})$$

$$V_{Gix_{v}} = (l_{\xi} - l_{\eta} \vartheta_{v}) \dot{\xi}_{pi} - (\xi_{pi} l_{\eta} + l_{g\eta i}) \dot{\vartheta}_{v}$$

$$V_{Giy_{v}} = (l_{\eta} + l_{\xi} \vartheta_{v} - l_{\zeta} \varphi_{v}) \dot{\xi}_{pi} + (\xi_{pi} l_{\xi} + l_{g\xi i}) \dot{\vartheta}_{v} - (\xi_{pi} l_{\zeta} + l_{g\zeta i}) \dot{\varphi}_{v} + \dot{y}_{v}$$

$$V_{Giz_{v}} = (l_{\zeta} + l_{\eta} \varphi_{v}) \dot{\xi}_{pi} + (\xi_{pi} l_{\eta} + l_{g\eta i}) \dot{\varphi}_{v}$$
(4.71)

Moduł i kąty kierunkowe wektora prędkości środka masy S_{Gi} giroskopu nr i

$$V_{Gi} = \sqrt{V_{Gix_{\nu}}^{2} + V_{Giy_{\nu}}^{2} + V_{Giz_{\nu}}^{2}}$$

$$\sin \gamma_{Gi} = \frac{V_{Giy_{\nu}}}{V_{Gi}}$$

$$\sin \chi_{Gi} = -\frac{V_{Giz_{\nu}}}{V_{Gi}\cos\gamma_{Gi}}$$

$$(4.72)$$

4.6. Równania ruchu celu

Współrzędne wektora prędkości celu w układzie współrzędnych $0_v x_v y_v z_v$:

$$\vec{V_c} \left(V_{cx_v}, V_{cy_v}, V_{cz_v} \right)$$

$$V_{cx_v} = V_c \cos \gamma_c \cos \chi_c$$

$$V_{cy_v} = V_c \sin \gamma_c$$

$$V_{cz_v} = -V_c \cos \gamma_c \sin \chi_c$$
(4.73)

Współrzędne wektora przyspieszenia celu w układzie współrzędnych $S_c x_{vc} y_{vc} z_{vc}$:

$$\bar{a}_{c} \left(a_{cx_{vc}}, a_{cy_{vc}}, a_{cz_{vc}} \right)$$

$$a_{cx_{vc}} = \dot{V}_{c}$$

$$a_{cy_{vc}} = V_{c} \dot{\gamma}_{c}$$

$$a_{cz_{vc}} = -V_{c} \dot{\chi}_{c} \cos \gamma_{c}$$

$$(4.74)$$

Współrzędne wektora przeciążenia celu w układzie współrzędnych $S_c x_{vc} y_{vc} z_{vc}$:

$$\vec{n}_{c} \left(n_{cx_{vc}}, n_{cy_{vc}}, n_{cz_{vc}} \right)$$

$$n_{cx_{vc}} = -\frac{1}{g} \left(g \sin \gamma_{c} + a_{cx_{vc}} \right)$$

$$n_{cy_{vc}} = -\frac{1}{g} \left(g \cos \gamma_{c} + a_{cy_{vc}} \right)$$

$$n_{cz_{vc}} = -\frac{1}{g} a_{cz_{vc}}$$
(4.75)

Wartości przykładowe parametrów modelu celu:

Parametry opisujące ruch celu:

- przeciążenie działające na cel
 - $n_{cx_{vc}} = -2$ $n_{cy_{vc}} = -5$ $n_{cz_{vc}} = -5$
- położenie początkowe

| $r_{cx_v} = 1400 \text{ m}$ | $r_{cy_v} = 1980 \text{ m}$ | $r_{cz_v} = -1400 \text{ m}$ |
|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| $V_c = 200 \text{ m/s}$ | $\gamma_c = 0$ rad | $\chi_c = \pi$ rad |

4.7. Równania równowagi

Równania równowagi są niezbędne do wyznaczenia przemieszczeń statycznych poszczególnych elementów inercyjnych układu. Uwzględnienie przemieszczeń statycznych w równaniach ruchu układu zmiennego w czasie jest warunkiem koniecznym uzyskania właściwych wyników.

W równaniach ruchu modelu przeciwlotniczego zestawu rakietowego występuje dwadzieścia jeden przemieszczeń statycznych:

Pojazd samochodowy

| _ | nadwozie | y_{nst} , θ_{nst} , φ_{nst} |
|-------|-------------------------------------|------------------------------------------------|
| _ | przedni most pojazdu wraz z kołami | $: y_{11st}, y_{12st}$ |
| _ | tylny most pojazdu wraz z kołami | $\therefore y_{mst}, \varphi_{mst}$ |
| Oper | ator | |
| _ | fotel | $\therefore y_{f11st}$ |
| _ | pośladki i kończyny dolne | $\therefore y_{cl1st}$ |
| _ | wątroba, żołądek, śledziona i nerki | $\therefore y_{c21st}$ |
| — | mózgowie, płuca i serce | $\therefore y_{c31st}$ |
| Kiero | wca | |
| _ | fotel | $\therefore y_{f12st}$ |
| _ | pośladki i kończyny dolne | $\therefore y_{c12st}$ |
| _ | wątroba, żołądek, śledziona i nerki | : y_{c22st} |
| — | mózgowie, płuca i serce | $\therefore y_{c32st}$ |
| Wyrz | utnia | |
| _ | cokół | : y_{wst} , θ_{wst} , φ_{wst} |
| _ | wieża | : y_{vst} , θ_{vst} , φ_{vst} |

Równania równowagi:

 $k_{11}y_{11st} - k_{21}a_{21} + m_{11}g = 0$ $k_{12}y_{12st} - k_{22}a_{22} + m_{12}g = 0$ $k_{13}a_{13} + k_{14}a_{14} - k_{23}a_{23} - k_{24}a_{24} + m_mg = 0$ $k_{14}d_{m2}a_{14} - k_{13}d_{m1}a_{13} + k_{23}d_{m1}a_{23} - k_{24}d_{m2}a_{24} = 0$ $k_{21}a_{21} + k_{22}a_{22} + k_{23}a_{23} + k_{24}a_{24} - k_{w11}a_{w11} - k_{w12}a_{w12} - k_{w12}a_{w1$ $+k_{w13}a_{w13} - k_{w14}a_{w14} - k_{f11}a_{f11} - k_{f12}a_{f12} + m_ng = 0$ (4.76) $k_{21}l_{n1}a_{21} + k_{22}l_{n1}a_{22} - k_{23}l_{n2}a_{23} - k_{24}l_{n2}a_{24} +$ $+k_{w11}l_{w1}a_{w11}+k_{w12}l_{w1}a_{w12}+k_{w13}l_{w2}a_{w13}+k_{w14}l_{w2}a_{w14}+$ $+k_{f11}l_fa_{f11} + k_{f12}l_fa_{f12} = 0$ $k_{22}d_{nn2}a_{22} - k_{21}d_{nn1}a_{21} - k_{23}d_{nt1}a_{23} + k_{24}d_{nt2}a_{24} +$ $+k_{w11}d_{w1}a_{w11}-k_{w12}d_{w2}a_{w12}+k_{w13}d_{w1}a_{w13}-k_{w14}d_{w2}a_{w14}+$ $+k_{f11}d_{f1}a_{f11} - k_{f12}d_{f2}a_{f12} = 0$ $k_{w11}a_{w11} + k_{w12}a_{w12} + k_{w13}a_{w13} + k_{w14}a_{w14} + k_{w$ $-k_{w21}a_{w21} - k_{w22}a_{w22} - k_{w23}a_{w23} - k_{w24}a_{w24} + m_wg = 0$ $k_{w11}l_{c1}a_{w11} + k_{w12}l_{c1}a_{w12} - k_{w13}l_{c2}a_{w13} - k_{w14}l_{c2}a_{w14} +$ $-k_{w21}l_{w3}a_{w21} - k_{w22}l_{w3}a_{w22} + k_{w23}l_{w4}a_{w23} + k_{w24}l_{w4}a_{w24} = 0$ $k_{w12}d_{w2}a_{w12} - k_{w11}d_{w1}a_{w11} - k_{w13}d_{w1}a_{w13} + k_{w14}d_{w2}a_{w14} + k_{w14}d_{w14}a_{w14} + k_{w14}d_{w14}a_{w14}a_{w14} + k_{w14}d_{w14}a_{w14}a_{w14} + k_{w14}d_{w14}a_{w14} + k_{w14}d_{w14}a_{w14} + k_{w14}d_{w14}a_{w14}a_{w14} + k_{w14}d_{w14}a_{w14$ $+k_{w21}d_{w3}a_{w21}-k_{w22}d_{w4}a_{w22}+k_{w23}d_{w3}a_{w23}-k_{w24}d_{w4}a_{w24}=0$ (4.77) $k_{w21}a_{w21} + k_{w22}a_{w22} + k_{w23}a_{w23} + k_{w24}a_{w24} +$ $+(m_{v}+m_{n1}+m_{n2}+m_{n3}+m_{n4})g=0$ $k_{w21}l_{c3}a_{w21} + k_{w22}l_{c3}a_{w22} - k_{w23}l_{c4}a_{w23} - k_{w24}l_{c4}a_{w24} +$ $+ (m_{p1}l_{\xi 1} + m_{p2}l_{\xi 2} + m_{p3}l_{\xi 3} + m_{p4}l_{\xi 4})g = 0$ $k_{w22}d_{w4}a_{w22} - k_{w21}d_{w3}a_{w21} - k_{w23}d_{w3}a_{w23} + k_{w24}d_{w4}a_{w24} + k_{w24}d_{w4}a_{w4}a_{w4} + k_{w4}d_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}a_{w4}$ $-(m_{p1}l_{\zeta 1} + m_{p2}l_{\zeta 2} + m_{p3}l_{\zeta 3} + m_{p4}l_{\zeta 4})g = 0$
$$k_{f11}a_{f11} - k_{f21}a_{f21} + m_{f1}g = 0$$

$$k_{f21}a_{f21} + k_{c21}a_{c21} + k_{c31}a_{c31} + m_{c11}g = 0$$

$$m_{c21}g - k_{c21}a_{c21} = 0$$

$$m_{c31}g - k_{c31}a_{c31} = 0$$

$$(4.78)$$

$$k_{f12}a_{f12} - k_{f22}a_{f22} + m_{f2}g = 0$$

$$k_{f22}a_{f22} + k_{c22}a_{c22} + k_{c32}a_{c32} + m_{c12}g = 0$$

$$m_{c22}g - k_{c22}a_{c22} = 0$$

$$m_{c32}g - k_{c32}a_{c32} = 0$$

$$(4.79)$$

gdzie:

$$a_{13} = y_{mst} - d_{m1}\varphi_{mst}$$

$$a_{14} = y_{mst} + d_{m2}\varphi_{mst}$$

$$a_{21} = y_{nst} + l_{n1}\vartheta_{nst} - d_{np1}\varphi_{nst} - y_{11st}$$

$$a_{22} = y_{nst} + l_{n1}\vartheta_{nst} + d_{np2}\varphi_{nst} - y_{12st}$$

$$a_{23} = y_{nst} - l_{n2}\vartheta_{nst} - d_{nt1}\varphi_{nst} - y_{mst} + d_{m1}\varphi_{mst}$$

$$a_{24} = y_{nst} - l_{n2}\vartheta_{nst} + d_{nt2}\varphi_{nst} - y_{mst} - d_{m2}\varphi_{mst}$$

$$(4.80)$$

$$\begin{aligned}
 a_{w11} - y_{wst} + l_{c1}\theta_{wst} - u_{w1}\phi_{wst} - y_{nst} + l_{w1}\theta_{nst} + u_{w1}\phi_{nst} \\
 a_{w12} = y_{wst} + l_{c1}\theta_{wst} + d_{w2}\phi_{wst} - y_{nst} + l_{w1}\theta_{nst} - d_{w2}\phi_{nst} \\
 a_{w13} = y_{wst} - l_{c2}\theta_{wst} - d_{w1}\phi_{wst} - y_{nst} + l_{w2}\theta_{nst} + d_{w1}\phi_{nst} \\
 a_{w14} = y_{wst} - l_{c2}\theta_{wst} + d_{w2}\phi_{wst} - y_{nst} + l_{w2}\theta_{nst} - d_{w2}\phi_{nst} \\
 a_{w21} = y_{vst} + l_{c3}\theta_{vst} - d_{w3}\phi_{vst} - y_{wst} - l_{w3}\theta_{wst} + d_{w3}\phi_{wst} \\
 a_{w22} = y_{vst} + l_{c3}\theta_{vst} + d_{w4}\phi_{vst} - y_{wst} - l_{w3}\theta_{wst} - d_{w4}\phi_{wst} \\
 a_{w23} = y_{vst} - l_{c4}\theta_{vst} - d_{w3}\phi_{vst} - y_{wst} + l_{w4}\theta_{wst} + d_{w3}\phi_{wst} \\
 a_{w24} = y_{vst} - l_{c4}\theta_{vst} + d_{w4}\phi_{vst} - y_{wst} + l_{w4}\theta_{wst} - d_{w4}\phi_{wst}
 \end{aligned}$$
(4.81)

 $a_{f11} = y_{f11st} - y_{nst} + l_f \mathcal{G}_{nst} + d_{f1} \varphi_{nst}$ $a_{f21} = y_{c11st} - y_{f11st}$ $a_{c21} = y_{c11st} - y_{c21st}$ $a_{c31} = y_{c11st} - y_{c31st}$ $a_{f12} = y_{f12st} - y_{nst} + l_f \mathcal{G}_{nst} - d_{f2} \varphi_{nst}$ $a_{f22} = y_{c12st} - y_{f12st}$ $a_{c22} = y_{c12st} - y_{c22st}$ $a_{c32} = y_{c12st} - y_{c32st}$ (4.82)

4.8. Podsumowanie

Opracowany model matematyczny składa się z czterdziestu jeden równań ruchu opisujących zachowanie się hipotetycznego zestawu przeciwlotniczego w warunkach określonych przez przyjęte założenia. Zależności stanowiące układ równań ruchu samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego to: (4.1), (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), (4.6), (4.7), (4.24), (4.25), (4.26), (4.27), (4.29), (4.30), (4.31), (4.32), (4.34), (4.35), (4.36), (4.37), (4.38), (4.39), (4.48), (4.49), (4.60), (4.61) i (4.62). Na podstawie otrzymanych równań ruchu układu można dokonać klasyfikacji modelu matematycznego. Sformułowany model matematyczny zestawu przeciwlotniczego jest:

- nieliniowy geometrycznie (równania ruchu giroskopów),
- zdeterminowany,
- zmienny w czasie,
- dyssypatywny,
- nieswobodny.

Przedstawione dodatkowe zależności analityczne uwzględniają:

- a) człony sterujące:
 - momenty sterujące ruchem giroskopu nr 1, 2, 3 i 4;
- b) równania kinematyczne:
 - równania niezbędne do wyznaczenia trajektorii i wielkości kinematycznych charakteryzujących ruchu rakiety nr 1, 2, 3 i 4,
 - równania niezbędne do wyznaczenia przebiegu zmienności sygnału pożądanego w układzie sterowania zaimplementowanym w rakiecie nr 1, 2, 3 i 4;
- c) równania ruchu celu:
 - równania niezbędne do wyznaczenia trajektorii i wielkości kinematycznych charakteryzujących ruch celu oraz jednocześnie niezbędne do wyznaczenia przebiegu zmienności sygnału pożądanego w układzie sterowania zaimplementowanym w rakiecie nr 1, 2, 3 i 4;

d) parametry opisane funkcjami zmiennymi w czasie:

- charakterystyka bezwładności rakiety nr 1, 2, 3 i 4,
- charakterystyka silnika startowego rakiety nr 1, 2, 3 i 4.

Wprowadzono pojęcie wartości wzorcowych parametrów przyjętego modelu. Zmiana tych wartości umożliwia sformułowanie modelu zbliżonego do zestawu rzeczywistego, który podlega weryfikacji lub znajduje się na etapie projektowania. Właściwości zestawu otrzymane na podstawie analizy opracowanego modelu z wartościami wzorcowymi jego parametrów wskazują na problemy jakie mogą wystąpić w trakcie pracy rzeczywistego wyrobu. Niekiedy wyeliminowanie niekorzystnych zjawisk można uzyskać poprzez zmianę wartości niektórych parametrów. Informacje uzyskane z badań wzorcowych wskazują na kierunki dalszych rozważań zmierzających do poprawienia skuteczności działania zestawu. Model matematyczny sprzyja zwiększeniu wszechstronności w przeprowadzanych badaniach rzeczywistego obiektu.

W przedstawionym układzie występują cztery rakiety na pokładzie, których znajdują się układy giroskopowe. Aby uogólnić badania można przyjąć różne wartości parametrów dla każdej rakiety i związanego z nią układu giroskopowego. Ze względu na odmienne warunki, w których odbywa się start każdej z czterech rakiet takie założenie może okazać się słuszne i w konsekwencji wpływać na poprawę skuteczności zestawu. Ze słusznością tak postawionego założenia można polemizować argumentując jego niecelowość brakiem unifikacji zestawu.

Zaprezentowany model może być źródłem inspiracji dla konstruktorów nowych zestawów, a jego wykorzystanie ułatwić proces projektowania, zwiększyć wszechstronność analizy drogą symulacji komputerowej i zmniejszyć czasochłonność badań empirycznych wyrobu prototypowego. Wszechstronne poznanie zjawisk fizycznych towarzyszących działaniu zestawu może prowadzić do obniżenia kosztów uzyskania wyrobu finalnego i poprawienia jego skuteczności na polu walki.

Ze względu na przyjęty cel niniejszej monografii zaprezentowany model matematyczny ruchu zestawu uwzględnia założenia, które upraszczają jego postać analityczną. Jeżeli rozbudowa modelu nie jest uzasadniona koniecznością wynikającą z postawionego zadania to tylko niepotrzebnie komplikuje analizę. Zbyt złożony model sprzyja powstawaniu trudności logistycznych, interpretacyjnych i numerycznych, a w skrajnych przypadkach może prowadzić do błędów merytorycznych. Niekiedy korzystniej jest zastosować model o mniej złożonej strukturze i mieć pewność, co do prawidłowości uzyskanych wyników. Zaprezentowany model przestrzenny powstał na podstawie wniosków wynikających z wnikliwej analizy modeli o zdecydowanie mniejszej rozbudowie strukturalnej. Przed przystąpieniem do jego formułowania rozpatrywane były modele o podobnych parametrach fizycznych, ale o coraz większej liczbie stopni swobody. Na podstawie zdobytego doświadczenia i uzyskanych wyników opracowany został model zestawu w płaszczyźnie pionowej. Model ten był wynikiem kolejnych modyfikacji i wszechstronnych badań. Dopiero po analizie zja-

wisk fizycznych występujących w trakcie ruchu układu w płaszczyźnie pionowej sformułowano model przestrzenny. Mając na uwadze postawiony cel pracy zdefiniowany model przestrzenny nie powstał wyłącznie na zasadzie uwzględnienia dodatkowych stopni swobody wynikających z dodania trzeciego wymiaru. Tym samym model w płaszczyźnie pionowej uwzględnia zjawiska występujące w trakcie startu rakiety z wyrzutni, których nie można rozpatrywać w modelu przestrzennym. Uwzglednienie tych zjawisk w modelu przestrzennym wymagałoby znaczącej jego rozbudowy strukturalnej, której konsekwencją byłyby o wiele bardziej złożone zależności matematyczne. Biorąc pod uwagę stopień złożoności i uwikłania wyprowadzonych równań zrezygnowano z dalszej komplikacji. W związku z tym przedstawione zostały w monografii oba modele, których właściwości uzupełniają się wzajemnie. W przypadku konieczności rozbudowy zaprezentowanego modelu przestrzennego można to zrealizować korzystając z doświadczenia wyniesionego z analizy istniejącego układu. Dokładając dodatkowe obiekty, zwiększając liczbę stopni swobody już istniejących elementów składowych układu oraz uwzględniając drgania o dużych wartościach przemieszczeń uogólnionych poszczególnych obiektów, zwiększa się stopień komplikacji formułowanego modelu, ale otrzymane wyniki można zweryfikować odnosząc je do zdefiniowanego modelu.

5 SYMULACJA NUMERYCZNA RUCHU SAMOBIEŻNEGO PRZECIWLOTNICZEGO ZESTAWU RAKIETOWEGO

Na podstawie opracowanego modelu matematycznego (równania od (4.1) do (4.82)) zestawu przeciwlotniczego zredagowany został przez autora program komputerowy w systemie Borland C++ [8, 107, 108, 115], który umożliwił przeprowadzenie symulacji numerycznej działania sformułowanego układu [78, 164]. Dzięki temu zaprezentowana jest analiza dynamiki zestawu z wybranymi odpowiedziami układu. Możliwości analizy jakie daje opracowany program są znacznie większe od przedstawionych w niniejszym rozdziale. Przeprowadzone rozważania skupione są na głównym celu pracy jakim jest opracowanie podstaw teoretycznych skutecznego działania samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego z pociskami bliskiego zasięgu samonaprowadzającymi się na obiekt ataku. W związku z tym badania zmierzają do zaprezentowania zjawisk fizycznych występujących podczas działania zestawu. Analiza ogranicza się wyłącznie do zjawisk mających charakter oddziaływań mechanicznych i służy do oceny ich wpływu na osiągalność manewrującego celu przez startujące z zestawu rakiety. Nie wszystkie problemy związane ze skutecznym działaniem zestawu zostaną wszechstronnie przeanalizowane w niniejszym opracowaniu. Zaprezentowane będą przebiegi zmienności niektórych wielkości fizycznych charakteryzujących odpowiedzi układu na wybrane warunki startu rakiet, do wykonującego określony manewr obronny celu.

Program komputerowy umożliwia przeprowadzenie symulacji pracy przeciwlotniczego zestawu rakietowego od chwili rozpoczęcia procesu śledzenia celu przez rakiety znajdujące się na wyrzutni. Moment ten wybierany jest przez określenie początkowego położenia celu względem zestawu dla czasu t = 0. Cel wykonuje niezależny ruch, który można traktować jako manewr obronny pilota. Konfiguracja wieży wyrzutni jest wynikiem położenia początkowego platformy i układu prowadnic: $\psi_{pv} = 45 \text{ deg i } \beta_{pv} = 45 \text{ deg}$. Wartości przykładowe parametrów modelu analizowanego układu podane zostały w rozdziale 4. W przypadku zmiany wartości tych parametrów zostanie przedstawione uzasadnienie wraz z nowymi wartościami. Rysunki obrazujące zaburzenia powstające w zestawie przeciwlotniczym w trakcie startu danego pocisku oznaczone są napisami odpowiednio rakieta 1, 2, 3 lub 4. Chwile reprezentujące zjawiska fizyczne generowane w kolejnych fazach ruchu zestawu przeciwlotniczego oznaczone są punktami 0, 11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33, 41, 42, 43 i 5. Punkty te uwzględniają między innymi charakterystyczne momenty występujące w ruchu każdej z czterech rakiet wzdłuż prowadnicy. Interpretacja poszczególnych punktów jest następująca:

Początek obserwacji ruchu zestawu:

punkt 0 – rozpoczynają pracę układy giroskopowe rakiety nr 1, 2, 3 i 4, chwila czasu:

Rakieta nr 1:

- punkt 11 rozpoczyna pracę silnik startowy, chwila czasu: t = 1 s
- punkt 12 silnik startowy kończy pracę, chwila czasu: t = 1.07 s
- punkt 13 pocisk opuszcza wyrzutnię. chwila czasu:
 czas ten zależy m.in. od dynamiki układu

Rakieta nr 2:

- punkt 21 rozpoczyna pracę silnik startowy, chwila czasu: t = 2 s
- punkt 22 silnik startowy kończy pracę, chwila czasu: t = 2.07 s
- punkt 23 pocisk opuszcza wyrzutnię, chwila czasu:
 czas ten zależy m.in. od dynamiki układu

Rakieta nr 3:

- punkt 31 rozpoczyna pracę silnik startowy, chwila czasu: t = 3 s
- punkt 32 silnik startowy kończy pracę, chwila czasu: t = 3.07 s
- punkt 33 pocisk opuszcza wyrzutnię, chwila czasu:
 czas ten zależy m.in. od dynamiki układu

Rakieta nr 4:

- punkt 41 rozpoczyna pracę silnik startowy, chwila czasu: t = 4 s
- punkt 42 silnik startowy kończy pracę, chwila czasu: t = 4.07 s
- punkt 43 pocisk opuszcza wyrzutnię, chwila czasu:
 czas ten zależy m.in. od dynamiki układu

Koniec obserwacji ruchu zestawu:

• punkt 5 – chwila czasu: t = 5 s

Odpowiednie punkty określone dla rakiety nr 1, 2, 3 i 4 mają analogiczną interpretację, ale zjawiska im towarzyszące zachodzą w innych warunkach. Różnica w panujących warunkach wynika ze zmiany wartości parametrów wyznaczających ruch celu i drgań układu spowodowanych startem kolejnej rakiety. Przebieg zmienności wielkości fizycznych charakteryzujących ruch zestawu przeciwlotniczego rozpatrywany jest przez okres pięciu sekund. W tym okresie czasu wyróżnionych jest pięć podstawowych faz ruchu I, II, III, IV i V oraz dwanaście faz składowych II1, II2, II3, III1, III2, III3, IV1, IV2, IV3, V1, V2 i V3:

- I faza od punktu 0 do punktu 11:
 - 1) zestaw przeciwlotniczy jest układem niezmiennym w czasie,
 - 2) działają układy śledzenia rakiety nr 1, 2, 3 i 4,
 - 3) na pojazd działa wymuszenie od strony drogi.
- II faza od punktu 11 do punktu 21:
 - III faza od punktu 11 do punktu 12:
 - 1) zestaw przeciwlotniczy jest układem zmiennym w czasie:
 - a) parametry charakteryzujące bezwładność zestawu zmieniają się w sposób ciągły:
 - zmienia się masa, środek masy i momenty bezwładności rakiety nr 1,
 - zmienia się rozkład masy zestawu,
 - 2) rakieta nr 1 porusza się wzdłuż prowadnicy,
 - 3) działają układy śledzenia rakiety nr 1, 2, 3 i 4.
 - II2 faza od punktu 12 do punktu 13:
 - 1) zestaw przeciwlotniczy jest układem zmiennym w czasie:
 - a) parametry charakteryzujące bezwładność zestawu zmieniają się w sposób ciągły:
 - zmienia się rozkład masy zestawu,
 - b) w punkcie 13 parametry charakteryzujące bezwładność zestawu zmieniają się w sposób dyskretny,
 - c) w punkcie 13 następuje zmiana struktury układu,
 - 2) rakieta nr 1 porusza się wzdłuż prowadnicy,
 - a) rakieta nr 1 w punkcie 13 opuszcza wyrzutnię i porusza się w kierunku celu,
 - 3) działają układy śledzenia rakiety nr 1, 2, 3 i 4.
 - II3 faza od punktu 13 do punktu 21:
 - 1) zestaw przeciwlotniczy jest układem niezmiennym w czasie,
 - 2) działa układ śledzenia rakiety nr 2, 3 i 4.
- III faza od punktu 21 do punktu 31:
 - III1 faza od punktu 21 do punktu 22.
 - III2 faza od punktu 22 do punktu 23.
 - **III3** faza od punktu 23 do punktu 31.

- IV faza od punktu 31 do punktu 41:
 - IV1 faza od punktu 31 do punktu 32. IV2 faza – od punktu 32 do punktu 33. IV3 faza – od punktu 33 do punktu 41.
- V faza od punktu 41 do punktu 5:
 - V1 faza od punktu 41 do punktu 42.
 - V2 faza od punktu 42 do punktu 43.
 - V3 faza od punktu 43 do punktu 5.

Interpretacja faz III, IV i V jest analogiczna jak fazy II. Zjawiska fizyczne występujące w fazie I wynikają z wymuszenia działającego na pojazd samochodowy od strony drogi, w fazie II wynikają z ruchu rakiety nr 1 wzdłuż prowadnicy wyrzutni, w fazie III z ruchu rakiety nr 2 wzdłuż prowadnicy wyrzutni, w fazie IV z ruchu rakiety nr 3 wzdłuż prowadnicy wyrzutni oraz w fazie V z ruchu rakiety nr 4 wzdłuż prowadnicy wyrzutni.

5.1. Drgania pojazdu samochodowego

Najczęściej strzelanie do celu odbywa się z pojazdu samochodowego pozostającego w spoczynku. Symulacja ruchu przestrzennego modelu zestawu rozpatrzona zostanie przy dodatkowym uwzględnieniu zaburzenia pochodzącego od pobliskiego wybuchu naziemnego. Matematyczny model takiego wymuszenia jest tworem wirtualnym przypominającym przejazd pojazdu po gładkiej nawierzchni, na której umieszczony jest poprzeczny garb o określonym profilu jak, na rysunku 5.1. Równania opisujące omawiane wymuszenie podane zostały w podrozdziale 4.1.1. Rozpatrywany jest przypadek działającego wymuszenia na koła z prawej strony pojazdu.



Rys. 5.1. Wymuszenie od strony drogi działające na: a) przednie koła pojazdu, b) tylne koła pojazdu

Ze względu na zdeterminowany rodzaj analizy wprowadzenie dodatkowego wymuszenia zewnętrznego od strony drogi pozwala na ocenę zaburzeń generowanych przez startujące rakiety oraz daje możliwość sprawdzenia zachowania się giroskopowych układów śledzących.

Start każdej z czterech rakiet wyraźnie pobudza nadwozie pojazdu do drgań liniowych. Ruch rakiety wzdłuż prowadnicy wyrzutni powoduje, że przebieg zmienności przyspieszenia liniowego nadwozia charakteryzuje się szybkim wzrostem wartości amplitudy (rys. 5.2). Na podstawie przebiegu zmienności tego przyspieszenia łatwo jest określić chwile startu kolejnych rakiet. Proces wystrzelenia rakiety trwa około 0.1 s, a ze względu na zachodzące procesy dynamiczne każda rakieta przebywa na wyrzutni przez inny okres czasu. Chwila wystrzelenia rakiety wpływa na charakterystykę jej początkowych parametrów lotu. Między innymi od wartości tych parametrów zależy trajektoria lotu rakiety. Przyspieszenie liniowe ma we wszystkich fazach ruchu właściwość funkcji ciągłej.



Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego nadwozia pojazdu \ddot{y}_n wynosi $\sigma_{\ddot{y}_n} = 2.8829 \text{ m/s}^2$.

Każda rakieta opuszcza prowadnicę przy innej wartości przyspieszenia liniowego nadwozia (rys. 5.3). W chwili opuszczania wyrzutni przez rakietę determinowane są początkowe parametry lotu, które kształtowane są przez dynamikę układu, a tym samym zależą również od odpowiedzi nadwozia na propagację zaburzenia.

Wymuszenie pochodzące od drogi generuje drgania nadwozia pojazdu określone w fazie I odchyleniem standardowym o najniższej wartości (rys. 5.4). Start rakiety nr 3 w fazie IV pobudza nadwozie do drgań z przyspieszeniem liniowym, którego odchylenie standardowe ma najwyższą wartość.



Rys. 5.3. *Przyspieszenie liniowe nadwozia pojazdu w trakcie startu: a) rakiety 1, b) rakiety 2, c) rakiety 3, d) rakiety 4*



Rys. 5.4. Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego nadwozia pojazdu

Start każdej z czterech rakiet wyraźnie pobudza nadwozie pojazdu do drgań kątowych w ruchu pochylania, natomiast w ruchu przechylania tak wyraźnej prawidłowości nie ma. Ruch rakiety wzdłuż prowadnicy wyrzutni powoduje, że przebieg zmienności przyspieszenia kątowego nadwozia w ruchu pochylania charakteryzuje się szybkim wzrostem wartości amplitudy (rys. 5.5a). Na podstawie przebiegu zmienności tego przyspieszenia łatwo jest określić chwile startu kolejnych rakiet. Natomiast start rakiety z wyrzutni nie jest wyraźnie zaakcentowany przez szybką zmianę przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego nadwozia w ruchu przechylania (rys. 5.5b). Na podstawie przebiegu zmienności tego przyspieszenia trudno jest określić chwile startu kolejnych rakiet.

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego nadwozia pojazdu w ruchu pochylania jest większe niż w ruchu przechylania. Oznacza to, że obciążenie nadwozia spowodowane wystrzeleniem rakiet jest większe w kierunku zmiany kąta \mathcal{G}_n niż w kierunku zmiany kąta φ_n .



Rys. 5.5. Przyspieszenie kątowe nadwozia pojazdu: a) w ruch pochylania, b) w ruch przechylania

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego nadwozia pojazdu $\ddot{\beta}_n$ w ruchu pochylania wynosi $\sigma_{\ddot{\beta}_n} = 2.8736 \text{ rad/s}^2$.

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego nadwozia pojazdu $\ddot{\varphi}_n$ w ruchu przechylania wynosi $\sigma_{\ddot{\varphi}_n} = 1.6715 \text{ rad/s}^2$.

Przyspieszenie w ruchu pochylania utrzymuje się na najwyższym poziomie po starcie rakiety nr 3 w fazie IV, natomiast w ruchu przechylania po starcie rakiety nr 2 w fazie III (rys. 5.6).

Przednie zawieszenie jest zawieszeniem niezależnym. W związku z tym w przypadku wymuszenia pochodzącego od strony drogi w postaci funkcji przedstawionej na rysunku 5.1, każdy z dwóch elementów przedniego mostu napędowego inaczej reaguje na wygenerowane wymuszenie. Pierwszy element znajduje się po prawej stronie pojazdu, a więc po stronie działającego wymuszenia na koła. Odpowiedź tego elementu na wymuszenie od strony drogi przedstawiona jest na rysunku 5.7a, a na zaburzenia spowodowane startem rakiet na rysunku 5.7b.



Rys. 5.6. Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego nadwozia pojazdu: a) w ruchu pochylania, b) w ruchu przechylania



Rys. 5.7. Pionowe przyspieszenie pierwszego elementu przedniego mostu napędowego: a) w I fazie ruchu, b) w II, III, IV i V fazie ruchu

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności pionowego przyspieszenia pierwszego elementu przedniego mostu napędowego \ddot{y}_{11} wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{11}} = 13.2627 \text{ m/s}^2$.

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności pionowego przyspieszenia pierwszego elementu przedniego mostu napędowego w fazie I (rys. 5.8a) jest zdecydowanie wyższe od odchyleń standardowych w pozostałych fazach (rys. 5.8b). Wymuszenie od strony drogi pobudza element pierwszy do drgań z przyspieszeniem o rząd wielkości większym od drgań spowodowanych startem rakiet.



Rys. 5.8. Odchylenie standardowe przebiegu zmienności pionowego przyspieszenia pierwszego elementu przedniego mostu napędowego: a) w I fazie ruchu, b) w II, III, IV i V fazie ruchu

Drugi element znajduje się po lewej stronie pojazdu, a więc nie jest narażony w sposób bezpośredni na wymuszenie od strony drogi. Odpowiedź tego elementu na wymuszenie od strony drogi reprezentuje faza I, a na zaburzenia spowodowane startem rakiet faza II, III, IV i V (rys. 5.9).



120

Rys. 5.9. Pionowe przyspieszenie drugiego elementu przedniego mostu napędowego

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności pionowego przyspieszenia drugiego elementu przedniego mostu napędowego \ddot{y}_{12} wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{12}} = 0.5984$ m/s².

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności pionowego przyspieszenia drugiego elementu przedniego mostu napędowego w fazie I jest mniejsze od odchyleń standardowych w pozostałych fazach (rys. 5.10). Wymuszenie od strony drogi pobudza element drugi do drgań z przyspieszeniem tego samego rzędu co drgania spowodowane startem rakiet.

O ile fazy I w przypadku pierwszego i drugiego elementu przedniego mostu napędowego znacznie różnią się od siebie ilościowo, o tyle pozostałe fazy są w obu przypadkach tego samego rzędu. Odpowiedź pierwszego i drugiego elementu przedniego mostu napędowego na start rakiet jest ilościowo do siebie zbliżona.



Rys. 5.10. Odchylenie standardowe przebiegu zmienności pionowego przyspieszenia drugiego elementu przedniego mostu napędowego

Tylne zawieszenie jest zawieszeniem zależnym. Bezpośrednio nad nim na pojeździe samochodowym umieszczona jest wyrzutnia. Zarówno wymuszenie od strony drogi jak i zaburzenia wynikające ze startu rakiet mają wpływ na ruch tylnego mostu napędowego. Na podstawie przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego tego mostu łatwo jest określić chwile startu kolejnych rakiet oraz moment pojawienia się wymuszenia od strony drogi działającego na tylne prawe koło (rys. 5.11).



Rys. 5.11. Przyspieszenie liniowe tylnego mostu napędowego: a) w I fazie ruchu, b) w II, III, IV i V fazie ruchu

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego tylnego mostu napędowego \ddot{y}_m wynosi $\sigma_{\ddot{y}_m} = 6.7667 \text{ m/s}^2$.

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego tylnego mostu napędowego w fazie I (rys. 5.12a) jest przeszło dwukrotnie mniejsze od odchylenia standardowego pionowego przyspieszenia pierwszego elementu przedniego mostu napędowego, ale zdecydowanie większe od odchylenia standardowego pionowego przyspieszenia drugiego elementu przedniego mostu napędowego. Zaburzenia generowane startem rakiet pobudzają tylny most napędowy do drgań o wyższym poziomie przyspieszenia liniowego niż przedni most napędowy. Start rakiety nr 3 w fazie IV pobudza tylny most napędowy do drgań z przyspieszeniem liniowym, którego odchylenie standardowe ma najwyższą wartość.



Rys. 5.12. Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego tylnego mostu napędowego: a) w I fazie ruchu, b) w II, III, IV i V fazie ruchu

Na podstawie przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego tylnego mostu napędowego łatwo jest określić moment pojawienia się wymuszenia od strony drogi działającego na tylne prawe koło (rys. 5.13a). Natomiast chwile startu rakiet z wyrzutni nie są tak wyraźnie zaakcentowane jak w przypadku przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego tylnego mostu.



Rys. 5.13. Przyspieszenie kątowe tylnego mostu napędowego: a) w I fazie ruchu, b) w II, III, IV i V fazie ruchu

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego tylnego mostu napędowego $\ddot{\varphi}_m$ wynosi $\sigma_{\ddot{\varphi}_m} = 9.6139 \text{ m/s}^2$.

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego tylnego mostu napędowego w fazie I jest prawie o dwa rzędy wielkości większe niż w pozostałych czterech fazach (rys. 5.14). Start rakiety nr 2 w fazie III pobudza tylny most napędowy do drgań z przyspieszeniem kątowym, którego odchylenie standardowe ma najwyższą wartość.



Rys. 5.14. Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego tylnego mostu napędowego: a) w I fazie ruchu, b) w II, III, IV i V fazie ruchu

Przedstawione przebiegi zmienności przyspieszeń charakteryzujących odpowiedź pojazdu samochodowego na wymuszenie od strony drogi i spowodowane startem czterech rakiet mają we wszystkich fazach ruchu właściwość funkcji ciągłej.

5.2. Wpływ oddziaływań na człowieka

Operator zestawu obsługuje przyrządy nawigacyjne, natomiast kierowca wybierając odpowiedni kierunek i prędkość jazdy decyduje o eksploatacyjnych warunkach pracy ludzi i rakiet. Zapewnienie operatorowi komfortu w wykonywaniu czynności decyzyjnych i manualnych może przyczynić się do osiągnięcia celu przez rakietę. Do oceny komfortu pracy można przyjąć poziom drgań narządów wewnętrznych człowieka oraz ruch względny powstający między przemieszczeniem głowy, a przyrządami nawigacyjnymi. Zarówno operator jak i kierowca w podobny sposób reagują na zaburzenia wynikające z wymuszenia od strony drogi i startujących rakiet. Można to wywnioskować analizując rysunki od 5.15 do 5.22. Odchylenia standardowe przyspieszeń poszczególnych narządów operatora i kierowcy oraz foteli na których siedzą w każdej z pięciu faz są tego samego rzędu. Wpływ wymuszenia od strony drogi jest mniejszy od wpływu zaburzeń spowodowanych startem rakiet. Na podstawie przebiegu zmienności zaprezentowanych przyspieszeń łatwo jest określić chwile startu kolejnych rakiet.



Rys. 5.15. Przyspieszenie fotela: a) operatora, b) kierowcy

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia fotela operatora \ddot{y}_{f11} i kierowcy \ddot{y}_{f12} wynosi odpowiednio $\sigma_{\ddot{y}_{f11}} = 2.03804 \text{ m/s}^2$ i $\sigma_{\ddot{y}_{f12}} = 1.92827 \text{ m/s}^2$.



Rys. 5.16. Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia fotela: a) operatora, b) kierowcy



Rys. 5.17. Przyspieszenie pośladków i kończyn dolnych: a) operatora, b) kierowcy

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia pośladków i kończyn dolnych operatora \ddot{y}_{c11} i kierowcy \ddot{y}_{c12} wynosi odpowiednio $\sigma_{\ddot{y}_{c11}} = 1.98302 \text{ m/s}^2$ i $\sigma_{\ddot{y}_{c12}} = 1.86212 \text{ m/s}^2$.



Rys. 5.18. Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia pośladków i kończyn dolnych: a) operatora, b) kierowcy



Rys. 5.19. Przyspieszenie wątroby, żołądka, śledziony i nerek: a) operatora, b) kierowcy

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia wątroby, żołądka, śledziony i nerek operatora \ddot{y}_{c21} i kierowcy \ddot{y}_{c22} wynosi odpowiednio $\sigma_{\ddot{y}_{c21}} = 1.68451$ m/s² i $\sigma_{\ddot{y}_{c22}} = 1,58574$ m/s².



Rys. 5.20. Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia wątroby, żołądka, śledziony i nerek: a) operatora, b) kierowcy



Rys. 5.21. Przyspieszenie mózgowia, płuc i serca: a) operatora, b) kierowcy

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia operatora mózgowia, płuc i serca operatora \ddot{y}_{c31} i kierowcy \ddot{y}_{c32} wynosi odpowiednio $\sigma_{\ddot{y}_{c31}} = 2.13888$ m/s² i $\sigma_{\ddot{y}_{c32}} = 2.00709$ m/s².



Rys. 5.22. Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia mózgowia, płuc i serca: a) operatora, b) kierowcy

Przedstawione przebiegi zmienności przyspieszeń charakteryzujących odpowiedź operatora i kierowcy na wymuszenie od strony drogi i spowodowane startem czterech rakiet mają we wszystkich fazach ruchu właściwość funkcji ciągłej.

5.3. Drgania wyrzutni

Z wyrzutni startują rakiety i dlatego jest ona narażona w sposób bezpośredni na generowane zaburzenia. Cokół posadowiony jest na pojeździe samochodowym, więc wymuszenia spowodowane startem każdej z czterech rakiet przenoszą się na niego za pośrednictwem wieży. Ruch rakiety wzdłuż prowadnicy wyrzutni powoduje, że przebieg zmienności przyspieszenia liniowego cokołu charakteryzuje się szybkim wzrostem wartości amplitudy (rys. 5.23). Na podstawie przebiegu zmienności tego przyspieszenia łatwo jest określić chwile startu kolejnych rakiet. Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego cokołu jest trzykrotnie większe od odchylenia standardowego przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego nadwozia pojazdu.



Rys. 5.23. Przyspieszenie liniowe cokołu

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego cokołu \ddot{y}_w wynosi $\sigma_{\ddot{y}_w} = 12.4039 \text{ m/s}^2$.

Moment rozpoczęcia pracy przez silnik startowy każdej z czterech rakiet jest m.in. przyczyną zmiany charakteru przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego (rys. 5.24).

Start rakiety nr 3 w fazie IV pobudza cokół do drgań z przyspieszeniem liniowym, którego odchylenie standardowe ma najwyższą wartość (rys. 5.25).



Rys. 5.24. *Przyspieszenie liniowe cokołu w trakcie startu: a) rakiety 1, b) rakiety 2, c) rakiety 3, d) rakiety 4*



128

W ruchu pochylania i przechylania cokołu chwile startu kolejnych rakiet nie są wyraźnie zaakcentowane (rys. 5.26).

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego cokołu w ruchu pochylania jest większe niż w ruchu przechylania. Oznacza to, że obciąże-

Rys. 5.25. Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego cokołu

nie cokołu spowodowane wystrzeleniem rakiet jest większe w kierunku zmiany kąta \mathcal{G}_w niż w kierunku zmiany kąta φ_w . Podobnie jak w przypadku przyspieszenia liniowego również odchylenia standardowe przebiegu zmienności przyspieszeń kątowych cokołu w ruchu pochylania i przechylania są kilkakrotnie większe od odpowiadających im odchyleń standardowych nadwozia pojazdu.



Rys. 5.26. Przyspieszenie kątowe cokołu: a) w ruchu pochylania, b) w ruchu przechylania

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego cokołu $\ddot{\mathcal{B}}_{w}$ w ruchu pochylania wynosi $\sigma_{\ddot{\mathcal{B}}_{w}} = 11.5348 \text{ rad/s}^{2}$.

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego cokołu $\ddot{\varphi}_w$ w ruchu przechylania wynosi $\sigma_{\ddot{\varphi}_w} = 7.9355 \text{ rad/s}^2$.

Przyspieszenie w ruchu pochylania utrzymuje się na najwyższym poziomie po starcie rakiety nr 2 w fazie III, natomiast w ruchu przechylania po starcie rakiety nr 3 w fazie IV (rys. 5.27).



Rys. 5.27. Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego cokolu: a) w ruchu pochylania, b) w ruchu przechylania

Przedstawione przebiegi zmienności przyspieszeń charakteryzujących odpowiedź cokołu na wymuszenie od strony drogi i spowodowane startem czterech rakiet mają we wszystkich fazach ruchu właściwość funkcji ciągłej.

Wieża umieszczona jest na cokole i składa się z platformy oraz układu prowadnic. W trakcie startu rakiety przemieszczają się wzdłuż odpowiednich prowadnic. Wieża przejmuje bezpośrednio na siebie niepożądane obciążenie związane z wystrzeleniem rakiet (rys. 5.28). Na podstawie przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego wieży łatwo jest określić chwile startu kolejnych rakiet. Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego wieży jest dwukrotnie większe od odchylenia standardowego przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego wieży jest dwukrotnie większe od odchylenia standardowego przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego wieży jest dwukrotnie większe od odchylenia standardowego przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego cokołu.



Rys. 5.28. Przyspieszenie liniowe wieży

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego wieży \ddot{y}_v wynosi $\sigma_{\ddot{y}_v} = 21.3439 \text{ m/s}^2$.

Każda prowadnica wieży wraz z rakietą tworzy parę kinematyczną. Ruch rakiety wywołany uruchomieniem silnika startowego ma wpływ na zachowanie się układu prowadnic, a tym samym na ruch wieży. W fazie I wieża pobudzona jest do drgań wyłącznie wymuszeniem od strony drogi. W fazie II, III, IV i V odpowiednio rakiety 1, 2, 3 i 4 realizują ruch względem prowadnic. Przyczyną zmiany położenia rakiet względem prowadnic jest ciąg silnika. Start kolejnej rakiety generuje zaburzenia, które przenoszą się na wieżę. Przedstawione przebiegi zmienności przyspieszeń charakteryzujących odpowiedź wieży na wymuszenia spowodowane startem każdej z czterech rakiet mają właściwość funkcji nieciągłej (rys. 5.29). Nieciągłość krzywej przyspieszenia wynika z matematycznej interpretacji punktu kątowego pierwszej pochodnej. Skok wartości przyspieszenia występuje w punktach uwzględniających chwile, w których generowane są zjawiska będące bezpośrednią przyczyną występowania punktów kątowych w przebiegu zmienności prędkości. Wynika to z fizycznej natury zachodzących w tych momentach procesów:

punkt 11, 21, 31, 41 - rozpoczyna pracę silnik startowy,

punkt 12, 22, 32, 42 - kończy pracę silnik startowy, punkt 13, 23, 33, 43 - rakieta opuszcza wyrzutnię. a) b) 111 112 113 113 1111 1112 1113 I 13 22 21 23 60 60 **RAKIETA 2** 40 40 d²y_/dt² [m/s²] d^2y_v/dt^2 [m/s²] **RAKIETA 1** 20 20 0 0 -20 -20 -40 -40 + 0,95 -60 + 1,95 1,00 1,05 1,10 2,00 2,05 2,15 1,15 2.10 t [s] t [s] d) c) IV2 32 33 IV3 IV3 V1 V3 1113 IV1 V2 43 31 42 41 80 60 60 30 40 $d^2y_dt^2$ [m/s²] d²y_v/dt² [m/s²] 20 0 0 -30 -20 -60 -40 **RAKIETA 3** -60 **RAKIETA 4** -90 -80 |-- 3,95 3,05 4,05 3,00 3,10 3,15 4,00 4,10 2.95 4.15 t [s] t [s]

Rys. 5.29. *Przyspieszenie liniowe wieży w trakcie startu: a) rakiety 1, b) rakiety 2, c) rakiety 3, d) rakiety 4*

W fazie II1, III1, IV1 i V1 rakiety są układami zmiennymi w czasie. Zmianie ulega masa rakiety i jej rozkład. Na początku każdej z tych faz do rakiety przyłożona zostaje siła, która ma stałą wartość w czasie. Skutkiem pojawienia się ciągu jest skok wartości przyspieszenia liniowego wieży w punktach 11, 21, 31, 41. Ciąg silnika powoduje ruch rakiety względem prowadnicy. W związku z tym układ w postaci zestawu przeciwlotniczego jest również zmienny w czasie. Rakieta o określonej masie porusza się wzdłuż prowadnicy determinując zmianę rozkładu masy układu składającego się z dwóch obiektów. Jednym z obiektów jest wieża, a drugim rakieta. Ze względu na istniejące sprzężenia między ruchem rakiety, a zachowaniem się wieży generowane zaburzenia są przyczyną określonego przebiegu zmienności jej przyspieszenia liniowego. Na końcu każdej z omawianych czterech faz silnik startowy kończy pracę i rakieta nie jest już obciążona ciągiem. Skutkiem redukcji ciągu do zera jest skok wartości przyspieszenia liniowego wieży w punktach 12, 22, 32, 42. Rozpatrywany układ składający się z wieży i rakiety jest nie tylko układem o zmiennym rozkładzie masy, ale również układem o zmiennej masie. Twierdzenie to jest prawdziwe nawet w przypadku rozpatrywania fazy II2, III2, IV2 i V2, w której rakieta traktowana jest jako bryła sztywna. Na początku tej fazy silnik startowy kończy swoją pracę i rakieta wykorzystuje nabytą energię kinetyczną. Natomiast na końcu tej fazy masa układu wieża-rakieta zmienia się jednorazowo oraz dyskretnie i jest rzędu nowoutworzonych obiektów nie stanowiących już pary kinematycznej. Punkty 13, 23, 33, 43 łączą w jednej chwili czasu dwie różne struktury. Z jednej strony opisują koniec ruchu rakiety wzdłuż prowadnicy wyrzutni, a z drugiej strony określają warunki początkowe ruchu obiektów po procesie naturalnej degeneracji.

Start rakiety nr 3 w fazie IV pobudza wieżę do drgań z przyspieszeniem liniowym, którego odchylenie standardowe ma najwyższą wartość (rys. 5.30).





W ruchu pochylania i przechylania wieży chwile startu kolejnych rakiet nie są wyraźnie zaakcentowane (rys. 5.31).

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego wieży w ruchu przechylania jest większe niż w ruchu pochylania. Znamienna jest wysoka wartość przyspieszenia kątowego w ruchu przechylania w porównaniu z ruchem pochylania. Oznacza to, że obciążenie wieży spowodowane wystrzeleniem rakiet jest większe w kierunku zmiany kąta φ_v niż w kierunku zmiany kąta \mathcal{G}_v . Podobnie jak w przypadku przyspieszenia liniowego również odchylenia standardowe przebiegu zmienności przyspieszeń kątowych wieży w ruchu pochylania i przechylania są większe od odpowiadających sobie odchyleń standardowych cokołu.



Rys. 5.31. Przyspieszenie kątowe wieży: a) w ruchu pochylania, b) w ruchu przechylania

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego wieży \mathcal{G}_{v} w ruchu pochylania wynosi $\sigma_{\ddot{\mathcal{G}}_{v}} = 28.0760 \text{ rad/s}^{2}$.

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego wieży $\ddot{\varphi}_v$ w ruchu przechylania wynosi $\sigma_{\ddot{\varphi}_v} = 53.9298 \text{ rad/s}^2$.

Przyspieszenie w ruchu pochylania utrzymuje się na najwyższym poziomie po starcie rakiety nr 2 w fazie III, natomiast w ruchu przechylania również po starcie rakiety nr 2 w fazie III (rys. 5.32).



Rys. 5.32. Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego wieży: a) w ruchu pochylania, b) w ruchu przechylania

5.4. Ruch rakiet na wyrzutni

Rakieta wraz z prowadnicą stanowią parę kinematyczną, która determinuje ruch obu członów. Na rysunku 5.33 przedstawiony jest przebieg zmienności przyspieszenia liniowego rakiety nr 1, 2, 3 i 4 w funkcji czasu. Przyspieszenie to charakteryzuje ruch rakiety względem prowadnicy.



Rys. 5.33. *Przyspieszenie liniowe: a) rakiety 1, b) rakiety 2, c) rakiety 3, d) rakiety 4 w trakcie ruchu względem układu prowadnic*

Przed wystrzeleniem z wyrzutni rakieta jest sztywno połączona z prowadnicą. Rakieta nr 1 w fazie I, rakieta nr 2 w fazie I i II, rakieta nr 3 w fazie I, II i III oraz rakieta nr 4 w fazie I, II, III i IV nie przemieszcza się względem prowadnicy, zatem przyspieszenie względne jest równe zero. W chwili czasu określonej przez punkt 11, 21, 31, 41 przyłożony jest do bryły rakiety ciąg silnika startowego o stałej w czasie wartości. Skutkiem pojawienia się ciągu jest skok wartości przyspieszenia. Rakieta rozpoczyna realizację ruchu względem prowadnicy. Przyczyną zmiany położenia rakiety jest ciąg silnika. Start rakiety generuje zaburzenia, które przenoszą się na pozostałe obiekty układu. Pocisk jako integralny obiekt zestawu przeciwlotniczego narażony jest na odpowiedź zwrotną układu w postaci wymuszenia realizowanego przez prowadnicę. W wyniku takiego wymuszenia wartość przyspieszenia względnego zmienia się w fazie II1, III1, IV1 i V1. W punkcie 12, 22, 32 i 42 silnik startowy kończy pracę i bryła pocisku nie jest już obciążona ciągiem. Skutkiem redukcji ciągu do zera jest skok wartości przyspieszenia. Ze względu na istniejące oddziaływania w układzie wartość przyspieszenia jest różna od zera. W fazie II2, III2, IV2 i V2 rakieta porusza się dzięki nabytej energii kinetycznej. Liniowe przyspieszenie względne zmienia swoją wartość w czasie.





Rys. 5.34. Prędkość kątowa przechylenia: a) rakiety 1, b) rakiety 2, c) rakiety 3, d) rakiety 4 w trakcie ruchu względem układu prowadnic

Uruchomienie silnika startowego powoduje obciążenie rakiety momentem działającym w płaszczyźnie prostopadłej do osi podłużnej. Moment ten działa na daną rakietę przez czas trwania odpowiednio fazy II1, III1, IV1 i V1. Moment ma wartość stałą w czasie i powoduje obrót rakiety wokół osi podłużnej. Prędkość kątowa rakiety w ruchu przechylania rośnie liniowo do punktu 12, 22, 32 i 42. W punkcie tym silnik startowy kończy pracę i na bryłę pocisku nie działa obciążenie. W fazie II2, III2, IV2 i V2 na skutek braku momentu wartość prędkości kątowej rakiety jest w przybliżeniu stała w czasie. Zaburzenia generowane w układzie startem danej rakiety powodują w każdym przypadku nieco inny przebieg zmienności tej prędkości. W związku z tym prędkość kątowa przechylenia z jaką każda z czterech rakiet opuszcza prowadnicę wyrzutni jest inna. Na rysunku 5.35 przedstawiony jest przebieg zmienności prędkości liniowej rakiety nr 1, 2, 3 i 4 w funkcji czasu. Uruchomienie silnika startowego powoduje obciążenie rakiety ciągiem. Wartość ciągu jest na tyle duża, że w ułamku sekundy rozpędza pocisk do znacznej prędkości na bardzo krótkiej drodze. Siła ta działa na daną rakietę przez czas trwania odpowiednio fazy II1, III1, IV1 i V1. Siła ma wartość stałą w czasie i powoduje ruch rakiety wzdłuż prowadnicy wyrzutni. Prędkość rakiety rośnie liniowo do punktu 12, 22, 32 i 42. W punkcie tym silnik startowy kończy pracę i na bryłę pocisku nie działa obciążenie. W fazie II2, III2, IV2 i V2 na skutek braku ciągu wartość prędkości liniowej rakiety jest w przybliżeniu stała w czasie. Zaburzenia generowane w układzie startem danej rakiety powodują w każdym przypadku nieco inny przebieg zmienności tej prędkości. W związku z tym prędkość liniowa z jaką każda z czterech rakiet opuszcza prowadnicę wyrzutni jest inna.



Rys. 5.35. Prędkość liniowa: a) rakiety 1, b) rakiety 2, c) rakiety 3, d) rakiety 4 w trakcie startu

Kąty kierunkowe wektora prędkości każdej z czterech rakiet charakteryzują się innym przebiegiem zmienności w dziedzinie czasu. W związku z tym kierunek wektora prędkości liniowej z jakim każda z czterech rakiet opuszcza prowadnicę wyrzutni jest inny (rys. 5.36).



Rys. 5.36. Kąty kierunkowe wektora prędkości liniowej: a) rakiety 1, b) rakiety 2, c) rakiety 3, d) rakiety 4 w trakcie startu

5.5. Sterowanie giroskopem

Na podstawie przyjętych założeń dotyczących działania przeciwlotniczego zestawu rakietowego wynika, że od chwili oznaczonej przez punkt 0 układ koordynatora każdej rakiety realizuje proces śledzenia celu. Z procesem tym związany jest ruch giroskopu. Zgodnie z przyjętym modelem zestawu ruch giroskopu nie jest przyczyną generowania zaburzeń w układzie. W fazie I rakiety pozostają w spoczynku i nie są źródłem wymuszeń działających na giroskopy. Warunki pracy układu śledzenia są w tej fazie korzystne. Nie oznacza to jednak, że operator powinien podjąć decyzję o wystrzeleniu rakiety. Taka decyzja wymaga spełnienia przez układ śledzenia ograniczeń technicznych i warunków bezpieczeństwa związanych z jego użytkowaniem.

Ograniczenia techniczne i warunki bezpieczeństwa warunkujące właściwą pracę układu sterowania dla rakiet omawianej klasy traktowane jako wartości wzorcowe: – maksymalna predkość katowa LOC 0.2 rad/s

| maksymania pręakose kątowa LOC | 0.2 Idd/ 5 |
|-----------------------------------------|------------------------------|
| maksymalny kat widzenia obiektywu koorc | dynatora $\frac{\pi}{1}$ rad |

| _ | maksymalny kąt obrotu osi giroskopu | $\frac{\pi}{2}$ rad |
|---|--------------------------------------------|---------------------|
| _ | maksymalny moment sterujący osią giroskopu | 5 Nm |

Warunki pracy układu śledzenia w fazie I są uzależnione wyłącznie od parametrów związanych z ruchem celu. W wyniku działania ogniwa kinematycznego wyznaczany jest sygnał pożądany. Przebieg zmienności tego sygnału, parametry regulatora PD oraz właściwości dynamiczne układu giroskopowego decydują o spełnieniu przyjętych ograniczeń technicznych i warunków bezpieczeństwa.

W chwili oznaczonej przez punkt 11, 21, 31 i 41 rakieta rozpoczyna ruch wzdłuż prowadnicy wyrzutni. Pod wpływem tego ruchu generowane są w układzie zaburzenia, które zakłócają proces śledzenia celu przez układ koordynatora. Warunki pracy układu śledzenia są w tej fazie uzależnione nie tylko od parametrów związanych z ruchem celu, ale również z ruchem rakiety. Ruch rakiety wpływa nie tylko na przebieg zmienności sygnału pożądanego ale również jest źródłem wymuszeń działających na giroskop.



Rys. 5.37. Kąt odchylenia ψ_{Gi} : a) giroskopu 1, b) giroskopu 2, c) giroskopu 3, d) giroskopu 4 oraz kąt linii obserwacji celu δ_{Li} : a) rakiety 1, b) rakiety 2, c) rakiety 3, d) rakiety 4 w trakcie startu

Na rysunku 5.37 i 5.38 przedstawiony jest przebieg zmienności kąta linii obserwacji celu oraz kąta odchylenia i pochylenia giroskopu rakiety nr 1, 2, 3 i 4 w funkcji czasu. W fazie I oba przebiegi są porównywalne, zatem uchyb sterowania jest bliski zera. Ruch celu nie powoduje zakłóceń w procesie sterowania giroskopu. Od punktu 11, 21, 31 i 41 następuje wyraźna rozbieżność obu charakterystyk. W fazie II1, III1, IV1 i V1 uchyb sterowania powiększa się. Przyczyną wzrostu uchybu sterowania jest ruch rakiety wzdłuż prowadnicy spowodowany działaniem silnika startowego. Silnik startowy działa przez okres występowania fazy II1, III1, IV1 i V1. W tym okresie czasu prędkość liniowa rakiety wzrasta od wartości zero do wartości określonej momentem zakończenia pracy przez silnik startowy jak na rysunku 5.35. W fazie II2, III2, IV2 i V2 rakieta wykorzystuje nabytą energię kinetyczną w dwóch poprzednich fazach i jej predkość liniowa w niewielkim stopniu zmienia się. Uchyb sterowania pozostaje w zasadzie stały. Pocisk opuszcza wyrzutnię w punkcie 13, 23, 33 i 43 dysponując niezerowym uchybem. Ograniczenia techniczne wynikające z maksymalnego kąta widzenia obiektywu koordynatora oraz maksymalnego kąta obrotu osi giroskopu nie mogą być przekroczone.



Rys. 5.38. Kąt pochylenia \mathcal{P}_{Gi} : a) giroskopu 1, b) giroskopu 2, c) giroskopu 3, d) giroskopu 4 oraz kąt linii obserwacji celu ε_{Li} : a) rakiety 1, b) rakiety 2, c) rakiety 3, d) rakiety 4 w trakcie startu

Na rysunku 5.39 przedstawiony jest przebieg zmienności prędkości kątowej przechylenia giroskopu rakiety nr 1, 2, 3 i 4 w funkcji czasu. Prędkość ta charakteryzuje ruch giroskopu względem jego osi podłużnej. Zachowanie wzorcowej, stałej wartości tej prędkości jest istotne z punktu widzenia właściwego działania układu śledzenia wyposażonego w raster. Wyjściowa wartość prędkości kątowej przechylenia giroskopu wynosi 691 rad/s. W fazie II1, III1, IV1 i V1 spadek wartości tej prędkości jest wyraźny. Przyczyną obniżenia wartości prędkości kątowej jest ruch rakiety wzdłuż prowadnicy spowodowany działaniem silnika startowego.



Rys. 5.39. Prędkość kątowa: a) giroskopu 1, b) giroskopu 2, c) giroskopu 3, d) giroskopu 4 w ruchu przechylania

Silnik startowy działa przez okres występowania fazy II1, III1, IV1 i V1. W tym okresie czasu prędkość liniowa rakiety wzrasta od wartości zero do wartości określonej momentem zakończenia pracy przez silnik startowy jak na rysunku 5.35. W fazie II2, III2, IV2 i V2 rakieta wykorzystuje nabytą energię kinetyczną w dwóch poprzednich fazach i jej prędkość liniowa w niewielkim stopniu zmienia się. Prędkość kątowa przechylenia giroskopu w tej fazie również pozostaje stała. Zjawiska fizyczne towarzyszące działaniu zestawu przeciwlotniczemu powodują

zróżnicowanie przebiegu zmienności tej prędkości dla każdej rakiety. W konsekwencji rakieta opuszcza wyrzutnię w punkcie 13, 23, 33 i 43 dysponując w każdym przypadku inną wartością prędkości kątowej giroskopu w ruchu przechylania.

Na rysunku 5.40 przedstawione są przebiegi zmienności momentów sterujących obrotem ramki zewnętrznej i ramki wewnętrznej sprzęgła Cardana stanowiącego integralny element układu giroskopowego rakiety w funkcji czasu. Wygenerowane przez układ koordynatora momenty sterujące zmianą położenia osi giroskopu decydują o przebiegu zmienności sygnału realizowanego. Momenty te warunkują minimalizację uchybu sterowania przy zachowaniu warunku bezpieczeństwa. W fazie I niewielkie wartości momentów sterujących są wystarczające do właściwej realizacji śledzenia linii obserwacji celu przez giroskop.



Rys. 5.40. Momenty sterujące: a) giroskopem 1, b) giroskopem 2, c) giroskopem 3, d) giroskopem 4 w trakcie startu

W fazie II1, III1, IV1 i V1 następuje wyraźny wzrost wartości momentów sterujących. Pod koniec tej fazy momenty uzyskują duże wartości, które jednak nie pozwalają na zmianę niekorzystnej tendencji w procesie sterowania. Ograniczenia techniczne wynikające z maksymalnego momentu sterującego osią giroskopu nie mogą zostać przekroczone. W pewnym stopniu może przyczynić się do tego faza II2, III2, IV2 i V2, w której wartości momentów sterujących w przybliżeniu równe są wartości jaką momenty te osiągają w punkcie 12, 22, 32 i 42. Zakończenie pracy przez silnik startowy powoduje, że w jednej chwili czasu na bryłę pocisku nie działa obciążenie. Skutkiem braku ciągu jest w przybliżeniu stała w czasie wartość prędkości liniowej rakiety jak na rysunku 5.35. Do wysterowania każdego z czterech giroskopów niezbędne są momenty o innym przebiegu zmienności w czasie. Zdecydowana różnica występuje w przypadku momentów sterujących ramką wewnętrzną sprzęgła Cardana.

5.6. Ruch celu

Ruch zestawu przeciwlotniczego jest uwarunkowany m.in. zachowaniem się celu. Parametry opisujące ruch celu określone są przez wartości wzorcowe. Na rysunku 5.41 i 5.42 przedstawiony jest tor lotu oraz parametry charakteryzujące zmianę wektora prędkości celu w funkcji czasu.



Rys. 5.42. Moduł i kąty kierunkowe wektora prędkości celu

Trajektoria wynika z realizowanego manewru obronnego pilota. W chwili poczatkowej, tzn. dla czasu t=0 (pkt 0 na trajektorii), rozpoczyna się proces śledzenia celu przez układ giroskopowy każdej z czterech rakiet. Cel rozpoczyna manewr obronny. Operator zestawu otrzymał informację o przechwyceniu obiektu ataku i po upływie jednej sekundy podejmuje decyzję o wystrzeleniu pierwszej rakiety. W tym czasie cel pokonał drogę wynikającą z przyjętych parametrów. Rakieta nr 1 porusza się wzdłuż prowadnicy wyrzutni i po upływie czasu t = 0.0968 s opuszcza ją, aby kontynuować ruch w kierunku celu. W tym czasie cel pokonał następny odcinek drogi. Po upływie każdej następnej sekundy operator podejmuje decyzję o wystrzeleniu kolejnych trzech rakiet. W tym czasie cel kontynuuje lot zgodnie z przedstawioną na rysunku 5.41 trajektorią. Rakiety nr 2, 3 i 4 poruszają się wzdłuż prowadnicy wyrzutni przez inny interwał czasu. Czas startu dla tych rakiet jest następujący: t = 0.09804 s dla rakiety nr 2, t = 0.09501 s dla rakiety nr 3 i t = 0.10384 s dla rakiety nr 4. Przez okres pięciu sekund cel pokonał drogę oznaczoną na trajektorii przez odległość od punktu 0 do punktu 5. Ze względu na przyjete wartości parametrów określających ruch celu drogą pokonywana przez cel w trakcie startu każdej następnej rakiety jest dłuższa.

5.7. Podsumowanie

W rozdziale 5 zaprezentowane zostały przebiegi zmienności niektórych wielkości fizycznych charakteryzujących odpowiedzi zestawu przeciwlotniczego na wybrane warunki startu rakiet. Cel wykonuje określony manewr obronny. Pojazd samochodowy nie realizuje ruchu podstawowego, ale generowane jest wymuszenie zewnętrzne od strony drogi. Z wyrzutni w odstępach jednosekundowych startują cztery rakiety. Ich ruch wzdłuż prowadnicy wyrzutni oraz oddziaływania drogi są przyczyną powstania zaburzeń w układzie.

Wymuszenie zewnętrzne od strony drogi działa na koła z prawej strony pojazdu. Z punktu widzenia analizy zdeterminowanej największe znaczenie mają ekstremalne oddziaływania. W rozpatrywanym przypadku charakterystyka wymuszenia od strony drogi nie jest przyczyną generowania maksymalnych zaburzeń w układzie. Funkcja wymuszenia jest tak dobrana, aby umożliwić ocenę drgań poszczególnych obiektów zestawu przeciwlotniczego powstających w trakcie startu rakiet z wyrzutni. Wymuszenie od strony drogi przenosi się na człowieka i jest odczuwane przez niego jako dyskomfort. Start kolejnych rakiet wywołuje drgania poszczególnych narządów zarówno kierowcy jak i operatora. Wartości odchyleń standardowych przebiegu zmienności przyspieszeń tych narządów są kilkakrotnie większe od wartości odchyleń standardowych opisujących drgania wywołane przez wymuszenie od strony drogi. Oznacza to, że zaburzenia spowodowane startem rakiet mogą mieć istotny wpływ na zachowanie się ludzi obsługujących zestaw. Rozpatrując drgania człowieka należy zwrócić uwagę, czy nie zostanie przekroczona:
- maksymalna amplituda przyspieszenia drgań poszczególnych narządów,
- maksymalne przyspieszenie i prędkość głowy względem przyrządów nawigacyjnych,

oraz czy nie zostanie przekroczony:

- minimalny czas przeznaczony na decyzję o wystrzeleniu rakiety.

Drgania przedniego i tylnego mostu napędowego spowodowane wymuszeniem od strony drogi przenoszą się na pozostałe obiekty zestawu przeciwlotniczego. Zaburzenia docierają do wieży wyrzutni i poprzez układ prowadnic wpływają na ruch rakiet. Poziom fluktuacji przyspieszenia wieży jest w rozpatrywanym przypadku niższy od poziomu charakteryzującego drgania spowodowane startem kolejnych rakiet. W warunkach realnych działań wojennych mogą jednak zaistnieć przypadki ekstremalnych wymuszeń od strony drogi, które pobudzą wieżę do bardzo intensywnych drgań. Może to przełożyć się negatywnie na parametry startu rakiet.

W trakcie ruchu rakiety wzdłuż prowadnicy wyrzutni występują zjawiska fizyczne mające naturę oddziaływań mechanicznych. Charakteryzują się one skokiem wartości przyspieszenia wieży w chwilach określonych przez uruchomienie silnika startowego rakiety, zakończenia pracy przez silnik startowy rakiety oraz opuszczenia prowadnicy wyrzutni przez rakietę. W związku z tym przebieg zmienności przyspieszenia wieży ma właściwość funkcji nieciągłej co jest zjawiskiem niekorzystnym z punktu widzenia dynamiki układu. Przyrost wartości przyspieszenia wieży w punktach nieciągłości jest inny w trakcie startu każdej z czterech rakiet. Oznacza to, że warunki startu rakiet opuszczających prowadnice w następujących po sobie chwilach różnią się od siebie. Rozpatrując drgania wieży należy zwrócić uwagę na:

- przebieg zmienności parametrów charakteryzujących przemieszczenie liniowe wieży,
- przebieg zmienności parametrów charakteryzujących ruch pochylania wieży,
- przebieg zmienności parametrów charakteryzujących ruch przechylania wieży.

Zestaw przeciwlotniczy jako układ mechaniczny ma tę właściwość, że położenie i ruch każdego z jego obiektów składowych zależy od położenia i ruchu pozostałych obiektów zestawu. Ruch rakiety wzdłuż prowadnicy wyrzutni generuje zaburzenia, które poprzez wieżę przenoszą się na inne elementy zestawu. Rakieta jako integralny obiekt zestawu narażona jest na odpowiedź zwrotną układu w postaci wymuszenia realizowanego przez wieżę. W momencie opuszczania wyrzutni przez rakietę determinowane są początkowe kinematyczne parametry lotu. Charakterystyka tych parametrów jest inna dla rakiet opuszczających prowadnice w następujących po sobie chwilach. Rozpatrując ruch rakiety należy zwrócić uwagę na:

- utrzymanie założonej prędkości kątowej przechylania rakiety w trakcie ruchu względem układu prowadnic,
- orientację i wartość modułu wektora prędkości liniowej rakiety w przestrzeni.

Właściwości dynamiczne zestawu przeciwlotniczego determinują warunki dla startujących po sobie rakiet. Realizowane sterowanie giroskopem każdej z tych rakiet cechuje odmienny przebieg zmienności parametrów charakteryzujących proces regulacji w czasie. Od układu śledzenia wymaga się odporności na zakłócenia. Jednym z warunków prawidłowego działania tego układu jest dobór współczynników wzmocnienia regulatora. Jakość procesu sterowania zależy od minimalizacji uchybów, które determinowane są przez momenty warunkujące położenie osi giroskopu. Zredukowanie wartości uchybów sterowania może prowadzić do przekroczenia dopuszczalnych momentów sterujących osią giroskopu. Od układu koordynatora wymaga się realizacji procesu śledzenia celu przy jednoczesnym spełnieniu ograniczeń technicznych i warunków bezpieczeństwa. W związku z tym należy zwrócić uwagę, czy nie zostanie przekroczona:

- maksymalna prędkość kątowa Linii Obserwacji Celu,
- maksymalny kąt widzenia obiektywu koordynatora,
- maksymalny kąt obrotu osi giroskopu,
- maksymalny moment sterujący osią giroskopu,

oraz czy zostanie zachowana:

- założona prędkość kątowa w ruchu przechylania giroskopu.

6 ZASTOSOWANIE HYBRYDOWEGO UKŁADU WIBROIZOLACJI DO STEROWANIA DRGANIAMI WIEŻY WYRZUTNI

Model wyrzutni opisany jest szczegółowo w rozdziałach 3 i 4. Wyrzutnia składa się z dwóch następujących podstawowych obiektów:

a) cokołu,

b) wieży.

Cokół posadowiony jest na pojeździe samochodowym i stanowi ogniwo pośrednie między pojazdem a wieżą. Wieża umieszczona jest na cokole i składa się z dwóch obiektów platformy oraz układu czterech prowadnic. Przez cały czas ruchu pocisku wzdłuż prowadnicy rakieta ma z wieżą bezpośredni kontakt.

Skuteczne wystrzelenie rakiety bliskiego zasięgu samonaprowadzającej się na cel wymaga spełnienia kilku ograniczeń technicznych i warunków bezpieczeństwa. Zbyt intensywne drgania wieży mogą spowodować przekroczenie dopuszczalnych wartości parametrów charakteryzujących proces startu rakiety. Na skutek tego rakieta jeszcze przed opuszczeniem prowadnicy wyrzutni może stracić szansę na osiągnięcie celu. Początkowe parametry lotu rakieta wypracowuje również w trakcie startu. Od charakterystyki tych parametrów zależy, czy rakieta zdąży wypracować trajektorię lotu niezbędną do zniszczenia celu. W związku z tym od wieży wymaga się, aby możliwie najkorzystniej izolowała rakietę od niepożądanych drgań oraz zapewniła warunki prawidłowej lokacji celu przez układ koordynatora.

W celu poprawienia rakietom warunków startu wprowadzono hybrydowy układ wibroizolacji do sterowania drganiami wieży wyrzutni. Rozważa się stabilizację wieży przy wymuszeniach pochodzących od nawierzchni drogi i wynikających z wystrzelenia w odstępach jednosekundowych czterech rakiet. Do redukcji drgań zastosowano cztery urządzenia sterujące włączone szeregowo w zawieszenie platformy wieży. Wszystkie cztery układy sterowania działają niezależnie od siebie [150]. Każdy z nich stabilizuje tylko jeden punkt zamocowania zawieszenia platformy (rys. 6.1).

Regulacja odbywa się w układzie zamkniętym. Struktura układu sterowania przedstawiona jest na przykładzie urządzenia US21 (rys. 6.2). Pętlę sterowania tworzy zawieszenie pasywne w postaci modelu Voigta-Kelvina wraz ze sterowanym układem wykonawczym w postaci siłownika elektrohydraulicznego, dwóch czujników przyspieszeń zamontowanych na platformie wieży i na cokole oraz komputera. Układ pomiarowy korzystając z podwójnego integratora przekazuje sygnał realizowany z wieży i sygnał wymuszający z cokołu do komputera, który na ich podstawie wyznacza sygnał sterujący. Formułowanie sygnału przez komputer przebiega zgodnie z przyjętym algorytmem sterowania. Cztery analogiczne układy sterowania zapewniają zarówno liniową jak i kątową stabilizację wieży wyrzutni w przestrzeni.



Rys. 6.1. Układ stabilizujący wieżę wyrzutni



Rys. 6.2. Schemat układu sterowania dla urządzenia US21

Przyjęty algorytm sterowania realizowany w procesie symulacji ma następującą postać:

$u_{w21} = k_{s21} y_{w21} + k_{s31} y_{w31} \tag{6.1}$

 $\dot{u}_{w21} = k_{s21}\dot{y}_{w21} + k_{s31}\dot{y}_{w31}$

- dla urządzenia US22

- dla urządzenia US21

$$u_{w22} = k_{s22}y_{w22} + k_{s32}y_{w32}$$

$$\dot{u}_{w22} = k_{s22}\dot{y}_{w22} + k_{s32}\dot{y}_{w32}$$
(6.2)

- dla urządzenia US23

$$u_{w23} = k_{s23} y_{w23} + k_{s33} y_{w33} \tag{6.3}$$

 $\dot{u}_{w23} = k_{s23}\dot{y}_{w23} + k_{s33}\dot{y}_{w33}$

- dla urządzenia US24

$$u_{w24} = k_{s24} y_{w24} + k_{s34} y_{w34} \tag{6.4}$$

$$\dot{u}_{w24} = k_{s24} \dot{y}_{w24} + k_{s34} \dot{y}_{w34}$$

gdzie:

 $y_{w21}, y_{w22}, y_{w23}, y_{w24}$ – sygnały z cokołu $y_{w31}, y_{w32}, y_{w33}, y_{w34}$ – sygnały z wieży $k_{s21}, k_{s31}, k_{s22}, k_{s32}$ – współczynniki sterowania $k_{s23}, k_{s33}, k_{s24}, k_{s34}$

Wartości przykładowe współczynników sterowania:

| $k_{s21} = 1$ | $k_{s31} = 40$ |
|---------------|----------------|
| $k_{s22} = 1$ | $k_{s32} = 40$ |
| $k_{s23} = 1$ | $k_{s33} = 40$ |
| $k_{s24} = 1$ | $k_{s34} = 40$ |

Na podstawie opracowanego modelu matematycznego zestawu przeciwlotniczego uwzględniającego wprowadzenie układu redukcji drgań wieży wyrzutni zredagowany został przez autora program komputerowy w systemie Borland C++. Przeprowadzenie symulacji numerycznej umożliwiło sprawdzenie w przestrzeni wirtualnej skuteczności zastosowania układu stabilizującego wieżę. Dzięki temu zaprezentowane zostaną przykładowe wyniki umożliwiające porównanie odpowiedzi układu w przypadku pasywnego i aktywnego zawieszenia wieży. Analiza skoncentrowana jest na przedstawieniu drgań wieży, ruchu rakiet na wyrzutni, sterowaniu giroskopem i drganiach ludzi obsługujących zestaw. Oznaczenia na rysunkach i warunki przeprowadzenia symulacji numerycznej są analogiczne jak w rozdziale 5.

6.1. Redukcja drgań wieży

Ruch wieży jest niezwykle istotny dla rakiety, która tworzy parę kinematyczną z prowadnicą. Zarówno drgania liniowe jak i kątowe wieży wpływają na przebieg zmienności takich wielkości kinematycznych jak wektor położenia i prędkości środka masy rakiety, wektor prędkości i przyspieszenia kątowego rakiety. Wektory te kształtują charakterystykę początkowych kinematycznych parametrów lotu rakiety. Między innymi charakterystyka ta decyduje o realizowanej przez rakietę trajektorii lotu.

Na rysunku 6.3 przedstawione jest porównanie przemieszczenia liniowego wieży w przypadku jej aktywnego i pasywnego zawieszenia. W każdej z pięciu faz określonych wymuszeniem od nierówności drogi oraz startujących z odstępem sekundowym rakiet układ stabilizacji powoduje zdecydowaną redukcję drgań liniowych wieży wyrzutni.



Rys. 6.3. Porównanie przemieszczenia liniowego wieży w przypadku jej aktywnego i pasywnego zawieszenia

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przemieszczenia liniowego wieży y_v z zastosowanym układem redukcji drgań wynosi $\sigma_{y_v} = 0.000447$ m, co stanowi

1.303% odchylenia standardowego przebiegu zmienności przemieszczenia liniowego wieży y_v bez układu redukcji drgań.

Również porównanie przyspieszenia liniowego wieży wypada korzystniej dla przypadku jej aktywnego zawieszenia (rys. 6.4). W każdej z pięciu faz układ stabilizacji powoduje redukcję drgań przyspieszenia liniowego wieży wyrzutni. Przyspieszenie to w czasie ruchu rakiety wzdłuż prowadnicy wyrzutni podlega również procesowi redukcji, ale istniejący poziom drgań wyraźnie wskazuje chwile startu każdej z czterech rakiet.



Rys. 6.4. Porównanie przyspieszenia liniowego wieży w przypadku jej aktywnego i pasywnego zawieszenia w fazie: a) I, II i pierwszej połowie III, b) drugiej połowie III, IV i V

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego wieży \ddot{y}_{ν} z zastosowanym układem redukcji drgań wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{\nu}} = 1.0218 \text{ m/s}^2$, co stanowi 4.787% odchylenia standardowego przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego wieży \ddot{y}_{ν} bez układu redukcji drgań.

Zastosowanie układu stabilizacji wieży nie zmienia klasyfikacji przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego jako funkcji nieciągłej, ale skok jego wartości w punktach charakterystycznych jest mniejszy w przypadku zawieszenia aktywnego (rys. 6.5). W fazie II1, II2, III1, III2, IV1, IV2 i V1, V2 drgania podlegają zdecydowanej redukcji.

Na rysunku 6.6 przedstawione jest porównanie przemieszczenia kątowego w ruchu pochylania wieży w przypadku jej aktywnego i pasywnego zawieszenia. W każdej z pięciu faz określonych wymuszeniem od nierówności drogi oraz startujących z odstępem sekundowym rakiet układ stabilizacji powoduje zdecydowaną redukcję drgań kątowych wieży wyrzutni.



Rys. 6.5. Porównanie przyspieszenia liniowego wieży w przypadku jej aktywnego i pasywnego zawieszenia w trakcie startu: a) rakiety 1, b) rakiety 2, c) rakiety 3, d) rakiety 4



Rys. 6.6. Porównanie przemieszczenia kątowego w ruchu pochylania wieży w przypadku jej aktywnego i pasywnego zawieszenia

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przemieszczenia kątowego w ruchu pochylania wieży \mathcal{G}_{v} z zastosowanym układem redukcji drgań wynosi $\sigma_{\mathcal{G}_{v}}$ =

0.0151 deg, co stanowi 0.874% odchylenia standardowego przebiegu zmienności przemieszczenia kątowego w ruchu pochylania wieży \mathcal{G}_{v} bez układu redukcji drgań.

Również porównanie przyspieszenia kątowego w ruchu pochylania wieży wypada korzystniej dla przypadku jej aktywnego zawieszenia (rys. 6.7). W każdej z pięciu faz układ stabilizacji powoduje redukcję drgań przyspieszenia kątowego wieży wyrzutni. Przyspieszenie to w czasie ruchu rakiety wzdłuż prowadnicy wyrzutni podlega również procesowi redukcji, ale istniejący poziom drgań jest wysoki i bardzo wyraźnie wskazuje chwile startu każdej z czterech rakiet.



Rys. 6.7. Porównanie przyspieszenia kątowego w ruchu pochylania wieży w przypadku jej aktywnego i pasywnego zawieszenia w fazie: a) I, II i pierwszej połowie III, b) drugiej połowie III, IV i V

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego w ruchu pochylania wieży $\ddot{\mathcal{G}}_{v}$ z zastosowanym układem redukcji drgań wynosi $\sigma_{\ddot{\mathcal{G}}_{v}} = 3.9498$ rad/s², co stanowi 14.068% odchylenia standardowego przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego w ruchu pochylania wieży $\ddot{\mathcal{G}}_{v}$ bez układu redukcji drgań.

Zastosowanie układu stabilizacji wieży nie zmienia klasyfikacji przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego jako funkcji nieciągłej, ale skok jego wartości w punktach charakterystycznych jest mniejszy w przypadku zawieszenia aktywnego (rys. 6.8). W fazie II1, II2, III1, III2, IV1, IV2 i V1, V2 drgania mają zdecydowanie inny przebieg, ale ich poziom jest wysoki. Wartości przyspieszenia kątowego wieży w chwili opuszczania prowadnicy przez rakietę są jednak korzystniejsze w przypadku redukcji drgań. Z punktu widzenia charakterystyki początkowych kinematycznych parametrów lotu rakiety może mieć to wymierny wpływ na jej skuteczność.

Na rysunku 6.9 przedstawione jest porównanie przemieszczenia kątowego w ruchu przechylania wieży w przypadku jej aktywnego i pasywnego zawieszenia. W każdej z pięciu faz określonych wymuszeniem od nierówności drogi oraz startujących z odstępem sekundowym rakiet układ stabilizacji powoduje zdecydowaną redukcję drgań kątowych wieży wyrzutni. Interpretacja wyników jest analogiczna jak w przypadku ruchu pochylania.



Rys. 6.8. Porównanie przyspieszenia kątowego w ruchu pochylania wieży w przypadku jej aktywnego i pasywnego zawieszenia w trakcie startu: a) rakiety 1, b) rakiety 2, c) rakiety 3, d) rakiety 4



Rys. 6.9. Porównanie przemieszczenia kątowego w ruchu przechylania wieży w przypadku jej aktywnego i pasywnego zawieszenia

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przemieszczenia kątowego w ruchu przechylania wieży φ_v z zastosowanym układem redukcji drgań wynosi $\sigma_{\varphi_v} = 0.0234 \text{ deg}$, co stanowi 0.579% odchylenia standardowego przebiegu zmienności przemieszczenia kątowego w ruchu przechylania wieży φ_v bez układu redukcji drgań.

Również porównanie przyspieszenia kątowego w ruchu przechylania wieży wypada korzystniej dla przypadku jej aktywnego zawieszenia (rys. 6.10). W każdej z pięciu faz układ stabilizacji powoduje redukcję drgań przyspieszenia kątowego wieży wyrzutni. Przyspieszenie to w czasie ruchu rakiety wzdłuż prowadnicy wyrzutni podlega również procesowi redukcji, ale istniejący poziom drgań jest wysoki i bardzo wyraźnie wskazuje chwile startu każdej z czterech rakiet. Interpretacja wyników jest analogiczna jak w przypadku ruchu pochylania.



Rys. 6.10. Porównanie przyspieszenia kątowego w ruchu przechylania wieży w przypadku jej aktywnego i pasywnego zawieszenia w fazie: a) I, II i pierwszej połowie III, b) drugiej połowie III, IV i V

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego w ruchu przechylania wieży $\ddot{\varphi}_v$ z zastosowanym układem redukcji drgań wynosi $\sigma_{\ddot{\varphi}_v} = 6.6557 \text{ rad/s}^2$, co stanowi 12.3415% odchylenia standardowego przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego w ruchu przechylania wieży $\ddot{\varphi}_v$ bez układu redukcji drgań.

Zastosowanie układu stabilizacji wieży nie zmienia klasyfikacji przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego jako funkcji nieciągłej, ale skok jego wartości w punktach charakterystycznych jest mniejszy w przypadku zawieszenia aktywnego (rys. 6.11). W fazie II1, II2, III1, III2, IV1, IV2 i V1, V2 drgania mają zdecydowanie inny przebieg, ale ich poziom jest wysoki. Wartości przyspieszenia kątowego wieży w chwili opuszczania prowadnicy przez rakietę są jednak korzystniejsze w przypadku redukcji drgań. Z punktu widzenia charakterystyki początkowych kinematycznych parametrów lotu rakiety może mieć to wymierny wpływ na jej skuteczność. Interpretacja wyników jest analogiczna jak w przypadku ruchu pochylania.



Rys. 6.11. Porównanie przyspieszenia kątowego w ruchu przechylania wieży w przypadku jej aktywnego i pasywnego zawieszenia w trakcie startu: a) rakiety 1, b) rakiety 2, c) rakiety 3, d) rakiety 4

6.2. Wpływ stabilizacji wieży na ruch rakiet na wyrzutni

Czas ruchu rakiety wzdłuż prowadnicy wyrzutni zależy od zaburzeń generowanych w układzie i wybranej przez operatora chwili startu. Czasy te w przypadku zastosowania zawieszenia aktywnego są następujące:

| $t_1 = 0.09898 \mathrm{s}$ | — | dla rakiety nr 1 |
|----------------------------|---|------------------|
| $t_2 = 0.09898$ s | _ | dla rakiety nr 2 |
| $t_3 = 0.09901 \mathrm{s}$ | _ | dla rakiety nr 3 |
| $t_4 = 0.09900 \text{ s}$ | _ | dla rakiety nr 4 |

W przypadku stabilizacji wieży czas ruchu każdej z czterech rakiet wzdłuż prowadnicy wyrzutni jest bardzo do siebie zbliżony, a tym samym przewidywalny.

Największa różnica czasu startu wynika z ruchu rakiety nr 1 i nr 3, a wynosi 0.00003 s. Natomiast zastosowanie zawieszenia pasywnego sprawia, że czas startu każdej rakiety jest nieprzewidywalny. Czasy te w przypadku zastosowania zawieszenia pasywnego są następujące:

 $t_1 = 0.09680 \text{ s}$ - dla rakiety nr 1 $t_2 = 0.09804 \text{ s}$ - dla rakiety nr 2 $t_3 = 0.09501 \text{ s}$ - dla rakiety nr 3 $t_4 = 0.10384 \text{ s}$ - dla rakiety nr 4

Największa różnica czasu startu wynika z ruchu rakiety nr 4 i nr 3, a wynosi aż 0.00883 s.

Przebieg zmienności prędkości kątowej przechylania rakiety nr 1, nr 2, nr 3 i nr 4 w przypadku stabilizacji wieży jest w odpowiadających sobie fazach II1-II2 i II11-II12 i IV1-IV2 i V1-V2 zbliżony do siebie (rys. 6.12). Rakiety opuszczają wyrzutnię z podobną prędkością kątową przechylania. Brak redukcji drgań wieży sprzyja nieprzewidywalnej zmianie tej prędkości kątowej.



Rys. 6.12. Porównanie prędkości kątowej przechylania: a) rakiety 1, b) rakiety 2, c) rakiety 3, d) rakiety 4, w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wyrzutni

Przebieg zmienności prędkości liniowej rakiety nr 1, nr 2, nr 3 i nr 4 w przypadku aktywnego zawieszenia wieży jest w odpowiadających sobie fazach II1-II2 i II11-II12 i IV1-IV2 i V1-V2 zbliżony do siebie (rys. 6.13). Rakiety opuszczają wyrzutnię z podobną prędkością liniową. Brak redukcji drgań wieży sprzyja nieprzewidywalnej zmianie tej prędkości liniowej. Interpretacja wyników jest analogiczna jak w przypadku prędkości kątowej przechylania rakiet.



Rys. 6.13. Porównanie prędkości liniowej: a) rakiety 1, b) rakiety 2, c) rakiety 3, d) rakiety 4, w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wyrzutni

Przebieg zmienności kątów kierunkowych wektora prędkości liniowej rakiety nr 1, nr 2, nr 3 i nr 4 w przypadku aktywnego zawieszenia wieży jest w odpowiadających sobie fazach II1-II2 i III1-III2 i IV1-IV2 i V1-V2 zbliżony do siebie (rys. 6.14). Rakiety opuszczają wyrzutnię z podobnymi kątami kierunkowymi wektora prędkości liniowej. Brak redukcji drgań wieży sprzyja nieprzewidywalnej zmianie tych kątów kierunkowych.

Zastosowanie aktywnego zawieszenia wieży powoduje, że rakiety opuszczają wyrzutnię z podobnie określonym w przestrzeni wektorem prędkości liniowej. Zawieszenie pasywne sprzyja rozrzutowi orientacji przestrzennej tego wektora.



158



Rys. 6.14. Porównanie kątów kierunkowych wektora prędkości liniowej: a)-b) rakiety 1, c)-d) rakiety 2, e)-f) rakiety 3, g)-h) rakiety 4, w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wyrzutni



6.3. Wpływ stabilizacji wieży na sterowanie giroskopem

Rys. 6.15. Porównanie kąta odchylenia: a) giroskopu 1, b) giroskopu 2, c) giroskopu 3, d) giroskopu 4, w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wyrzutni

Zastosowane sterowanie giroskopem jest na tyle odporne na wpływ zaburzeń, że poziom drgań wieży wyrzutni w niewielkim stopniu wpływa na jego ruch. Przebiegi zmienności kąta odchylania giroskopu w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wykazują niewielką różnicę (rys. 6.15). W przypadku braku redukcji drgań wieży, rakiety opuszczają wyrzutnię z innym kątem odchylania, ale jest to wynikiem różnych czasów ruchu rakiety wzdłuż prowadnicy.

Przebiegi zmienności kąta pochylania giroskopu w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wykazują mniejszą różnicę, jak dla startu rakiety nr 2 lub większą różnicę, jak dla startu rakiety nr 4 (rys. 6.16). Tendencja w minimalizacji uchybu sterowania nie jest jednoznaczna. W trakcie startu rakiety nr 3 tendencja jest korzystniejsza jeżeli zastosowany jest układ stabilizacji wieży, natomiast w trakcie startu rakiety nr 4 wynik jest odwrotny.



Rys. 6.16. Porównanie kąta pochylenia: a) giroskopu 1, b) giroskopu 2, c) giroskopu 3, d) giroskopu 4, w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wyrzutni

Przebieg zmienności prędkości kątowej przechylania giroskopu rakiety nr 1, nr 2, nr 3 i nr 4 w przypadku stabilizacji wieży wykazuje nieco mniejszą fluktuację wartości w fazie II2, III2, IV2 i V2 (rys. 6.17). Zastosowanie zawieszenia aktywnego nie powoduje wyraźnej korzyści w kształtowaniu ruchu przechylania giroskopu.



Rys. 6.17. Porównanie prędkości kątowej w ruchu przechylenia: a) giroskopu 1, b) giroskopu 2, c) giroskopu 3, d) giroskopu 4, w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wyrzutni

Przyjęty a priori maksymalny moment sterujący osią giroskopu nie został przekroczony, ale uzyskane wartości są do niego zbliżone (rys. 6.18). Tendencja w zmniejszeniu wartości momentu sterującego nie jest jednoznaczna. Dla momentu sterującego ramką zewnętrzną sprzęgła Cardana w trakcie startu rakiety nr 2 tendencja jest korzystniejsza jeżeli zastosowany jest układ stabilizacji wieży, natomiast w trakcie startu rakiety nr 3 wynik jest odwrotny. Dla momentu sterującego ramką wewnętrzną sprzęgła Cardana w trakcie startu rakiety nr 3 tendencja jest korzystniejsza jeżeli zastosowany jest układ stabilizacji wieży, natomiast w trakcie startu rakiety nr 4 wynik jest odwrotny.

Dokonany wybór współczynników wzmocnienia regulatora w przypadku zaprezentowanej symulacji daje układowi śledzenia wymaganą odporność na zakłócenia. Zastosowanie zawieszenia aktywnego nie powoduje wyraźnej korzyści w kształtowaniu procesu sterowania giroskopem. Ze względu na duże wartości momentów sterujących osią giroskopu należy się spodziewać, że większe wymuszenia mogą wymagać wprowadzenia korekty w doborze wartości współczynników wzmocnienia regulatora. Wówczas mogą ujawnić się korzyści z zastosowania układu stabilizacji wieży.



162



Rys. 6.18. Porównanie momentów sterujących: a)-b) giroskopu 1, c)-d) giroskopu 2, e)-f) giroskopu 3, g)-h) giroskopu 4, w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wyrzutni

6.4. Wpływ stabilizacji wieży na drgania człowieka

Drgania jakim poddany jest człowiek są niezwykle istotne dla jakości obsługi przeciwlotniczego zestawu rakietowego. Wprowadzenie układu stabilizującego wieżę wyrzutni powoduje korzystną zmianę w oddziaływaniu zestawu na ludzi znajdujących się w pojeździe. Wyznaczone na podstawie symulacji ruchu zestawu odchylenia standardowe wielkości fizycznych charakteryzujących drgania poszczególnych narządów ludzi są mniejsze dla przypadku zastosowania zawieszenia aktywnego. Zarówno operator jak i kierowca w podobny sposób reagują na zaburzenia wynikające z wymuszenia od strony drogi i startujących rakiet. Wniosek ten dotyczy analizy odpowiedzi obiektu jakim jest człowiek zarówno dla aktywnego jak i pasywnego zawieszenia wieży. Odchylenia standardowe przebiegu zmienności przemieszczeń i przyspieszeń poszczególnych narządów wyznaczone dla operatora i kierowcy są tego samego rzędu. Wprowadzenie aktywnego układu wibroizolacji korzystnie wpływa na obsługujących zestaw ludzi. Analiza rysunków od 6.19 do 6.30 potwierdza powyższe konkluzje.

Na rysunku 6.19 przedstawione jest porównanie przemieszczenia pośladków i kończyn dolnych w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży. W każdej z czterech faz określonych wymuszeniem generowanym przez startujące z odstępem sekundowym rakiety układ stabilizacji powoduje redukcję drgań pośladków i kończyn dolnych. W pierwszej fazie określonej wymuszeniem od nierówności drogi zastosowanie zawieszenia aktywnego nie powoduje wyraźnej różnicy w przebiegu drgań pośladków i kończyn dolnych.

Zastosowanie aktywnego zawieszenia wieży powoduje zmniejszenie wartości odchyleń standardowych przebiegu zmienności przemieszczenia pośladków i kończyn dolnych zarówno operatora jak i kierowcy (rys. 6.20).



Rys. 6.19. Porównanie przemieszczenia pośladków i kończyn dolnych w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wyrzutni dla: a) operatora, b) kierowcy



Rys. 6.20. Porównanie dla operatora i kierowcy odchylenia standardowego przebiegu zmienności przemieszczenia pośladków i kończyn dolnych w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wyrzutni

Również porównanie przyspieszenia pośladków i kończyn dolnych wypada korzystniej dla przypadku aktywnego zawieszenia wieży (rys. 6.21). W fazie II, III, IV i V układ stabilizacji powoduje redukcję drgań przyspieszenia pośladków i kończyn. Proces redukcji drgań sprawia, że zacierają się chwile startu każdej z czterech rakiet.

Zastosowanie aktywnego zawieszenia wieży powoduje zmniejszenie wartości odchyleń standardowych przebiegu zmienności przyspieszenia pośladków i kończyn dolnych zarówno operatora jak i kierowcy (rys. 6.22).

Interpretacja wyników przedstawionych na rysunkach od 6.23 do 6.30 jest analogiczna jak w przypadku analizy odpowiedzi pośladków i kończyn dolnych zarówno operatora jak i kierowcy przeprowadzona na podstawie rysunków od 6.19 do 6.22.



Rys. 6.21. Porównanie przyspieszenia pośladków i kończyn dolnych w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wyrzutni dla: a) operatora, b) kierowcy







Rys. 6.23. Porównanie przemieszczenia wątroby, żołądka, śledziony i nerek w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wyrzutni dla: a) operatora, b) kierowcy



Rys. 6.25. Porównanie przyspieszenia wątroby, żołądka, śledziony i nerek w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wyrzutni dla: a) operatora, b) kierowcy



Rys. 6.26. Porównanie dla operatora i kierowcy odchylenia standardowego przebiegu zmienności przyspieszenia wątroby, żołądka, śledziony i nerek w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wyrzutni



Rys. 6.27. Porównanie przemieszczenia mózgowia, pluc i serca w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wyrzutni dla: a) operatora, b) kierowcy

Rys. 6.28. Porównanie dla operatora i kierowcy odchylenia standardowego przebiegu zmienności przemieszczenia mózgowia, pluc i serca w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wyrzutni





Rys. 6.29. Porównanie przyspieszenia mózgowia, płuc i serca w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wyrzutni dla: a) operatora, b) kierowcy



Rys. 6.30. Porównanie dla operatora i kierowcy odchylenia standardowego przebiegu zmienności przyspieszenia mózgowia, płuc, serca w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wyrzutni

6.5. Podsumowanie

W rozdziale 6 zaprezentowane zostało porównanie przebiegów zmienności niektórych wielkości fizycznych charakteryzujących odpowiedzi zestawu przeciwlotniczego na wybrane warunki startu rakiet w przypadku aktywnego i pasywnego zawieszenia wieży wyrzutni. Dzięki temu można ocenić skuteczność wprowadzonego systemu stabilizacji wieży, w postaci czterech układów sterowania działających niezależnie od siebie. Cechą znamienną opracowanego systemu jest stabilizacja przez każdy z tych układów sterowania tylko jednego punktu zamocowania zawieszenia platformy. Warunki przeprowadzenia symulacji numerycznej są analogiczne jak w rozdziale 5. Cel wykonuje analogiczny manewr obronny. Pojazd samochodowy nie realizuje ruchu podstawowego, ale generowane jest wymuszenia zewnętrzne od strony drogi o takiej samej charakterystyce. Z wyrzutni w odstępach jednosekundowych startują cztery rakiety. Ich ruch wzdłuż prowadnicy wyrzutni oraz oddziaływania drogi są przyczyną powstania zaburzeń w układzie. Zastosowanie układu redukcji drgań wieży wyrzutni determinuje zmianę odpowiedzi poszczególnych obiektów zestawu na pojawiające się wymuszenia. Z punktu widzenia skuteczności działania zestawu interesujące jest zachowanie się wieży wyrzutni, rakiet wraz z giroskopowymi układami śledzącymi cel i ludzi znajdujących się w pojeździe samochodowym.

Drgania wieży spowodowane wymuszeniem zewnętrznym od strony drogi, działającym na koła z prawej strony pojazdu, są redukowane przez system stabilizacji platformy. Zawieszenie pasywne platformy przenosi zaburzenia i pobudza wieżę do drgań zarówno liniowych jak i kątowych. Zamiana zawieszenia pasywnego na aktywne zdecydowanie obniża poziom drgań wieży. Może mieć to znaczenie w przypadku ekstremalnych wymuszeń od strony drogi, które dzięki zastosowaniu zawieszenia aktywnego nie pobudzą wieży do intensywnych drgań. Drgania platformy poprzez układ prowadnic wpływają na ruch rakiet. W związku z tym ruch wieży determinuje komfort dla startujących z wyrzutni rakiet. Wprowadzenie zawieszenia aktywnego nie tylko obniża poziom odpowiedzi wieży na wymuszenie od strony drogi, ale również na zaburzenia generowane startem kolejnych rakiet. W trakcie ruchu rakiety wzdłuż prowadnicy wyrzutni występujące zjawiska fizyczne cechuje obniżony poziom oddziaływań mechanicznych. Układ stabilizacji nie eliminuje niekorzystnego zjawiska skoku wartości przyspieszenia liniowego i kątowego wieży w punktach charakterystycznych, ale zmniejsza go. Z punktu widzenia dynamiki układu jest to bardzo korzystne.

Z analizy przebiegu zmienności wielkości kinematycznych charakteryzujących ruch rakiety na wyrzutni wynika, że zawieszenie aktywne korzystnie kształtuje ich funkcje w czasie. Wektor prędkości liniowej dla każdej z czterech startujących rakiet jest podobnie określony w przestrzeni. Natomiast w przypadku zawieszenia pasywnego rozrzut orientacji przestrzennej tego wektora jest dużo większy. Również przebieg zmienności prędkości kątowej przechylania rakiet w przypadku stabilizacji wieży jest podobny dla każdej z nich. Natomiast brak redukcji drgań wieży sprzyja nieprzewidywalnej zmianie tej prędkości kątowej.

Od koordynatora rakiety wymaga się, aby układ giroskopowy śledził cel niezależnie od istniejącego zakłócenia. Dokonany wybór współczynników wzmocnienia regulatora daje układowi śledzenia podobną odporność na zakłócenia niezależnie od zastosowanego zawieszenia wieży. System stabilizacji platformy nie poprawia w sposób zdecydowany procesu sterowania giroskopem. Generowanie większych wymuszeń w układzie może wymagać wprowadzenia korekty w doborze wartości współczynników wzmocnienia regulatora, tak aby spełnione były ograniczenia techniczne i warunki bezpieczeństwa. W takim przypadku zastosowanie układu stabilizacji wieży może okazać się nieodzowne.

Zamontowanie w zestawie przeciwlotniczym układu redukcji drgań wieży obniża poziom fluktuacji przemieszczenia i przyspieszenia narządów operatora i kierowcy znajdujących się w trakcie startu rakiet w pojeździe samochodowym. Zawieszenie aktywne platformy wpływa na redukcję drgań narządów człowieka generowanych przez startujące rakiety. Natomiast nie przyczynia się do istotnej zmiany drgań narządów człowieka wywołanych wymuszeniem od strony drogi.

Warunki wypracowane przez zestaw przeciwlotniczy z zainstalowanym układem redukcji drgań wieży są generalnie korzystniejsze dla startujących rakiet i obsługujących zestaw ludzi.

PODSUMOWANIE

W rozdziałach 2, 3, 4, 5 i 6 przedstawiony jest model przestrzenny samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego. W strukturze tego zestawu można wyodrębnić pięć podstawowych obiektów:

- 1) pojazd samochodowy,
- 2) operatora i kierowcę siedzących na fotelach,
- 3) wyrzutnię,
- 4) cztery rakiety wraz z giroskopowymi układami śledzenia celu,

5) cel.

Opracowanie w tych rozdziałach składa się z:

- 1) omówienia sformułowanego modelu fizycznego,
- 2) zaprezentowania modelu matematycznego,
- 3) przeprowadzenia symulacji ruchu układu,
- 4) analizy wybranych odpowiedzi zestawu przeciwlotniczego,
- rozważenia zastosowania hybrydowego układu wibroizolacji do sterowania drganiami wieży wyrzutni.

Przedstawiony model fizyczny zestawu przeciwlotniczego został zbudowany na gruncie mechaniki klasycznej i należy go zakwalifikować do układów dyskretnych. Generalnie zbudowany model składa się z dziesięciu punktów materialnych, czterech brył sztywnych, czterech obiektów zmiennych w czasie, jednego punktu matematycznego, szesnastu elementów nieinercyjnych, czterech układów sterowania realizujących proces śledzenia celu oraz opcjonalnie systemu redukcji drgań składającego się z czterech urządzeń sterujących działających niezależnie od siebie. Uwzględniając wyłącznie drgania wynikające z działania zestawu przeciwlotniczego liczba stopni swobody opracowanego modelu w ogólnym przypadku wynosi czterdzieści jeden.

Na podstawie przyjętego modelu fizycznego opracowany został model matematyczny zestawu przeciwlotniczego. Model ten określony jest równaniami różniczkowymi o pochodnych zwyczajnych. Zależności analityczne, które opisują model zestawu w ogólnym przypadku składają się z równań ruchu układu opartych na czterdziestu jeden niezależnych współrzędnych uogólnionych, członów sterujących, zależności kinematycznych, równań ruchu celu, parametrów opisanych funkcjami oraz dwudziestu jeden równań równowagi statycznej. Ruch zestawu rozpatrywany jest w trójwymiarowej przestrzeni Euklidesa. Rozważane są drgania pionowe o niewielkich wartościach przemieszczeń uogólnionych poszczególnych obiektów. Ze względu na przedstawienie rozwiniętej formy równań sformułowany model uwzględnia niezbędne szczegóły umożliwiające jego weryfikację. Opracowany model jest utylitarny, tzn. ma cechy w pełni użytkowe. Poprzez wprowadzenie założeń upraszczających otrzymano model, który pozwala na jego zastosowanie do analizy działania zestawu przeciwlotniczego w warunkach przestrzeni wirtualnej.

Sformułowany model w postaci zależności analitycznych pozwolił na zredagowanie programu komputerowego umożliwiającego przeprowadzenie symulacji numerycznej działania zestawu rakietowego w warunkach przestrzeni wirtualnej. Dzięki temu zaprezentowana jest analiza dynamiki zestawu z wybranymi odpowiedziami układu. Estymacja wartości i przebiegów w czasie wielkości fizycznych charakteryzujących ruch zestawu formułowana jest w kategorii procesów zdeterminowanych.

Samobieżny przeciwlotniczy zestaw rakietowy przeznaczony jest do niszczenia celów poruszających się w przestrzeni. Analiza układu koncentruje się na zagadnieniach jego skuteczności. W funkcjonowaniu zestawu szczególną rolę odgrywa rakieta, która w bezpośredni sposób realizuje jego przeznaczenie. To ona jako jedyny obiekt zestawu opuszcza go i samodzielnie wypełnia zadanie zniszczenia celu. Niewątpliwie skuteczność pracy rakiety uwarunkowana jest bardzo szeroko rozumianym komfortem jaki rakiecie powinien zagwarantować zestaw przeciwlotniczy. Do obsługi zestawu przeciwlotniczego niezbędny jest człowiek, który stanowi bardzo ważny element decyzyjny. Od jego zachowania, oceny panujących warunków, sprawności w wykonywaniu czynności manipulacyjnych i szybkości w podejmowaniu właściwych decyzji zależy skuteczność działania zestawu. W związku z tym podjęta w opracowaniu analiza dynamiki zestawu koncentruje się na spełnieniu warunków

- a) czterech rakiet wraz z giroskopowymi układami śledzenia celu,
- b) operatora obsługującego przyrządy nawigacyjne i kierowcy.

Reasumując wykonane w ramach badań zadania można stwierdzić, że opracowano podstawy teoretyczne skutecznego działania samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego z pociskami bliskiego zasięgu samonaprowadzającymi się na obiekt ataku. Realizując cel pracy zwrócono uwagę na możliwość uogólnienia rozważań na szerokie spektrum istniejących rozwiązań konstrukcyjnych zestawów przeciwlotniczych o zróżnicowanych klasach. Rozważania dotyczą konkretnej struktury układu, którą starano się sformułować na tyle ogólnie, aby pozwalała na generalizację rozpatrywanych zagadnień. W ten sposób zakres możliwych interpretacji rozszerza się na szeroką gamę zestawów przeciwlotniczych będących na wyposażeniu różnych armii świata. Przedstawiony w niniejszej monografii układ jest próbą znalezienia kompromisu pomiędzy konkretyzacją zaproponowanej struktury zestawu, a jej uogólnieniem na podobne rozwiązania konstrukcyjne. Również wyniki przeprowadzonej analizy sformułowanego modelu mogą stanowić punkt odniesienia do interpretacji zachowania się podobnych układów. Samobieżny zestaw rakietowy jest układem o złożonej charakterystyce konstrukcyjnej i dużej liczbie oddziaływań fizycznych o różnej naturze. Opracowany model rozpatrywanego układu o konkretnej strukturze oraz zrealizowane badania pozwoliły na stwierdzenie, które zjawiska i elementy konstrukcji mają wpływ na skuteczność działania zestawu. Zagadnienia, które rozwiązano przedstawiają się następująco:

- 1. Określono wpływ uruchomienia silnika startowego rakiety, zakończenia pracy przez silnik startowy rakiety, opuszczenia prowadnicy wyrzutni przez rakietę na zachowanie się poszczególnych obiektów zestawu.
- 2. Oceniono odpowiedzi poszczególnych obiektów zestawu na wymuszenie pochodzące od nawierzchni drogi.
- 3. Zbadano warunki startu każdej rakiety będącej integralnym obiektem zestawu.
- 4. Określono reakcję giroskopowego układu śledzenia celu na generowane w układzie zaburzenia.
- 5. Opracowano charakterystykę początkowych kinematycznych parametrów lotu każdej startującej z wyrzutni rakiety.
- 6. Oceniono komfort pracy operatora i kierowcy zestawu.
- 7. Zbadano skuteczność zastosowania układu redukcji drgań wieży wyrzutni.

Przedstawione wyniki reprezentują tylko wybrane odpowiedzi poszczególnych obiektów zestawu na generowane zaburzenia wynikające z wymuszenia pochodzącego od nawierzchni drogi i startujących z wyrzutni rakiet. Praca wytycza kierunki badań szczegółowych i podaje wnioski generalizujące przeprowadzoną analizę.

B DYNAMIKA SAMOBIEŻNEGO PRZECIWLOTNICZEGO ZESTAWU RAKIETOWEGO W PŁASZCZYŹNIE PIONOWEJ

W rozdziałach 2, 3, 4, 5, 6, 7 przedstawiona została dynamika zestawu przeciwlotniczego w przestrzeni, natomiast w bieżącym rozdziale zaprezentowany jest model w płaszczyźnie pionowej. Struktura obu modeli jest wynikiem wnikliwych badań i zapewnienia możliwie szerokiej interpretacji zachodzących w trakcie działania zestawu zjawisk fizycznych. Sformułowanie wyłącznie modelu przestrzennego, który uwzględniałby istotne właściwości samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego jest analitycznie do zrealizowania. Zbudowanie modelu nadmiernie złożonego może jednak wpłynąć na powstanie trudności logistycznych, interpretacyjnych i numerycznych. W konsekwencji może to prowadzić do błędów merytorycznych i nieprawidłowych wniosków. Aby temu zapobiec, a uwzględnić właściwości zestawu, które wymagają poznania, zaprezentowany jest zarówno model przestrzenny jak i model w płaszczyźnie pionowej. Struktura oraz właściwości obu modeli uzupełniają się wzajemnie. Dzięki temu każdy z modeli opisany jest zależnościami matematycznymi, które nie komplikują ich analizy. Taki kompromis ułatwia procedurę badawczą i obniża możliwość popełnienia błędów. Jednocześnie nie odbywa się to kosztem rezygnacji z uwzględnieniem zjawisk fizycznych, które mogą istotnie wpływać na zachowanie się zestawu przeciwlotniczego. Z punktu widzenia celu niniejszej monografii przedstawienie modelu w płaszczyźnie pionowej jest merytorycznie uzasadnione. Obecnie zaprezentowany zostanie model SPZR w płaszczyźnie pionowej. Aby nie powtarzać informacji zawartych w rozdziałach 3, 4, 5 i 6 w niniejszym rozdziale podane zostaną tylko te zagadnienia, które stanowią niezbędne minimum zapewniające jednoznaczność rozważaniom.

Model fizyczny i wyprowadzone na jego podstawie równania ruchu przeciwlotniczego zestawu rakietowego składają się z pięciu podstawowych obiektów:

- 1) pojazdu samochodowego,
- 2) operatora siedzącego na fotelu,
- 3) wyrzutni,
- 4) dwóch rakiet wraz z giroskopowymi układami śledzenia celu,
- 5) celu.

Zależności analityczne uwzględniają nieliniowy model układu, który w ogólnym przypadku ma dwadzieścia cztery stopnie swobody, człony sterujące, zależności kinematyczne, równania ruchu celu, parametry opisane funkcjami oraz dwanaście równań równowagi.

Sformułowany model w postaci zależności analitycznych pozwolił na zredagowanie programu komputerowego umożliwiającego przeprowadzenie symulacji numerycznej działania zestawu rakietowego. Dzięki temu zaprezentowana jest analiza dynamiki zestawu z wybranymi odpowiedziami układu. Estymacja wartości i przebiegów w czasie wielkości fizycznych charakteryzujących ruch zestawu formułowana jest w kategorii procesów zdeterminowanych.

8.1. Model fizyczny zestawu przeciwlotniczego wraz z układami odniesienia

Zostało wyróżnionych pięć podstawowych obiektów wchodzących w skład rozpatrywanego zestawu przeciwlotniczego z pociskami rakietowymi bliskiego zasięgu samonaprowadzającymi się na cel. Pomimo tej samej liczby podstawowych obiektów model w płaszczyźnie pionowej różni się od modelu przestrzennego. Nie jest to tylko różnica wynikająca z braku jednego wymiaru i liczby elementów wchodzących w skład obiektów podstawowych. Model w płaszczyźnie pionowej uwzględnia tylko jednego człowieka obsługującego zestaw, dwie rakiety oraz inną budowę wyrzutni. Każda rakieta współpracuje z prowadnicą wyrzutni tworząc parę kinematyczną, która nie występuje w modelu przestrzennym. Warunkiem skłaniającym do omówienia ruchu zestawu dodatkowo w płaszczyźnie pionowej było inne rozwiązanie strukturalne wyrzutni oraz pary kinematycznej prowadnica-wyrzutnia. W związku z odmienną strukturą wyrzutni sformułowany model pozwala na wszechstronniejszą interpretację zjawisk generowanych w układzie prowadnica-rakieta.

Zakładamy, że rozpatrywany układ ma budowę symetryczną względem podłużnej płaszczyzny pionowej, przechodzącej przez środek masy układu. Symetria dotyczy wymiarów geometrycznych, mas oraz właściwości elementów podatnych. W związku z tym analizę ruchu układu przeprowadzamy w płaszczyźnie pionowej. Rozważany układ sprowadzamy do postaci strukturalnego modelu o budowie dyskretnej, który opisuje zjawiska mające charakter oddziaływań mechanicznych.

8.1.1. Model fizyczny pojazdu samochodowego

Biorąc pod uwagę założenia jakie przyświecały formułowaniu modelu zestawu przeciwlotniczego w płaszczyźnie pionowej pojazd samochodowy zamodelowano w postaci trzech mas i czterech elementów odkształcalnych, jak na rysunku 8.1 [117, 142, 143, 163]. Nadwozie stanowi ciało doskonale sztywne o masie m_n i momencie bezwładności I_{nz} . Mosty pojazdu wraz z kołami zredukowane są do dwóch mas skupionych – przedni most do masy m_{11} i tylny most do masy m_{12} . Charakterystyki podatności promieniowej ogumienia kół przednich i tylnych oraz charakterystyki podatności zawieszenia przedniego i tylnego są liniowymi modelami Voigta-Kelvina. W związku z tym charakterystyki nieważkich elementów odkształcalnych reprezentowane są przez następujące współczynniki sztywności i tłumienia: k_{11} i c_{11} określają ogumienie kół przednich, k_{12} i c_{12} określają ogumienie kół tylnich, k_{21} i c_{21} określają zawieszenie mostu przedniego oraz k_{22} i c_{22} określają zawieszenie mostu tylnego. Na rysunku 8.1 przedstawiona jest m.in. charakterystyka geometryczna pojazdu samochodowego w zakresie niezbędnym do przeprowadzenia analizy dynamiki zestawu.



Rys. 8.1. Model fizyczny pojazdu samochodowego

Położenia bryły nadwozia o masie m_n i momencie bezwładności I_{nz} oraz dwóch punktów materialnych reprezentujących elementy podwozia o masach m_{11} i m_{12} w dowolnej chwili czasu wyznaczane są w kartezjańskich ortogonalnych prawoskrętnych układach współrzędnych. Układy współrzędnych są analogicznie definiowane jak w przypadku modelu przestrzennego, w związku z tym podane zostaną tylko niezbędne informacje. Różnice wynikają z uszczegółowienia ogólnego przypadku ruchu układów współrzędnych względem siebie. Układami odniesienia są następujące układy współrzędnych:

- 1. Układ współrzędnych związany z ziemią:
 - 0xyz to inercyjny, nieruchomy układ współrzędnych związany z nawierzchnią drogi. Ruch zestawu rozpatrywany jest w płaszczyźnie pionowej 0xy.

- 2. Układy współrzędnych określające ruch nadwozia:
 - 0_nx_ny_nz_n to układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0xyz. W przyjętym modelu ruch podstawowy sprowadzony jest do prostoliniowego ruchu jednostajnego odbywającego się wzdłuż osi 0x. Jeżeli pojazd porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to w każdej chwili czasu punkt 0_n pokrywa się ze środkiem masy nadwozia.
 - ✤ $S_n x_n y_n z_n$ to układ współrzędnych poruszający się ruchem prostoliniowym względem układu współrzędnych $0_n x_n y_n z_n$. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego środek masy nadwozia S_n przemieszcza się wzdłuż osi $0_n y_n$.
 - * $S_n\xi_n\eta_n\zeta_n$ to układ współrzędnych poruszający się ruchem obrotowym względem układu współrzędnych $S_nx_ny_nz_n$. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego bryła nadwozia obraca się dookoła osi S_nz_n zgodnie ze zmianą kąta pochylenia \mathcal{P}_n .

Model nadwozia jako element płaskiego układu drgającego wykonuje względem układu odniesienia $0_n x_n y_n z_n$ ruch złożony składający się z ruchu prostoliniowego środka masy S_n zgodnie ze zmianą współrzędnej y_n i ruchu obrotowego dookoła osi $S_n z_n$ zgodnie ze zmianą kąta pochylenia \mathcal{G}_n .

- 3. Układy współrzędnych określające ruch podwozia:
 - a) układy współrzędnych określające ruch przedniego mostu napędowego:
 - 0₁₁x₁₁y₁₁z₁₁ to układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0xyz. Jeżeli pojazd porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to w każdej chwili czasu punkt 0₁₁ pokrywa się z punktem materialnym o masie m₁₁.
 - ♦ S₁₁x₁₁y₁₁z₁₁ to układ współrzędnych poruszający się ruchem prostoliniowym względem układu współrzędnych 0₁₁x₁₁y₁₁z₁₁. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego punkt materialny S₁₁ przemieszcza się wzdłuż osi 0₁₁y₁₁.

Model przedniego mostu napędowego w postaci punktu materialnego S_{11} w przypadku drgań wykonuje względem układu odniesienia $0_{11}x_{11}y_{11}z_{11}$ ruch prostoliniowy zgodnie ze zmianą współrzędnej y_{11} .

- b) układy współrzędnych określające ruch tylnego mostu napędowego:
 - * $0_{12}x_{12}y_{12}z_{12}$ to układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0xyz. Jeżeli

pojazd porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to w każdej chwili czasu punkt 0_{12} pokrywa się z punktem materialnym o masie m_{12} .

 ✤ S₁₂x₁₂y₁₂z₁₂ – to układ współrzędnych poruszający się ruchem prostoliniowym względem układu współrzędnych 0₁₂x₁₂y₁₂z₁₂. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego punkt materialny S₁₂ przemieszcza się wzdłuż osi 0₁₂y₁₂.

Model tylnego mostu napędowego w postaci punktu materialnego S_{12} w przypadku drgań wykonuje względem układu odniesienia $0_{12}x_{12}y_{12}z_{12}$ ruch prostoliniowy zgodnie ze zmianą współrzędnej y_{12} .

Liczba stopni swobody wynikająca ze sformułowanej struktury modelu pojazdu samochodowego opisującego zaburzenia ruchu podstawowego w płaszczyźnie pionowej wynosi cztery.

Do wyznaczenia położeń nadwozia o masie m_n i momencie bezwładności I_{nz} w dowolnej chwili czasu przyjęto dwie niezależne współrzędne uogólnione:

 y_n – pionowe przemieszczenie środka masy S_n nadwozia,

 \mathcal{G}_n – kąt obrotu nadwozia dookoła osi $S_n z_n$.

Do wyznaczenia położeń podwozia, czyli przedniego mostu napędowego wraz z kołami zredukowanego do masy skupionej m_{11} oraz tylnego mostu napędowego wraz z kołami zredukowanego do masy skupionej m_{12} w dowolnej chwili czasu przyjęto dwie niezależne współrzędne uogólnione:

 y_{11} – pionowe przemieszczenie masy skupionej m_{11} ,

 y_{12} – pionowe przemieszczenie masy skupionej m_{12} .

8.1.2. Model fizyczny operatora

Rozpatrując model przestrzenny stwierdzono, że do obsługi zestawu przeciwlotniczego w trakcie ruchu podstawowego realizowanego przez pojazd samochodowy niezbędnych jest dwóch ludzi. W płaszczyźnie pionowej zakładamy, że w ogólnym przypadku operator może wykonywać jednocześnie dwie funkcje. Oznacza to, że jeden człowiek realizuje zarówno zadania przewidziane dla operatora jak i funkcje przypisane dla kierowcy. W warunkach rzeczywistych jest to praktycznie niewykonalne, ale teoretycznie możliwe i zarazem istotne ze względu na korzyści wynikające z przyjętego uproszczenia.

Do oceny reakcji operatora znajdującego się w pozycji siedzącej w zestawie przeciwlotniczym i poddanego drganiom wybrano analogiczny model antropodynamiczny jak dla operatora w modelu przestrzennym (rys. 8.2). Różnica związana jest z innym położeniem obu modeli względem nadwozia. W związku z tym odpowiadające sobie układy współrzędnych służą w przyjętych modelach do określenia podobnych ruchów, a interpretacja parametrów jest w obu przypadkach analogiczna.

Odpowiadające sobie parametry to:

a) parametry foteli:

 $m_{f} \Leftrightarrow m_{f1}$ $k_{f1} \Leftrightarrow k_{f11} \qquad c_{f1} \Leftrightarrow c_{f11} \qquad k_{f2} \Leftrightarrow k_{f21} \qquad c_{f2} \Leftrightarrow c_{f21}$ b) parametry ludzi: $m_{c1} \Leftrightarrow m_{c11} \qquad m_{c2} \Leftrightarrow m_{c21} \qquad m_{c2} \Leftrightarrow m_{c21}$

$$\begin{array}{cccc} m_{c1} \hookrightarrow m_{c1} & m_{c2} \hookrightarrow m_{c21} & m_{c3} \hookrightarrow m_{c31} \\ k_{c2} \Leftrightarrow k_{c21} & c_{c2} \Leftrightarrow c_{c21} & k_{c3} \Leftrightarrow k_{c31} & c_{c3} \Leftrightarrow c_{c31} \end{array}$$

Odpowiadające sobie układy współrzędnych to:

a) układy współrzędnych związane z fotelami:

$$0_{f1}x_{f1}y_{f1}z_{f1} \Leftrightarrow 0_{f1}x_{f11}y_{f11}z_{f11} \qquad S_{f1}x_{f1}y_{f1}z_{f1} \Leftrightarrow S_{f1}x_{f11}y_{f11}z_{f11}$$

- b) układy współrzędnych związane z ludźmi: $0_{c1}x_{c1}y_{c1}z_{c1} \Leftrightarrow 0_{c11}x_{c11}y_{c11}z_{c11}$ $S_{c1}x_{c1}y_{c1}z_{c1}$
 - $\begin{array}{ll} 0_{c1}x_{c1}y_{c1}z_{c1} \Leftrightarrow 0_{c11}x_{c11}y_{c11}z_{c11} & S_{c1}x_{c1}y_{c1}z_{c1} \Leftrightarrow S_{c11}x_{c11}y_{c11}z_{c11} \\ 0_{c2}x_{c2}y_{c2}z_{c2} \Leftrightarrow 0_{c21}x_{c21}y_{c21}z_{c21} & S_{c2}x_{c2}y_{c2}z_{c2} \Leftrightarrow S_{c21}x_{c21}y_{c21}z_{c21} \\ 0_{c3}x_{c3}y_{c3}z_{c3} \Leftrightarrow 0_{c31}x_{c31}y_{c31}z_{c31} & S_{c3}x_{c3}y_{c3}z_{c3} \Leftrightarrow S_{c31}x_{c31}y_{c31}z_{c31} \end{array}$

Na rysunku 8.2 przedstawiony jest model fizyczny operatora wraz z charakterystyką geometryczną w zakresie niezbędnym do przeprowadzenia analizy dynamiki zestawu.



Rys. 8.2. Model fizyczny układu fotel-operator zestawu przeciwlotniczego

Liczba stopni swobody wynikająca ze sformułowanej struktury modelu operatora, siedzącego na fotelu, opisującego zaburzenia ruchu podstawowego w płaszczyźnie pionowej, wynosi cztery.

Do wyznaczenia położeń fotela o masie m_f w dowolnej chwili czasu przyjęto jedną niezależną współrzędną uogólnioną:

 y_{f1} – pionowe przemieszczenie masy skupionej m_f .

Do wyznaczenia położeń operatora, czyli pośladków i nóg określonych masą skupioną m_{c1} , wątroby, żołądka, śledziony i nerek określonych masą skupioną m_{c2} oraz mózgowia, płuc i serca określonych masą skupioną m_{c3} w dowolnej chwili czasu przyjęto trzy niezależne współrzędne uogólnione:

 y_{c1} – pionowe przemieszczenie masy skupionej m_{c1} ,

 y_{c2} – pionowe przemieszczenie masy skupionej m_{c2} ,

 y_{c3} – pionowe przemieszczenie masy skupionej m_{c3} .

8.1.3. Model fizyczny wyrzutni

Na pojeździe samochodowym zamontowana jest wyrzutnia, która podobnie jak w modelu przestrzennym składa się z dwóch zasadniczych obiektów w postaci cokołu i wieży. Cokół jest obiektem analogicznym jak w modelu przestrzennym, natomiast wieża zredukowana jest do układu dwóch prowadnic. Platforma wieży połączona jest na stałe z cokołem i stanowi jeden obiekt, dlatego stosowana będzie nazwa platforma lub cokół na określenie tego samego obiektu. Ruch podstawowy cokołu jest ściśle związany z ruchem podstawowym nośnika. W procesie przechwytywania celu przez zestaw układ prowadnic realizuje złożony ruch podstawowy, który składa się z ruchu nośnika i ruchu obrotowego układu prowadnic względem cokołu. Po przechwyceniu obiektu ataku i przejściu zestawu w stan śledzenia celu podstawowy ruch układu prowadnic redukowany jest do ruchu nośnika. W związku z tym po obróceniu układu prowadnic do położenia, w którym następuje przechwycenie celu wieża nie zmienia swojej konfiguracji. W chwili przechwycenia celu układ prowadnic obrócony jest względem platformy zgodnie z kątem elewacji \mathcal{G}_{pw0} . Kąt \mathcal{G}_{pw0} jest początkowym kątem pochylenia układu prowadnic. Praca zestawu analizowana jest od momentu przechwycenia celu, dlatego w sformułowanym modelu ruch podstawowy wyrzutni jest ściśle związany z ruchem podstawowym pojazdu.

Przyjęto, że wyrzutnia wraz z układem prowadnic umożliwiających start dwóch rakiet umieszczona jest na pojeździe symetrycznie względem płaszczyzny pionowej przechodzącej przez środek masy samochodu. Wyrzutnię zamodelowano w postaci dwóch mas i czterech elementów odkształcalnych, jak na rysunku 8.3. Cokół
połączony jest na stałe z platformą wieży i stanowi jeden obiekt. Obiekt ten jest ciałem doskonale sztywnym o masie m_w i momencie bezwładności I_{wz} . Obiekt ten posadowiony jest na nadwoziu pojazdu za pomocą dwóch pasywnych elementów sprężysto-tłumiących o parametrach liniowych odpowiednio k_{wl1} i c_{wl1} oraz k_{wl2} i c_{wl2} . Na platformie zamontowany jest układ prowadnic stanowiący ciało doskonale sztywne o masie m_{pw} i momencie bezwładności I_{pwz} . Układ prowadnic połączony jest z platformą za pomocą dwóch elementów odkształcalnych o parametrach liniowych odpowiednio k_{w21} i c_{w21} oraz k_{w22} i c_{w22} . Na rysunku 8.3 przedstawiona jest również charakterystyka geometryczna wyrzutni w zakresie niezbędnym do przeprowadzenia analizy dynamiki zestawu.



Rys. 8.3. Model fizyczny wyrzutni

Położenia bryły platformy o masie m_w i momencie bezwładności I_{wz} oraz bryły układu prowadnic o masie m_{pw} i momencie bezwładności I_{pwz} w dowolnej chwili czasu wyznaczane są w kartezjańskich, prawoskrętnych układach współrzędnych prostokątnych. Układami odniesienia są następujące układy współrzędnych:

- 1. Układy współrzędnych określające ruch platformy:
 - 0_wx_wy_wz_w to układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0xyz. Jeżeli platforma porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to w każdej chwili czasu punkt 0_w pokrywa się ze środkiem masy platformy.

 - ✤ S_wξ_wη_wζ_w to układ współrzędnych poruszający się ruchem obrotowym względem układu współrzędnych S_wx_wy_wz_w. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego bryła platformy obraca się dookoła osi S_wz_w zgodnie ze zmianą kąta pochylenia 𝔅.

Model platformy jako element płaskiego układu drgającego wykonuje względem układu odniesienia $0_w x_w y_w z_w$ ruch złożony składający się z ruchu prostoliniowego środka masy S_w zgodnie ze zmianą współrzędnej y_w i ruchu obrotowego dookoła osi $S_w z_w$ zgodnie ze zmianą kąta pochylenia \mathcal{G}_w .

- 2. Układy współrzędnych określające ruch układu prowadnic:
 - 0_{pw}x_{pw}y_{pw}z_{pw} to układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0xyz. Jeżeli układ prowadnic porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to w każdej chwili czasu punkt 0_{pw} pokrywa się ze środkiem obrotu układu prowadnic.
 - ◊ 0_{opw}x_{pw}y_{pw}z_{pw} to układ współrzędnych poruszający się ruchem prostoliniowym względem układu współrzędnych 0_{pw}x_{pw}y_{pw}z_{pw}. Początek układu współrzędnych 0_{opw} w każdej chwili czasu pokrywa się ze środkiem obrotu układu prowadnic. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi 0_{opw}x_{pw} || 0_{pw}x_{pw}, 0_{opw}y_{pw} || 0_{pw}y_{pw} i 0_{opw}z_{pw} || 0_{pw}z_{pw}. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego środek obrotu 0_{opw} układu prowadnic przemieszcza się wzdłuż osi 0_{pw}y_{pw}.
 - ✤ 0_{opw} ξ_{pw}η_{pw}ζ_{pw} to układ współrzędnych poruszający się ruchem obrotowym względem układu współrzędnych 0_{opw} x_{pw}y_{pw}z_{pw}. Osie 0_{opw} ξ_{pw}, 0_{opw} η_{pw} i 0_{opw} ζ_{pw} związane są sztywno z bryłą układu prowadnic w ten sposób, że oś 0_{opw} ξ_{pw} przechodzi przez środek masy S_{pw} układu prowad-

nic, a oś $0_{opw}\zeta_{pw}$ zawsze pokrywa się z osią $0_{opw}z_{pw}$. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego bryła układu prowadnic obraca się dookoła osi $0_{opw}z_{pw}$ zgodnie ze zmianą kąta pochylenia \mathcal{P}_{pw} .

Jeżeli układ prowadnic porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to układy współrzędnych $0_{pw}x_{pw}y_{pw}z_{pw}$ i $0_{opw}x_{pw}y_{pw}z_{pw}$ w każdej chwili czasu pokrywają się ze sobą, natomiast układ współrzędnych $0_{opw}\xi_{pw}\eta_{pw}\zeta_{pw}$ obrócony jest względem układów współrzędnych $0_{pw}x_{pw}y_{pw}z_{pw}$ i $0_{opw}x_{pw}y_{pw}z_{pw}$ o kąt \mathcal{G}_{pw0} . Kąt \mathcal{G}_{pw0} jest kątem elewacji wynikającym z obrotu układu prowadnic względem platformy w momencie przechwycenia celu przez zestaw. Model układu prowadnic jako element płaskiego układu drgającego wykonuje względem układu odniesienia $0_{pw}x_{pw}y_{pw}z_{pw}$ ruch złożony składający się z ruchu prostoliniowego środka obrotu 0_{opw} układu prowadnic zgodnie ze zmianą współrzędnej y_{pw} i ruchu obrotowego dookoła osi $0_{opw}\zeta_{pw}$ zgodnie ze zmianą kąta pochylenia \mathcal{G}_{pw} . Rozpatrując wyłącznie zaburzenia ruchu podstawowego wynika, że środek masy S_{pw} układu prowadnic porusza się ruchem złożonym składającym się z ruchu prostoliniowego i ruchu obrotowego.

Liczba stopni swobody wynikająca ze sformułowanej struktury modelu wyrzutni opisującego zaburzenia ruchu podstawowego w płaszczyźnie pionowej wynosi cztery.

Do wyznaczenia położeń platformy o masie m_w i momencie bezwładności I_{wz} w dowolnej chwili czasu przyjęto dwie niezależne współrzędne uogólnione:

 y_w – pionowe przemieszczenie środka S_w masy platformy,

 \mathcal{G}_w – kąt obrotu platformy dookoła osi $S_w z_w$.

Do wyznaczenia położeń układu prowadnic o masie m_{pw} i momencie bezwładności I_{pwz} w dowolnej chwili czasu przyjęto dwie niezależne współrzędne uogólnione:

 y_{pw} – pionowe przemieszczenie środka obrotu 0_{opw} układu prowadnic,

 \mathcal{P}_{pw} – kąt obrotu układu prowadnic dookoła osi $0_{opw} z_{pw}$.

8.1.3.1. Układ prowadnica-rakieta o dwóch stopniach swobody

Pocisk styka się z prowadnicą wyrzutni za pośrednictwem dwóch pierścieni prowadzących. Rakieta porusza się wzdłuż prowadnicy obracając się jednocześnie wokół osi podłużnej. W trakcie ruchu pocisku wzdłuż prowadnicy pierścienie prowadzące zapewniają kolinearność punktom położonym na osi podłużnej rakiety w stosunku do punktów położonych na osi podłużnej prowadnicy. Po opuszczeniu prowadnicy przez jeden z pierścieni prowadzących założono, że kolinearność ta również zachodzi. Struktura układu wynika z przyjętego założenia i determinuje możliwości kinematyczne pocisku odnośnie jego ruchliwości. Tak określona właściwość cechuje układ prowadnica-rakieta o dwóch stopniach swobody. W tym przypadku współpraca prowadnicy z pociskiem uwarunkowana jest przez strukturę nazwaną "podparcie ciągłe". Cechą charakterystyczną struktury "podparcie ciągłe" jest to, że oś podłużna rakiety w każdej chwili czasu pokrywa się z osią podłużną prowadnicy. Model fizyczny układu prowadnica-rakieta dla struktury "podparcie ciągłe" przedstawiony jest na rysunku 8.4.



Rys. 8.4. Model fizyczny wyrzutni z układem prowadnica-rakieta o strukturze "podparcie ciągłe"

Układ prowadnic składa się z dwóch prowadnic umieszczonych jedna pod drugą. W każdej prowadnicy znajduje się pocisk rakietowy. Obie rakiety funkcjonują w sposób analogiczny. Różnica związana jest z innym położeniem rakiet względem wieży wyrzutni. W związku z tym przedstawiony model fizyczny reprezentuje rakiety umieszczone w dwóch różniących się położeniem prowadnicach wyrzutni. Ze względu na wprowadzoną unifikację modelu fizycznego dotyczącego dwóch rakiet wprowadzono indeks *i* pozwalający na przedstawienie współpracy prowadnicy z pociskiem dla dwóch par kinematycznych. Po zastąpieniu indeksu *i* odpowiednią cyfrą otrzymujemy:

i=1 – oznacza zależności dotyczące rakiety nr 1,

i = 2 – oznacza zależności dotyczące rakiety nr 2.

Rakieta jest w ogólnym przypadku obiektem o zmiennej masie i zmiennym rozkładzie masy. Parametry rakiety takie jak masa m_{pi} i momenty bezwładności I_{pix} , I_{piz} są w ogólnym przypadku funkcjami zmiennymi w czasie. Na rysunku 8.4 przedstawiona jest m.in. charakterystyka geometryczna układu prowadnica-rakieta w zakresie niezbędnym do przeprowadzenia analizy dynamiki zestawu.

Położenia bryły rakiety o masie m_{pi} i momentach bezwładności I_{pix} , I_{piz} w dowolnej chwili czasu wyznaczane są w kartezjańskich ortogonalnych prawoskrętnych układach współrzędnych prostokątnych. Układami odniesienia są następujące układy współrzędnych:

- 1. Układy współrzędnych określające ruch rakiety przed jej wystrzeleniem:
 - ◊ 0xyz, 0_{pw}x_{pw}y_{pw}z_{pw}, 0_{opw}x_{pw}y_{pw}z_{pw} i 0_{opw}ξ_{pw}η_{pw}ζ_{pw} to układy współrzędnych, które zostały już wcześniej omówione, określają one ruch układu prowadnic. Przed wystrzeleniem z wyrzutni rakieta jest sztywno połączona z prowadnicą, w związku z tym porusza się analogicznie jak układ prowadnic. W tym przypadku układy współrzędnych 0xyz, 0_{pw}x_{pw}y_{pw}z_{pw}, 0_{opw}x_{pw}y_{pw}z_{pw}

i $0_{opw} \xi_{pw} \eta_{pw} \zeta_{pw}$ określają jednoznacznie również ruch rakiety.

Rakieta porusza się wraz z układem prowadnic ruchem podstawowym, który sprowadzony jest do prostoliniowego ruchu jednostajnego odbywającego się wzdłuż osi 0x. Model rakiety jako element płaskiego układu drgającego wykonuje względem układu odniesienia $0_{pw}x_{pw}y_{pw}z_{pw}$ ruch złożony składający się z ruchu prostoliniowego środka obrotu 0_{opw} układu prowadnic zgodnie ze zmianą współrzędnej y_{pw} i ruchu obrotowego dookoła osi $0_{opw}\zeta_{pw}$ zgodnie ze zmianą kąta pochylenia \mathcal{G}_{pw} . Rozpatrując wyłącznie zaburzenia ruchu podstawowego wynika, że środek masy S_{pi} pocisku rakietowego porusza się ruchem złożonym składającym się z ruchu prostoliniowego.

- 2. Układy współrzędnych określające ruch rakiety w trakcie startu z prowadnicy:
 - a) układy współrzędnych określające ruch unoszenia rakiety:
 - ♦ 0xyz, $0_{pw}x_{pw}y_{pw}z_{pw}$, $0_{opw}x_{pw}y_{pw}z_{pw}$ i $0_{opw}\xi_{pw}\eta_{pw}\zeta_{pw}$ to układy współrzędnych, które zostały już wcześniej omówione, określają one ruch

układu prowadnic. Prowadnica nakłada więzy na ruch rakiety. Pocisk porusza się ruchem złożonym składającym się z ruchu unoszenia realizowanego przez prowadnicę i z ruchu rakiety względem prowadnicy. W przypadku startu rakiety z prowadnicy układy współrzędnych 0xyz, $0_{pw}x_{pw}y_{pw}z_{pw}$, $0_{opw}x_{pw}y_{pw}z_{pw}$ i $0_{opw}\xi_{pw}\eta_{pw}\zeta_{pw}$ określają również ruch unoszenia rakiety.

W ruchu unoszenia rakieta porusza się wraz z układem prowadnic ruchem podstawowym, który sprowadzony jest do prostoliniowego ruchu jednostajnego odbywającego się wzdłuż osi 0x. Model rakiety jako element płaskiego układu drgającego wykonuje względem układu odniesienia $0_{pw}x_{pw}y_{pw}z_{pw}$ ruch unoszenia składający się z ruchu prostoliniowego środka obrotu 0_{opw} układu prowadnic zgodnie ze zmianą współrzędnej y_{pw} i ruchu obrotowego dookoła osi $0_{opw}\zeta_{pw}$ zgodnie ze zmianą kąta pochylenia \mathcal{P}_{pw} . Rozpatrując wyłącznie zaburzenia ruchu podstawowego wynika, że środek masy S_{pi} pocisku rakietowego porusza się ruchem unoszenia składającym się z ruchu prostoliniowego i ruchu obrotowego;

- b) układy współrzędnych określające ruch względny rakiety:
 - ◊ 0_{pwi} ξ_{pi}η_{pi}ζ_{pi} to układ współrzędnych pozostający w spoczynku względem układu współrzędnych 0_{opw}ξ_{pw}η_{pw}ζ_{pw}. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi 0_{pwi}ξ_{pi} || 0_{opw}ξ_{pw}, 0_{pwi}η_{pi} || 0_{opw}η_{pw} i 0_{pwi}ζ_{pi} || 0_{opw}ζ_{pw}. W każdej chwili czasu punkt 0_{pwi} związany jest z prowadnicą i jednocześnie pokrywa się z położeniem tylnego pierścienia prowadzącego rakiety przed jej wystrzeleniem;
 - *S_{pi}ξ_{pi}η_{pi}ζ_{pi}* to układ współrzędnych poruszający się ruchem prostoliniowym względem układu współrzędnych 0_{pwi}ξ_{pi}η_{pi}ζ_{pi}. Początek układu współrzędnych *S_{pi}* w każdej chwili czasu pokrywa się ze środkiem masy rakiety. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi *S_{pi}ξ_{pi}* || 0_{pwi}ξ_{pi}, *S_{pi}η_{pi}* || 0_{pwi}η_{pi} i *S_{pi}ζ_{pi}* || 0_{pwi}ζ_{pi}. Pod wpływem działania silnika startowego środek masy rakiety *S_{pi}* przemieszcza się wzdłuż osi 0_{pwi}ξ_{pi};
 - ✤ S_{pi}x_{pi}y_{pi}z_{pi} to układ współrzędnych poruszający się ruchem obrotowym względem układu współrzędnych S_{pi}ξ_{pi}η_{pi}ζ_{pi}. Osie S_{pi}x_{pi},

 $S_{pi}y_{pi}$ i $S_{pi}z_{pi}$ związane są sztywno z bryłą rakiety w ten sposób, że są jej głównymi centralnymi osiami bezwładności. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości dwóch osi $S_{pi}\xi_{pi} || S_{pi}x_{pi}$. Pod wpływem działania silnika startowego bryła rakiety obraca się dookoła osi $S_{pi}\xi_{pi}$ zgodnie ze zmianą kąta przechylenia φ_{pi} .

Realizując ruch względny rakieta porusza się względem układu odniesienia związanego z prowadnicą $0_{pwi}\xi_{pi}\eta_{pi}\zeta_{pi}$ ruchem prostoliniowym zgodnie ze zmianą współrzędnej ξ_{pi} i ruchem obrotowym dookoła osi $S_{pi}\xi_{pi}$ zgodnie ze zmianą kąta przechylenia φ_{pi} . Rozpatrując wyłącznie ruch względny wynika, że środek masy S_{pi} pocisku rakietowego porusza się ruchem prostoliniowym.

Liczba stopni swobody wynikająca ze sformułowanej struktury "podparcie ciągłe" dla modelu pary kinematycznej prowadnica-rakieta opisującego ruch rakiety nr *i* względem prowadnicy w płaszczyźnie pionowej wynosi dwa.

Do wyznaczenia położeń rakiety nr 1 o masie m_{p1} i momentach bezwładności I_{p1x} , I_{p1z} w dowolnym czasie przyjęto dwie niezależne współrzędne uogólnione:

 ξ_{p1} – prostoliniowe przemieszczenie środka S_{p1} masy rakiety wzdłuż osi $0_{pw1}\xi_{p1}$,

 φ_{p1} – kąt obrotu rakiety dookoła osi $S_{p1}\xi_{p1}$.

Do wyznaczenia położeń rakiety nr 2 o masie m_{p2} i momentach bezwładności I_{p2x} , I_{p2z} w dowolnym czasie przyjęto dwie niezależne współrzędne uogólnione:

 ξ_{p2} – prostoliniowe przemieszczenie środka S_{p2} masy rakiety wzdłuż osi $0_{pw1}\xi_{p1}$,

 φ_{p2} – kąt obrotu rakiety dookoła osi $S_{p2}\xi_{p2}$.

8.1.3.2. Układ prowadnica-rakieta o trzech stopniach swobody

Przed wystrzeleniem z wyrzutni i w początkowej fazie startu pocisk styka się z prowadnicą za pośrednictwem dwóch pierścieni prowadzących. Rakieta porusza się wzdłuż prowadnicy obracając się jednocześnie wokół osi podłużnej. Na tym etapie ruchu rakieta styka się z prowadnicą wyrzutni w dwóch punktach reprezentowanych przez dwie podpory. Położenie podpór wynika z lokalizacji pierścieni prowadzących na korpusie pocisku. Podparcie dwupunktowe obowiązuje do chwili opuszczenia prowadnicy przez pierwszy pierścień prowadzący pocisku. Od tego momentu para kinematyczna prowadnica-rakieta przestaje być układem o dwóch stopniach swobody, a staje się układem o trzech stopniach swobody. W trakcie ruchu rakiety wzdłuż prowadnicy następuje zmiana struktury układu. Podparcie zostaje zredukowane do jednego punktu. W ogólnym przypadku podparcie to prowadzi do braku kolinearności punktów położonych na osi podłużnej rakiety w stosunku do punktów położonych na osi podłużnej prowadnicy. Tak określona właściwość cechuje układ prowadnica-rakieta o trzech stopniach swobody. W tym przypadku współpraca prowadnicy z pociskiem uwarunkowana jest przez strukturę nazwaną "dwie podpory". Cechą charakterystyczną struktury "dwie podpory" jest to, że oś podłużna rakiety nie w każdej chwili czasu pokrywa się z osią podłużną prowadnicy. Model fizyczny układu prowadnica-rakieta dla struktury "dwie podpory" przedstawiony jest na rysunku 8.5.



Rys. 8.5. Model fizyczny wyrzutni z układem prowadnica-rakieta o strukturze "dwie podpory"

Ze względu na wprowadzoną unifikację modelu fizycznego dotyczącego dwóch rakiet wprowadzono podobnie jak w podrozdziale 8.1.3.1 indeks *i* pozwalający na przedstawienie współpracy prowadnicy z pociskiem dla dwóch par kinematycznych. Ruch rakiety do chwili omawianej zmiany struktury układu określony jest analogicznie jak w podrozdziale 8.1.3.1. Obecne rozważania dotyczyły będą pary kinematycznej prowadnica-rakieta jako układu o trzech stopniach swobody.

Położenia bryły rakiety *i* o masie m_{pi} i momentach bezwładności I_{pix} , I_{piz} od chwili zmiany struktury pary kinematycznej prowadnica-rakieta wyznaczane są w kartezjańskich ortogonalnych prawoskrętnych układach współrzędnych. Układami odniesienia są następujące układy współrzędnych (rys. 8.6):

- Układy współrzędnych określające ruch rakiety przed jej wystrzeleniem są analogiczne jak w przypadku struktury "podparcie ciągłe".
- 2. Układy współrzędnych określające ruch rakiety w trakcie startu z prowadnicy:
 - a) układy współrzędnych określające ruch unoszenia rakiety są analogiczne jak w przypadku struktury "podparcie ciągłe";
 - b) układy współrzędnych określające ruch względny rakiety:
 - $0_{pwi}\xi_{pi}\eta_{pi}\zeta_{pi}$ to układ współrzędnych omówiony w podrozdziale 8.1.3.1;
 - A_{pi}ξ_{pi}η_{pi}ζ_{pi} to układ współrzędnych poruszający się ruchem prostoliniowym względem układu współrzędnych 0_{pwi}ξ_{pi}η_{pi}ζ_{pi}. Początek układu współrzędnych A_{pi} w każdej chwili czasu pokrywa się z położeniem tylnego pierścienia prowadzącego rakiety. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi A_{pi}ξ_{pi} || 0_{pwi}ξ_{pi}, A_{pi}η_{pi} || 0_{pwi}η_{pi} i A_{pi}ζ_{pi} || 0_{pwi}ζ_{pi}. Pod wpływem działania silnika startowego tylny pierścień prowadzący rakiety przemieszcza się wzdłuż osi 0_{pwi}ξ_{pi};
 - A_{pi}x_{pi}y_{pi}z_{pi} to układ współrzędnych poruszający się ruchem obrotowym względem układu współrzędnych A_{pi}ξ_{pi}η_{pi}ζ_{pi}. Oś A_{pi}x_{pi} przechodzi w każdej chwili czasu przez dwa punkty reprezentowane przez dwie podpory, a oś A_{pi}z_{pi} zawsze pokrywa się z osią A_{pi}ζ_{pi}. Pod wpływem zaistniałych oddziaływań bryła rakiety obraca się dookoła osi A_{pi}z_{pi} zgodnie ze zmianą kąta pochylenia *9*_{pi};
 - S_{pi}ξ_{pi}η_{pi}ζ_{pi} to układ współrzędnych omówiony w podrozdziale 8.1.3.1, ale ze względu na zmianę struktury pary kinematycznej prowadnica-rakieta wymaga uogólnienia. Początek układu współrzędnych S_{pi} w każdej chwili czasu pokrywa się ze środkiem masy rakiety. Spełniony

pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi $S_{pi}\xi_{pi} \parallel A_{pi}x_{pi}$, $S_{pi}\eta_{pi} \parallel A_{pi}y_{pi}$ i $S_{pi}\zeta_{pi} \parallel A_{pi}z_{pi}$;

• $S_{pi}x_{pi}y_{pi}z_{pi}$ – to układ współrzędnych omówiony w podrozdziale 8.1.3.1.

Realizując ruch względny rakieta porusza się względem układu odniesienia związanego z prowadnicą $0_{pwi}\xi_{pi}\eta_{pi}\zeta_{pi}$ ruchem prostoliniowym zgodnie ze zmianą współrzędnej ξ_{pi} , ruchem obrotowym dookoła osi $A_{pi}z_{pi}$ zgodnie ze zmianą kąta pochylenia \mathcal{G}_{pi} i ruchem obrotowym dookoła osi $S_{pi}\xi_{pi}$ zgodnie ze zmianą kąta przechylenia φ_{pi} . Rozpatrując wyłącznie ruch względny wynika, że środek masy S_{pi} pocisku rakietowego porusza się ruchem składającym się z ruchu prostoliniowego i ruchu obrotowego.



Rys. 8.6. Wybrane układy współrzędnych o początku w punktach $0_{opw}, 0_{pw1}, S_{p1}, A_{p1}$

Liczba stopni swobody wynikająca ze sformułowanej struktury "dwie podpory" dla modelu pary kinematycznej prowadnica-rakieta opisującego ruch pocisku *i* względem prowadnicy w płaszczyźnie pionowej wynosi trzy.

Do wyznaczenia położeń rakiety o masie m_{p1} i momentach bezwładności I_{p1x} , I_{p1z} w dowolnej chwili czasu przyjęto trzy niezależne współrzędne uogólnione:

 ξ_{p1} – prostoliniowe przemieszczenie tylnego pierścienia prowadzącego rakiety wzdłuż osi $0_{pw1}\xi_{p1}$, \mathcal{G}_{p1} – kąt obrotu rakiety dookoła osi $A_{p1}z_{p1}$,

190

 φ_{p1} – kąt obrotu rakiety dookoła osi $S_{p1}\xi_{p1}$.

Do wyznaczenia położeń rakiety o masie m_{p2} i momentach bezwładności I_{p2x} , I_{p2z} w dowolnej chwili czasu przyjęto trzy niezależne współrzędne uogólnione:

- ξ_{p2} prostoliniowe przemieszczenie tylnego pierścienia prowadzącego rakiety wzdłuż osi $0_{pw2}\xi_{p2}$,
- \mathcal{G}_{p2} kąt obrotu rakiety dookoła osi $A_{p2}z_{p2}$,
- φ_{p2} kąt obrotu rakiety dookoła osi $S_{p2}\xi_{p2}$.

8.1.4. Model fizyczny pocisku rakietowego

Model fizyczny pocisku rakietowego jest analogiczny jak przedstawiony w podrozdziale 3.4. Różnica wynika z uwzględnienia w płaszczyźnie pionowej położenia pierścieni prowadzących. W zestawie przeciwlotniczym reprezentowanym przez sformułowany model w płaszczyźnie pionowej występują dwie rakiety. Ruch pocisku na wyrzutni uwarunkowany jest strukturą układu prowadnica-rakieta, która reprezentowana jest przez dwie opcje. Model pary kinematycznej prowadnica-rakieta może reprezentować strukturę "podparcie ciągłe" o dwóch stopniach swobody lub strukturę "dwie podpory" o trzech stopniach swobody. Na rysunku 8.7 przedstawiona jest charakterystyka geometryczna pocisku rakietowego w zakresie niezbędnym do przeprowadzenia analizy dynamiki zestawu w płaszczyźnie pionowej.



Rys. 8.7. Model fizyczny pocisku rakietowego

Ze względu na strukturę "dwie podpory" charakteryzującą parę kinematyczną prowadnica-rakieta model w płaszczyźnie pionowej umożliwia rozpatrzenie zjawisk towarzyszących ruchowi pocisku na wyrzutni w chwili opuszczenia prowadnicy przez pierwszy pierścień prowadzący oraz w czasie występowania podparcia zredukowanego do jednego punktu tzn. punktu A_{pi} . Charakterystyka geometryczna rakiety uwzględnia położenie obu pierścieni prowadzących. Wymiar l_1 oznacza odległość w jakiej znajdują się od siebie oba pierścienie prowadzące.

Uwzględnienie ruchu obrotowego rakiety wokół osi podłużnej nadaje modelowi zestawu przeciwlotniczemu w płaszczyźnie pionowej możliwość dodatkowej interpretacji. Pocisk obraca się wokół osi podłużnej, która w każdej chwili czasu położona jest w płaszczyźnie pionowej. W związku z tym tylko te punkty rakiety, które leżą na osi podłużnej realizują ruch w płaszczyźnie pionowej. Pozostałe punkty rakiety poruszają się ruchem przestrzennym, ale uwarunkowanym więzami wprowadzonymi przez ściśle określony ruch osi podłużnej pocisku. Uznanie takiej koncepcji za niesprzeczną z założeniami ruchu układu w płaszczyźnie pionowej pozwala na analizę w tej płaszczyźnie ruchu rakiet obracających się wokół osi podłużnej i dysponujących układem giroskopowym.

8.1.5. Model fizyczny układu giroskopowego

Model fizyczny układu giroskopowego jest analogiczny jak przedstawiony w podrozdziale 3.5. Różnica wynika z redukcji w płaszczyźnie pionowej wymuszenia odziaływującego na giroskop ze strony rakiety w porównaniu z ruchem w przestrzeni, jak na rysunku 8.8. Rakieta w płaszczyźnie pionowej nie realizuje ruchu odchylania, ale jej ruch pochylania jest konsekwencją dodatkowego stopnia swobody wynikającego ze struktury dwie podpory. W związku z tym ruch pochylania rakiety nie wynika wyłącznie z drgań kątowych układu prowadnic. Tylko środek masy giroskopu S_{Gi} realizuje ruch w płaszczyźnie pionowej. Pozostałe punkty giroskopu poruszają się ruchem przestrzennym, ale uwarunkowanym więzami wprowadzonymi przez ściśle określony ruch środka masy giroskopu. Uznanie takiej koncepcji za niesprzeczną z założeniami ruchu układu w płaszczyźnie pionowej pozwala na analizę ruchu giroskopu będącego elementem mechanicznym koordynatora rakiety.

W zestawie przeciwlotniczym reprezentowanym przez sformułowany model w płaszczyźnie pionowej występują dwie rakiety. Elementem mechanicznym koordynatora każdej rakiety jest układ giroskopowy. Giroskop nr 1 jest elementem koordynatora pocisku oznaczonego jako rakieta nr 1, giroskop nr 2 jest elementem koordynatora pocisku oznaczonego jako rakieta nr 2. Oba giroskopy funkcjonują w sposób analogiczny. Różnica związana jest z innym położeniem rakiet, a tym samym giroskopów w układzie dwóch prowadnic. W związku z tym przedstawiony model fizyczny reprezentuje giroskopy na pokładzie rakiet umieszczonych w dwóch różniących się położeniem prowadnicach wyrzutni. Ze względu na wprowadzoną unifikację modelu fizycznego dotyczącego dwóch giroskopów wprowadzono indeks *i* . Po zastąpieniu indeksu *i* odpowiednią cyfrą otrzymujemy:

i=1 – oznacza zależności dotyczące giroskopu nr 1,

i=2 – oznacza zależności dotyczące giroskopu nr 2.

Funkcję giroskopu nr *i* osiowo symetrycznego spełnia wirujący krążek, jak na rysunku 8.8.



Rys. 8.8. Model fizyczny giroskopu

Położenia bryły giroskopu nr *i* o masie m_{Ki} i momentach bezwładności I_{Kix_w} , I_{Kiy_w} , I_{Kiz_w} w dowolnej chwili czasu wyznaczane są w analogicznie zdefiniowanych jak w podrozdziale 3.5 kartezjańskich ortogonalnych prawoskrętnych układach współrzędnych. Układami odniesienia są więc następujące układy współrzędnych:

- Układy współrzędnych określające ruch giroskopu na pokładzie pocisku rakietowego:
 - * $S_{Gi} x_{pi} y_{pi} z_{pi}$ to układ współrzędnych sztywno związany z bryłą rakiety,
 - ✤ S_{Gi}x_{zi}y_{zi}z_{zi} to układ współrzędnych sztywno związany z ramką zewnętrzną (Z) sprzęgła Cardana,
 - ✤ S_{Gi}x_{wi}y_{wi}z_{wi} to układ współrzędnych sztywno związany z ramką wewnętrzną (W) sprzęgła Cardana,
 - * $S_{Gi}\xi_{Ki}\eta_{Ki}\zeta_{Ki}$ to układ współrzędnych sztywno związany z krążkiem (K) układu giroskopowego.

Liczba stopni swobody wynikająca ze sformułowanej struktury modelu układu giroskopowego opisującego ruch giroskopu na pokładzie pocisku rakietowego wynosi trzy. W związku z tym liczba stopni swobody dla układu dwóch giroskopów wynosi sześć.

Do wyznaczenia położeń giroskopu nr 1 o masie m_{K1} i momentach bezwładności I_{K1x_w} , I_{K1y_w} , I_{K1z_w} w dowolnej chwili czasu przyjęto trzy niezależne współrzędne uogólnione:

 ψ_{G1} – kąt obrotu giroskopu dookoła osi $S_{G1}y_{p1}$,

- \mathcal{G}_{G1} kąt obrotu giroskopu dookoła osi $S_{G1}z_{z1}$,
- φ_{G1} kąt obrotu giroskopu dookoła osi $S_{G1}x_{w1}$.

Do wyznaczenia położeń giroskopu nr 2 o masie m_{K2} i momentach bezwładności I_{K2x_w} , I_{K2y_w} , I_{K2z_w} w dowolnej chwili czasu przyjęto trzy niezależne współrzędne uogólnione:

 ψ_{G2} – kąt obrotu giroskopu dookoła osi $S_{G2}y_{p2}$,

 \mathcal{G}_{G2} – kąt obrotu giroskopu dookoła osi $S_{G2}z_{z2}$,

 φ_{G2} – kąt obrotu giroskopu dookoła osi $S_{G2}x_{w2}$.

Sterowanie giroskopem odbywa się w sposób analogiczny jak w modelu przestrzennym przedstawionym w podrozdziale 3.5. Podstawowym zadaniem układu giroskopowego jest śledzenie kierunku związanego z linią obserwacji celu. Położenie linii obserwacji celu dla koordynatora rakiety nr *i* w dowolnej chwili czasu wyznaczane jest w analogicznie zdefiniowanych jak w podrozdziale 3.5 kartezjańskich ortogonalnych prawoskrętnych układach współrzędnych. Układami odniesienia są więc następujące układy współrzędnych (rys. 8.9):

- 1. Układy współrzędnych określające położenie linii obserwacji celu (LOC):
 - * $S_{Gi}x_{Ki}y_{Ki}z_{Ki}$ to układ współrzędnych poruszający się względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0*xyz* ruchem wynikającym ze zmiany położenia środka masy giroskopu S_{Gi} ;
 - ✤ S_{Gi}x_{li}y_{li}z_{li} to układ współrzędnych, którego oś S_{Gi}x_{li} przechodzi w każdej chwili czasu przez punkt określający położenie celu S_c i pokrywa się z kierunkiem LOC, a oś S_{Gi}z_{li} zawsze pokrywa się z osią S_{Gi}z_{Ki}. Pod wpływem ruchu środka masy giroskopu S_{Gi} i punktu określającego położenie celu S_c linia obserwacji celu obraca się dookoła osi S_{Gi}z_{Ki} zgodnie ze zmianą kąta elewacji ε_{Li}.



Rys. 8.9. Układy współrzędnych określające położenie LOC

8.1.6. Model celu

Model celu jest analogiczny jak przedstawiony w podrozdziale 3.6. Różnica wynika z ograniczenia ruchu celu do płaszczyzny pionowej.

Do jednoznacznego określenia wielkości fizycznych określających ruch celu wprowadzono analogicznie zdefiniowane jak w podrozdziale 3.6 kartezjańskie ortogonalne prawoskrętne układy współrzędnych:

1. Układy współrzędnych związane z celem (rys. 8.10):

- * $S_c x_c y_c z_c$ to układ współrzędnych poruszający się względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0*xyz* ruchem wynikającym ze zmiany położenia punktu S_c reprezentującego cel;
- ✤ S_cx_{vc}y_{vc}z_{vc} to układ współrzędnych, którego oś S_cx_{vc} w każdej chwili czasu pokrywa się z kierunkiem wektora prędkości liniowej celu V_c, a oś S_cz_{vc} zawsze pokrywa się z osią S_cz_c. Zmiana kierunku wektora prędkości liniowej celu V_c powoduje jego obrót dookoła osi S_cz_c zgodnie ze zmianą kąta γ_c.



8.1.7. Podsumowanie

Podobnie jak model przestrzenny przedstawiony w rozdziale 3 model fizyczny zestawu przeciwlotniczego w płaszczyźnie pionowej został zbudowany na gruncie mechaniki klasycznej i należy zakwalifikować go do układów dyskretnych. Model ten składa się z sześciu punktów materialnych, pięciu brył sztywnych, dwóch obiektów zmiennych w czasie, jednego punktu matematycznego, dwunastu elementów nieinercyjnych oraz dwóch układów sterowania jak na rysunku 8.11.

Zostały zdefiniowane niezbędne układy współrzędnych, które umożliwiają jednoznaczne określenie ruchów realizowanych przez poszczególne obiekty zestawu przeciwlotniczego. Przedstawiony model fizyczny pozwala na sformułowanie modelu matematycznego umożliwiającego analizę drgań SPZR składającego się z obiektów realizujących przemieszczenia uogólnione w płaszczyźnie pionowej. Zbudowany model uwzględnia analogiczne opcje jak model przestrzenny:

1) pojazd samochodowy pozostaje w spoczynku,

2) pojazd samochodowy realizuje ruch podstawowy.

Uwzględniając wyłącznie drgania wynikające z działania zestawu przeciwlotniczego liczba stopni swobody opracowanego modelu układu w ogólnym przypadku wynosi dwadzieścia cztery:

- 1) pojazd samochodowy:
 - a) jedna bryła sztywna
 - b) dwa punkty materialne
- 2) operator siedzący na fotelu: a) cztery punkty materialne

- 3) wyrzutnia:
 - a) dwie bryły sztywne
- 4) pociski rakietowe:
 - a) dwa obiekty zmienne w czasie
 - b) dwie bryły sztywne

- dwa stopnie swobody,
- dwa stopnie swobody,
- cztery stopnie swobody,
- cztery stopnie swobody,
- sześć stopni swobody,
 - sześć stopni swobody.

196



Rys. 8.11. Model fizyczny samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego

W związku z tym do określenia ruchu opracowanego modelu przyjęto dwadzieścia cztery współrzędne niezależne:

| 1) | pojazd samochodowy: | |
|----|-------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | a) jedna bryła sztywna | $: y_n, \theta_n$ |
| | b) dwa punkty materialne | $: y_{11}; y_{12}$ |
| 2) | operator siedzący na fotelu: a) cztery punkty materialne | $y_{f1}; y_{c1}, y_{c2}, y_{c3}$ |
| 3) | wyrzutnia: a) dwie bryły sztywne | $y_w, g_w; y_{mw}, g_{mw}$ |
| 4) | pociski rakietowe: a) dwa obiekty zmienne w czasie | : ξ_{p1} , θ_{p1} , φ_{p1} ; ξ_{p2} , θ_{p2} , φ_{p2} |
| | b) dwie bryły sztywne | : ψ_{G1} , ϑ_{G1} , φ_{G1} ; ψ_{G2} , ϑ_{G2} , φ_{G2} |

Parametry opisujące elementy inercyjne sformułowanego modelu zestawu przeciwlotniczego:

1) pojazd samochodowy:

| | a) jedna bryła sztywna | $: m_n, I_{nz}$ |
|----|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| | b) dwa punkty materialne | : <i>m</i> ₁₁ , <i>m</i> ₁₂ |
| 2) | operator siedzący na fotelu: a) cztery punkty materialne | : m_f ; m_{c1} , m_{c2} , m_{c3} |
| 3) | wyrzutnia: a) dwie bryły sztywne | $: m_w, I_{wz}; m_{pw}, I_{pwz}$ |
| 4) | pociski rakietowe: a) dwa obiekty zmienne w czasie | : m_{p1} , I_{p1x} , I_{p1z} ; m_{p2} , I_{p2x} , I_{p2z} |
| | b) dwie bryły sztywne | : $m_{K1}, I_{K1x_w}, I_{K1y_w}, I_{K1z_w};$ $m_{K2}, I_{K2x_w}, I_{K2y_w}, I_{K2z_w}$ |
| | | |

Parametry opisujące elementy nieinercyjne sformułowanego modelu zestawu przeciwlotniczego:

| 1) p | pojazd samochodowy: | |
|------|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| 8 | a) cztery liniowe modele Voigta-Kelvina | : k_{11} , c_{11} ; k_{12} , c_{12} ; k_{21} , c_{21} ; k_{22} , c_{22} |
| 2) c | operator siedzący na fotelu: | |
| 8 | a) cztery liniowe modele Voigta-Kelvina | : k_{f1} , c_{f1} ; k_{f2} , c_{f2} ; k_{c2} , c_{c2} ; k_{c3} , c_{c3} |

3) wyrzutnia:

198

a) cztery liniowe modele Voigta-Kelvina

: k_{w11} , c_{w11} ; k_{w12} , c_{w12} k_{w21} , c_{w21} ; k_{w22} , c_{w22}

W stosunku do modelu przestrzennego sformułowany model w płaszczyźnie pionowej zawiera mniejszą liczbę obiektów i inną budowę wyrzutni. Redukcja liczby obiektów wynika z założenia o jednoznaczności interpretacyjnej ruchu w płaszczyźnie pionowej. W porównaniu z układem przestrzennym inna budowa wyrzutni pozwala na uszczegółowienie zjawisk wynikających ze współpracy rakiety z prowadnicą. Otrzymane wyniki z analizy ruchu układu uwzględniającego specyfikę pary kinematycznej prowadnica-rakieta można wykorzystać w rzeczywistym zestawie do modyfikacji jego konstrukcji. Zmiana struktury wyrzutni podyktowana wynikami aplikacji wirtualnej może przyczynić się do poprawy komfortu startującym rakietom w warunkach pola walki.

8.2. Model matematyczny zestawu przeciwlotniczego

Podobnie jak w przypadku układu przestrzennego na podstawie przyjętego modelu fizycznego opracowany został model matematyczny zestawu przeciwlotniczego w płaszczyźnie pionowej. Rozważany układ sprowadzony został do postaci strukturalnego modelu o budowie dyskretnej, w związku z tym określony jest równaniami różniczkowymi o pochodnych zwyczajnych reprezentowanych przez dwadzieścia cztery niezależne współrzędne uogólnione. W podrozdziałach od 8.2.1 do 8.2.8 przedstawione są zależności analityczne dotyczące ruchu pięciu podstawowych obiektów:

- 1) pojazdu samochodowego,
- 2) operatora siedzącego na fotelu,
- 3) wyrzutni,
- 4) dwóch rakiet wraz z giroskopowymi układami śledzenia celu,
- 5) celu.

Sens podziału na podrozdziały dotyczące ruchu konkretnych obiektów oraz cel podania na końcu każdego podrozdziału parametrów układu jest analogiczny jak w przypadku matematycznego modelu przestrzennego.

8.2.1. Równania ruchu pojazdu samochodowego

Do określenia ruchu modelu pojazdu samochodowego przyjęto cztery współrzędne niezależne:

| a) | nadwozie | - | ciało doskonale sztywne | : | y_n, θ_n |
|----|------------------------------------|---|-------------------------|---|-----------------|
| b) | przedni most pojazdu wraz z kołami | _ | masa skupiona | : | y_{11} |
| c) | tylny most pojazdu wraz z kołami | _ | masa skupiona | : | y_{12} |

Równania ruchu:

(Pierwsza część układu równań ruchu zestawu przeciwlotniczego)

Niektóre oznaczenia i wielkości fizyczne podane są na rysunku 8.1.

$$\left. \begin{array}{c} m_{n} \ddot{y}_{n} + c_{21} \dot{\lambda}_{21} + c_{22} \dot{\lambda}_{22} + k_{21} \lambda_{21} + k_{22} \lambda_{22} + \\ - c_{w11} \dot{\lambda}_{w11} - c_{w12} \dot{\lambda}_{w12} - k_{w11} \lambda_{w11} - k_{w12} \lambda_{w12} + \\ - c_{f1} \dot{\lambda}_{f1} - k_{f1} \lambda_{f1} + m_{n}g = 0 \end{array} \right\}$$

$$(8.1)$$

$$\left. \left. \begin{array}{l} I_{n}\ddot{\mathcal{G}}_{n} + c_{21}l_{n1}\dot{\lambda}_{21} - c_{22}l_{n2}\dot{\lambda}_{22} + k_{21}l_{n1}\lambda_{21} - k_{22}l_{n2}\lambda_{22} + \\ + c_{w11}l_{w1}\dot{\lambda}_{w11} + c_{w12}l_{w2}\dot{\lambda}_{w12} + k_{w11}l_{w1}\lambda_{w11} + k_{w12}l_{w2}\lambda_{w12} + \\ + c_{f1}l_{f}\dot{\lambda}_{f1} + k_{f1}l_{f}\lambda_{f1} = 0 \end{array} \right\}$$
(8.2)

$$m_{11}\ddot{y}_{11} + c_{11}\dot{\lambda}_{11} - c_{21}\dot{\lambda}_{21} + k_{11}\lambda_{11} - k_{21}\lambda_{21} + m_{11}g = 0$$
(8.3)

$$m_{12}\ddot{y}_{12} + c_{12}\dot{\lambda}_{12} - c_{22}\dot{\lambda}_{22} + k_{12}\lambda_{12} - k_{22}\lambda_{22} + m_{12}g = 0$$
(8.4)

gdzie:

$$\begin{array}{l}
\lambda_{11} = y_{11} + y_{11st} - y_{01} \\
\lambda_{12} = y_{12} + y_{12st} - y_{02} \\
\lambda_{21} = y_n + y_{nst} + l_{n1}(\vartheta_n + \vartheta_{nst}) - (y_{11} + y_{11st}) \\
\lambda_{22} = y_n + y_{nst} - l_{n2}(\vartheta_n + \vartheta_{nst}) - (y_{12} + y_{12st}) \\
\dot{\lambda}_{11} = \dot{y}_{11} - \dot{y}_{01} \\
\dot{\lambda}_{12} = \dot{y}_{12} - \dot{y}_{02} \\
\dot{\lambda}_{21} = \dot{y}_n + l_{n1}\dot{\vartheta}_n - \dot{y}_{11} \\
\dot{\lambda}_{22} = \dot{y}_n - l_{n2}\dot{\vartheta}_n - \dot{y}_{12}
\end{array}$$
(8.5)

Wartości przykładowe parametrów modelu pojazdu samochodowego:

1. Parametry opisujące elementy inercyjne:

| a) | nadwozie | |
|----|------------------------------------|-------------------------------|
| | $m_n = 1780 \text{ kg}$ | $I_{nz} = 2620 \text{ kgm}^2$ |
| b) | przedni most pojazdu wraz z kołami | $m_{11} = 113 \text{ kg}$ |
| c) | tylny most pojazdu wraz z kołami | $m_{12} = 157 \text{ kg}$ |

| 2. | Parametry opisujące elementy nieinercyjne: | |
|----|--------------------------------------------|------------------------------|
| | a) ogumienie kół przednich | |
| | $k_{11} = 350000 \text{ N/m}$ | $c_{11} = 200 \text{ Ns/m}$ |
| | b) ogumienie kół tylnych | |
| | $k_{12} = 400000 \text{ N/m}$ | $c_{12} = 200 \text{ Ns/m}$ |
| | c) zawieszenie mostu przedniego | |
| | $k_{21} = 75000 \text{ N/m}$ | $c_{21} = 2000 \text{ Ns/m}$ |
| | d) zawieszenie mostu tylnego | |
| | $k_{22} = 65000 \text{ N/m}$ | $c_{22} = 2000 \text{ Ns/m}$ |
| 3. | Charakterystyka geometryczna: | |
| | a) położenie elementów nieinercyjnych | |
| | $l_{n1} = 1.14 \text{ m}$ | $l_{n2} = 1.28 \text{ m}$ |
| | | |

8.2.1.1. Wymuszenie pochodzące od nawierzchni drogi

Model matematyczny wymuszenia:

200

1. Pojazd samochodowy pozostaje w spoczynku:

$$V_n = 0 \tag{8.6}$$

a) brak wymuszenia zewnętrznego od strony drogi

$$\begin{cases} y_{01} = 0 & y_{02} = 0 \\ \dot{y}_{01} = 0 & \dot{y}_{02} = 0 \end{cases}$$
(8.7)

b) wymuszenie zewnętrzne od strony drogi będące wynikiem ruchu tektonicznego skorupy ziemskiej na skutek pobliskiego wybuchu naziemnego

$$y_{01} = y_0 \sin^2(\omega_0 s_{wn}) \qquad y_{02} = y_0 \sin^2[\omega_0(s_{wn} - l_n)] \\ \dot{y}_{01} = y_0 \omega_0 V_{wn} \sin(2\omega_0 s_{wn}) \qquad \dot{y}_{02} = y_0 \omega_0 V_{wn} \sin[2\omega_0(s_{wn} - l_n)]$$
(8.8)

Charakterystyka przykładowa wymuszenia:

$$y_0 = 0.05 \text{ m}, \qquad l_0 = 0.35 \text{ m}, \qquad \omega_0 = \frac{\pi}{l_0}, \qquad l_n = l_{n1} + l_{n2}$$

 $s_{wn} = V_{wn}t$

Wartość przykładowa prędkości propagacji zaburzenia: $V_{wn} = 8.3 \text{ m/s}$

2. Pojazd samochodowy realizuje ruch podstawowy:

$$s_n = V_n t \tag{8.9}$$

Wartość przykładowa prędkości: $V_n = 8.3 \text{ m/s}$

a) droga jest idealnie gładka, tzn. na pojazd nie działa wymuszenie zewnętrzne

$$\begin{array}{ccc} y_{01} = 0 & & y_{02} = 0 \\ \dot{y}_{01} = 0 & & \dot{y}_{02} = 0 \end{array} \right\} (8.10)$$

 b) wymuszenie zewnętrzne od strony drogi będące wynikiem przejazdu przez pojazd pojedynczego garbu

$$y_{01} = y_0 \sin^2(\omega_0 s_n) \qquad y_{02} = y_0 \sin^2[\omega_0(s_n - l_n)]$$

$$\dot{y}_{01} = y_0 \omega_0 V_n \sin(2\omega_0 s_n) \qquad \dot{y}_{02} = y_0 \omega_0 V_n \sin[2\omega_0(s_n - l_n)] \qquad (8.11)$$

Charakterystyka przykładowa wymuszenia:

$$y_0 = 0.05 \text{ m}, \qquad l_0 = 0.35 \text{ m}, \qquad \omega_0 = \frac{\pi}{l_0}, \qquad l_n = l_{n1} + l_{n2}$$

c) wymuszenie zewnętrzne od strony drogi będące wynikiem przejazdu przez pojazd po nawierzchni drogi o określonym profilu.

Metoda zastosowana do uzyskania drogi o określonym profilu opisana jest w podrozdziale 3.2.1.1.

8.2.2. Równania ruchu operatora

Do określenia ruchu modelu operatora siedzącego na fotelu przyjęto cztery współrzędne niezależne:

| a) | Totel | _ | masa skupiona | $: y_{f1}$ |
|----|-------------------------------------|---|---------------|--------------------------|
| b) | pośladki i kończyny dolne | _ | masa skupiona | : <i>y</i> _{c1} |
| c) | wątroba, żołądek, śledziona i nerki | _ | masa skupiona | : <i>y</i> _{c2} |
| d) | mózgowie, płuca i serce | _ | masa skupiona | : y _{c3} |

Równania ruchu:

(Druga część układu równań ruchu zestawu przeciwlotniczego)

Niektóre oznaczenia i wielkości fizyczne podane są na rysunku 8.2.

$$m_f \ddot{y}_{f1} + c_{f1} \dot{\lambda}_{f1} - c_{f2} \dot{\lambda}_{f2} + k_{f1} \lambda_{f1} - k_{f2} \lambda_{f2} + m_f g = 0$$
(8.12)

$$m_{c1}\ddot{y}_{c1} + c_{f2}\dot{\lambda}_{f2} + c_{c2}\dot{\lambda}_{c2} + c_{c3}\dot{\lambda}_{c3} + k_{f2}\lambda_{f2} + k_{c2}\lambda_{c2} + k_{c3}\lambda_{c3} + m_{c1}g = 0$$
(8.13)

$$m_{c2}\ddot{y}_{c2} - c_{c2}\dot{\lambda}_{c2} - k_{c2}\lambda_{c2} + m_{c2}g = 0$$
(8.14)

$$m_{c3}\ddot{y}_{c3} - c_{c3}\dot{\lambda}_{c3} - k_{c3}\lambda_{c3} + m_{c3}g = 0$$
(8.15)

(8.16)

gdzie:

202

$$\lambda_{f1} = y_{f1} + y_{f1st} - (y_n + y_{nst}) + l_f (\vartheta_n + \vartheta_{nst})$$

$$\lambda_{f2} = y_{c1} + y_{c1st} - (y_{f1} + y_{f1st})$$

$$\lambda_{c2} = y_{c1} + y_{c1st} - (y_{c2} + y_{c2st})$$

$$\lambda_{c3} = y_{c1} + y_{c1st} - (y_{c3} + y_{c3st})$$

$$\dot{\lambda}_{f1} = \dot{y}_{f1} - \dot{y}_n + l_f \dot{\vartheta}_n$$

$$\dot{\lambda}_{f2} = \dot{y}_{c1} - \dot{y}_{f1}$$

$$\dot{\lambda}_{c2} = \dot{y}_{c1} - \dot{y}_{c2}$$

$$\dot{\lambda}_{c3} = \dot{y}_{c1} - \dot{y}_{c3}$$

Wartości przykładowe parametrów modelu operatora siedzącego na fotelu:

| 1. | Parametry opisujące elementy inercyjne: | |
|----|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| | a) fotel | $m_f = 15 \text{ kg}$ |
| | b) pośladki i kończyny dolne | $m_{c1} = 14.62 \text{ kg}$ |
| | c) wątroba, żołądek, śledziona i nerki | $m_{c2} = 29.25 \text{ kg}$ |
| | d) mózgowie, płuca i serce | $m_{c3} = 5.85 \text{ kg}$ |
| 2. | Parametry opisujące elementy nieinercyju a) zawieszenie fotela | ne: |
| | $k_{f1} = 20000 \text{ N/m}$ | $c_{f1} = 600 \text{ Ns/m}$ |
| | b) poducha wykonana z gąbki | |
| | $k_{f2} = 70000 \text{ N/m}$ | $c_{f2} = 150 \text{ Ns/m}$ |
| | c) zawieszenie masy m_{c2} | |
| | $k_{c2} = 23298 \text{ N/m}$ | $c_{c2} = 365 \text{ Ns/m}$ |
| | d) zawieszenie masy m_{c3} | |
| | $k_{c3} = 14728 \text{ N/m}$ | $c_{c3} = 145.9 \text{ Ns/m}$ |
| 3. | Charakterystyka geometryczna: | |
| | a) położenie elementów nieinercyjnych | $l_f = 0.32 \text{ m}$ |

- - a) położenie elementów nieinercyjnych $l_f = 0.32 \text{ m}$

8.2.3. Równania ruchu wyrzutni

| Do określenia ruchu modelu wyrz | utn | i przyjęto cztery współrzędne niezależne: |
|---------------------------------|-----|---------------------------------------------------|
| a) platforma | _ | ciało doskonale sztywne : y_w , \mathcal{G}_w |
| b) układ dwóch prowadnic | _ | ciało doskonale sztywne : y_{pw} , g_{pw} |

Równania ruchu:

(Trzecia część układu równań ruchu zestawu przeciwlotniczego)

Niektóre oznaczenia i wielkości fizyczne podane są na rysunkach 8.3, 8.4, 8.5 i 8.6.

$$m_{w} \ddot{y}_{w} + c_{w11} \dot{\lambda}_{w11} + c_{w12} \dot{\lambda}_{w12} - c_{w21} \dot{\lambda}_{w21} + k_{w11} \lambda_{w11} + k_{w12} \lambda_{w12} + k_{w12} \lambda_{w12} + k_{w12} \lambda_{w12} + m_{w} g = 0$$

$$\left. \right\}$$

$$(8.17)$$

$$\left. \begin{cases} I_{w}\ddot{\mathcal{Y}}_{w} + c_{w11}L_{w1}\dot{\lambda}_{w11} - c_{w12}L_{w2}\dot{\lambda}_{w12} + c_{w21}l_{0w}\dot{\lambda}_{w21} - c_{w22}\dot{\lambda}_{w22} \\ + k_{w11}L_{w1}\lambda_{w11} - k_{w12}L_{w2}\lambda_{w12} + k_{w21}l_{0w}\lambda_{w21} - k_{w22}\lambda_{w22} = 0 \end{cases} \right\} (8.18)$$

$$\begin{pmatrix} m_{pw} + m_{p1} + m_{p2} \end{pmatrix} \ddot{y}_{pw} + [m_{pw}l_{03} + m_{p1}(l_{15} - l_{06} - l_{14} + l_{11}) + \\ + m_{p2}(l_{25} + l_{06} + l_{24} + l_{21})] \ddot{\mathcal{B}}_{pw} + m_{p1}(l_{11} - l_{14}) \ddot{\mathcal{B}}_{p1} + \\ + m_{p2}(l_{21} - l_{24}) \ddot{\mathcal{B}}_{p2} + m_{p1}l_{02} \ddot{\xi}_{p1} + m_{p2}l_{02} \ddot{\xi}_{p2} + [m_{pw}l_{04} + \\ + m_{p1}(l_{16} + l_{05} + l_{13} + l_{12}) + m_{p2}(l_{26} - l_{05} - l_{23} + l_{22})] \dot{\mathcal{B}}_{pw}^{2} + \\ - m_{p1}(l_{12} + l_{13}) \dot{\mathcal{B}}_{p1}^{2} - m_{p2}(l_{22} - l_{23}) \dot{\mathcal{B}}_{p2}^{2} - 2m_{p1}(l_{13} + l_{12}) \dot{\mathcal{B}}_{pw} \dot{\mathcal{B}}_{p1} + \\ + 2m_{p2}(l_{23} - l_{22}) \dot{\mathcal{B}}_{pw} \dot{\mathcal{B}}_{p2} + 2m_{p1}l_{01} \dot{\mathcal{B}}_{pw} \dot{\xi}_{p1} + \\ + 2m_{p2}l_{01} \dot{\mathcal{B}}_{pw} \dot{\xi}_{p2} + k_{w21}\lambda_{w21} = -(m_{pw} + m_{p1} + m_{p2})g + \\ + (P_{ss1}\sin \mathcal{B}_{p1} + P_{ss2}\sin \mathcal{B}_{p2})\cos(\mathcal{B}_{pw0} + \mathcal{B}_{pw} + \mathcal{B}_{pwst})$$

gdzie:

204

$$\lambda_{w11} = y_w + y_{wst} + L_{w1}(g_w + g_{wst}) - (y_n + y_{nst}) + l_{w1}(g_n + g_{nst}) \lambda_{w12} = y_w + y_{wst} - L_{w2}(g_w + g_{wst}) - (y_n + y_{nst}) + l_{w2}(g_n + g_{nst}) \lambda_{w21} = y_{pw} + y_{pwst} + l_{0w}(g_w + g_{wst}) - (y_w + y_{wst}) \lambda_{w22} = g_{pw} + g_{pwst} - (g_w + g_{wst}) \lambda_{w11} = \dot{y}_w + L_{w1}\dot{g}_w - \dot{y}_n + l_{w1}\dot{g}_n \dot{\lambda}_{w12} = \dot{y}_w - L_{w2}\dot{g}_w - \dot{y}_n + l_{w2}\dot{g}_n \dot{\lambda}_{w21} = \dot{y}_{pw} + l_{0w}\dot{g}_w - \dot{y}_w \dot{\lambda}_{w22} = \dot{g}_{pw} - \dot{g}_w$$

$$(8.21)$$

$$\begin{bmatrix}
 L_{w1} = l_{ws} - l_{w1} \\
 L_{w2} = l_{w2} - l_{ws}
 \end{bmatrix}
 (8.22)$$

$$l_{01} = \cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{pwst}) \qquad l_{02} = \sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{pwst}) \\ l_{03} = l_{pws}\cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{pwst}) \qquad l_{04} = l_{pws}\sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{pwst}) \\ l_{05} = d_{pw}\cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{pwst}) \qquad l_{06} = d_{pw}\sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{pwst})$$

$$(8.23)$$

$$l_{11} = l_{ps1} \cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{pwst} + \vartheta_{p1}) \qquad l_{12} = l_{ps1} \sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{pwst} + \vartheta_{p1}) \\ l_{13} = d_p \cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{pwst} + \vartheta_{p1}) \qquad l_{14} = d_p \sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{pwst} + \vartheta_{p1}) \\ l_{15} = (\xi_{p1} - l_{p0}) \cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{pwst}) \qquad l_{16} = (\xi_{p1} - l_{p0}) \sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{pwst})$$

$$(8.24)$$

~

$$l_{21} = l_{ps2} \cos(\theta_{pw0} + \theta_{pw} + \theta_{pwst} + \theta_{p2}) \quad l_{22} = l_{ps2} \sin(\theta_{pw0} + \theta_{pw} + \theta_{pwst} + \theta_{p2}) \\ l_{23} = d_p \cos(\theta_{pw0} + \theta_{pw} + \theta_{pwst} + \theta_{p2}) \quad l_{24} = d_p \sin(\theta_{pw0} + \theta_{pw} + \theta_{pwst} + \theta_{p2}) \\ l_{25} = (\xi_{p2} - l_{p0}) \cos(\theta_{pw0} + \theta_{pw} + \theta_{pwst}) \quad l_{26} = (\xi_{p2} - l_{p0}) \sin(\theta_{pw0} + \theta_{pw} + \theta_{pwst})$$

$$(8.25)$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= d_{pw}^{2} + d_{p}^{2} + l_{ps1}^{2} + \left(\xi_{p1} - l_{p0}\right)^{2} + 2d_{w}d_{p}\cos\vartheta_{p1} - 2d_{p}\left(\xi_{p1} - l_{p0}\right)\sin\vartheta_{p1} + \\ &+ 2d_{pw}l_{ps1}\sin\vartheta_{p1} + 2l_{ps1}\left(\xi_{p1} - l_{p0}\right)\cos\vartheta_{p1} \\ a_{12} &= d_{pw} + d_{p}\cos\vartheta_{p1} + l_{ps1}\sin\vartheta_{p1} \\ a_{13} &= d_{p}^{2} + l_{ps1}^{2} + d_{pw}d_{p}\cos\vartheta_{p1} - d_{p}\left(\xi_{p1} - l_{p0}\right)\sin\vartheta_{p1} + d_{pw}l_{ps1}\sin\vartheta_{p1} + \\ &+ l_{ps1}\left(\xi_{p1} - l_{p0}\right)\cos\vartheta_{p1} \\ a_{14} &= d_{pw}d_{p}\sin\vartheta_{p1} + d_{p}\left(\xi_{p1} - l_{p0}\right)\cos\vartheta_{p1} - d_{pw}l_{ps1}\cos\vartheta_{p1} + \\ &+ l_{ps1}\left(\xi_{p1} - l_{p0}\right)\sin\vartheta_{p1} \\ a_{15} &= \xi_{p1} - l_{p0} - d_{p}\sin\vartheta_{p1} + l_{ps1}\cos\vartheta_{p1} \\ a_{21} &= d_{pw}^{2} + d_{p}^{2} + l_{ps2}^{2} + \left(\xi_{p2} - l_{p0}\right)^{2} + 2d_{pw}d_{p}\cos\vartheta_{p2} - \\ &+ 2d_{p}\left(\xi_{p2} - l_{p0}\right)\sin\vartheta_{p2} + 2d_{pw}l_{ps2}\sin\vartheta_{p2} + 2l_{ps2}\left(\xi_{p2} - l_{p0}\right)\cos\vartheta_{p2} \\ a_{22} &= d_{pw} + d_{p}\cos\vartheta_{p2} + l_{ps2}\sin\vartheta_{p2} \\ a_{23} &= d_{p}^{2} + l_{ps2}^{2} + d_{pw}d_{p}\cos\vartheta_{p2} - d_{p}\left(\xi_{p2} - l_{p0}\right)\sin\vartheta_{p2} + d_{pw}l_{ps2}\sin\vartheta_{p2} + \\ &+ l_{ps2}\left(\xi_{p2} - l_{p0}\right)\cos\vartheta_{p2} \\ a_{24} &= d_{pw}d_{p}\sin\vartheta_{p2} + d_{p}\left(\xi_{p2} - l_{p0}\right)\cos\vartheta_{p2} - d_{pw}l_{ps2}\cos\vartheta_{p2} + \\ &+ l_{ps2}\left(\xi_{p2} - l_{p0}\right)\sin\vartheta_{p2} \\ a_{25} &= \xi_{p2} - l_{p0} - d_{p}\sin\vartheta_{p2} + l_{ps2}\cos\vartheta_{p2} \end{aligned}$$

$$(8.26)$$

Wartości przykładowe parametrów modelu wyrzutni:

- 1. Parametry opisujące elementy inercyjne:
 - a) platforma $m_w = 290 \text{ kg}$ $I_{wz} = 64 \text{ kgm}^2$ b) układ dwóch prowadnic $m_{pw} = 28 \text{ kg}$ $I_{pwz} = 6 \text{ kgm}^2$
- 2. Parametry opisujące elementy nieinercyjne:

| a) | zawieszenie platformy | |
|----|------------------------------------|------------------------------|
| | $k_{w11} = 700000 \text{ N/m}$ | $c_{w11} = 400 \text{ Ns/m}$ |
| | $k_{w12} = 700000 \text{ N/m}$ | $c_{w12} = 400 \text{ Ns/m}$ |
| b) | zawieszenie układu dwóch prowadnic | |
| | | 10037 |

| $k_{w21} = 700000 \text{ N/m}$ | $c_{w21} = 400 \text{ Ns/m}$ |
|--------------------------------|------------------------------|
| $k_{w22} = 700000 \text{ N/m}$ | $c_{w22} = 400 \text{ Ns/m}$ |

- 3. Charakterystyka geometryczna:
 - a) platforma

206

| | _ | położenie elementów nieinercyjnych | |
|----|----|------------------------------------------|----------------------------|
| | | $l_{w1} = 1.1 \text{ m}$ | $l_{w2} = 1.8 \text{ m}$ |
| | _ | położenie środka masy S_w | $l_{ws} = 1.45 \text{ m}$ |
| b) | uk | ład dwóch prowadnic: | |
| | _ | położenie elementów nieinercyjnych | $l_{0w} = 0.11 \text{ m}$ |
| | _ | położenie środka masy S_{pw} | $l_{pws} = 0.13 \text{ m}$ |
| | - | położenie punktu 0_{pw1} lub 0_{pw2} | $l_{p0} = 0.97 \text{ m}$ |
| | _ | położenie bieżni prowadnicy | $d_{pw} = 0.06 \text{ m}$ |

8.2.4. Równania ruchu pocisku rakietowego

W niniejszym rozdziale przedstawione są równania ruchu względnego dwóch pocisków rakietowych, z których każdy tworzy parę kinematyczną z prowadnicą wyrzutni. Podane są równania reprezentujące ruch każdej rakiety względem prowadnicy. Ruch ten jest konsekwencją struktury "dwie podpory". Uwzględnione są również założenia na podstawie, których określony jest ruch rakiety jaki realizuje ona w wyniku struktury "podparcie ciągłe". Uzupełnieniem równań ruchu są zależności kinematyczne.

8.2.4.1. Pocisk rakietowy znajdujący się w górnej prowadnicy

Pocisk rakietowy znajdujący się w górnej prowadnicy oznaczony jest jako rakieta nr 1. Do określenia ruchu pocisku rakietowego oznaczonego jako rakieta nr 1 względem górnej prowadnicy wyrzutni przyjęto trzy współrzędne niezależne:

• pocisk rakietowy – układ zmienny w czasie : ξ_{p1} , θ_{p1} , φ_{p1}

Równania ruchu:

(Czwarta część układu równań ruchu zestawu przeciwlotniczego)

Niektóre oznaczenia i wielkości fizyczne podane są na rysunku 8.6 i 8.7.

$$\begin{array}{l} m_{p1}\ddot{\xi}_{p1} - m_{p1}a_{12}\ddot{\mathcal{B}}_{pw} - m_{p1}(d_{p}\cos\vartheta_{p1} + l_{ps1}\sin\vartheta_{p1})\ddot{\mathcal{B}}_{p1} + m_{p1}l_{02}\ddot{\mathcal{Y}}_{pw} + \\ - m_{p1}a_{15}\dot{\mathcal{B}}_{pw}^{2} + m_{p1}(d_{p}\sin\vartheta_{p1} - l_{ps1}\cos\vartheta_{p1})\dot{\mathcal{B}}_{p1}^{2} - \\ + 2m_{p1}(d_{p}\sin\vartheta_{p1} - l_{ps1}\cos\vartheta_{p1})\dot{\mathcal{B}}_{pw}\dot{\mathcal{B}}_{p1} = P_{ss1}\cos\vartheta_{p1} + \\ - m_{p1}g\sin(\vartheta_{pwo} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{pwst}) \end{array} \right\}$$
(8.27)

$$\begin{bmatrix} m_{p1} (d_p^2 + l_{ps1}^2) + I_{p1z}] \ddot{\mathcal{G}}_{p1} + (m_{p1}a_{13} + I_{p1z}) \ddot{\mathcal{G}}_{pw} + m_{p1} (l_{11} - l_{14}) \ddot{\mathcal{Y}}_{pw} + \\ - m_{p1} (d_p \cos \vartheta_{p1} + l_{ps1} \sin \vartheta_{p1}) \ddot{\mathcal{E}}_{p1} + m_{p1}a_{14} \dot{\vartheta}_{pw}^2 + \\ - 2m_{p1} \dot{\vartheta}_{pw} \dot{\mathcal{E}}_{p1} (d_p \sin \vartheta_{p1} - l_{ps1} \cos \vartheta_{p1}) = m_{p1}g (l_{14} - l_{11}) - P_{ss1}d_p \end{bmatrix}$$

$$(8.28)$$

$$I_{p1x} \ddot{\varphi}_{p1} = M_{ss1}$$

$$(8.29)$$

gdzie założenia obowiązujące dla struktury "podparcie ciągłe":

a)
$$\mathcal{P}_{p1} = 0$$
 (8.30)
b) równanie (8.28) nie jest uwzględniane.

Wartości przykładowe parametrów modelu pocisku rakietowego

Wartości przykładowe parametrów modelu rakiety nr 1 dotyczące jej masy, charakterystyki rozkładu masy, charakterystyki geometrycznej i charakterystyki silnika startowego są analogiczne jak podane w podrozdziale 4.4. Po zastąpieniu indeksu *i* cyfrą 1 i odrzuceniu parametrów wynikających z ruchu przestrzennego otrzymuje się zależności dotyczące rakiety nr 1 poruszającej się w płaszczyźnie pionowej.

Zależności kinematyczne

Położenie środka masy S_{p1} rakiety nr 1 w układzie współrzędnych $0_{pw} x_{pw} y_{pw} z_{pw}$:

$$\vec{r}_{p1}(r_{p1x_{pw}}, r_{p1y_{pw}})$$

$$r_{p1x_{pw}} = l_{ps1}\cos(\theta_{pw0} + \theta_{pw} + \theta_{p1}) - d_{pw}\sin(\theta_{pw0} + \theta_{pw}) + + (\xi_{p1} - l_{p0})\cos(\theta_{pw0} + \theta_{pw}) - d_{p}\sin(\theta_{pw0} + \theta_{pw} + \theta_{p1})$$

$$r_{p1y_{pw}} = l_{ps1}\sin(\theta_{pw0} + \theta_{pw} + \theta_{p1}) + d_{pw}\cos(\theta_{pw0} + \theta_{pw}) + + (\xi_{p1} - l_{p0})\sin(\theta_{pw0} + \theta_{pw}) + d_{p}\cos(\theta_{pw0} + \theta_{pw} + \theta_{p1}) + y_{pw}$$
(8.31)

Współrzędne wektora prędkości środka masy S_{p1} rakiety nr 1 w układzie współrzędnych $0_{pw}x_{pw}y_{pw}z_{pw}$:

$$\vec{V}_{p1} \Big(V_{p1x_{pw}}, V_{p1y_{pw}} \Big)$$

$$V_{p1x_{pw}} = \Big(\dot{\xi}_{p1} - d_{pw} \dot{\vartheta}_{pw} \Big) \cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) - \Big(\xi_{p1} - l_{p0} \Big) \dot{\vartheta}_{pw} \sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) + \\ - \Big(\dot{\vartheta}_{pw} + \dot{\vartheta}_{p1} \Big) \Big[d_{p} \cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p1}) + l_{ps1} \sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p1}) \Big]$$
(8.32)

$$V_{p1y_{pw}} = (\dot{\xi}_{p1} - d_{pw}\dot{\vartheta}_{pw})\sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) + (\xi_{p1} - l_{p0})\dot{\vartheta}_{pw}\cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) + (\dot{\vartheta}_{pw} + \dot{\vartheta}_{p1})[d_{p}\sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p1}) - l_{ps1}\cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p1})] + \dot{y}_{pw}$$

Moduł i kąt kierunkowy wektora prędkości środka masy S_{p1} rakiety nr 1

$$V_{p1} = \sqrt{V_{p1x_{pw}}^{2} + V_{p1y_{pw}}^{2}}$$

$$\gamma_{p1} = \arctan\left(\frac{V_{p1y_{pw}}}{V_{p1x_{pw}}}\right)$$
(8.33)

8.2.4.2. Pocisk rakietowy znajdujący się w dolnej prowadnicy

Pocisk rakietowy znajdujący się w dolnej prowadnicy oznaczony jest jako rakieta nr 2. Do określenia ruchu pocisku rakietowego oznaczonego jako rakieta nr 2 względem dolnej prowadnicy wyrzutni przyjęto trzy współrzędne niezależne:

* pocisk rakietowy – układ zmienny w czasie : ξ_{p2} , θ_{p2} , ϕ_{p2}

Równania ruchu:

208

(Piąta część układu równań ruchu zestawu przeciwlotniczego)

Niektóre oznaczenia i wielkości fizyczne podane są na rysunku 8.6 i 8.7.

$$\begin{split} & m_{p2}\ddot{\xi}_{p2} + m_{p2}a_{22}\ddot{g}_{pw} + m_{p2}(d_{p}\cos\theta_{p2} - l_{ps2}\sin\theta_{p2})\ddot{g}_{p2} + \\ & + m_{p2}l_{02}\ddot{y}_{pw} - m_{p2}a_{25}\dot{g}_{pw}^{2} - m_{p2}(d_{p}\sin\theta_{p2} + l_{ps2}\cos\theta_{p2})\dot{g}_{p2}^{2} + \\ & - 2m_{p2}(d_{p}\sin\theta_{p2} + l_{ps2}\cos\theta_{p2})\dot{g}_{pw}\dot{g}_{p2} = P_{ss2}\cos\theta_{p2} + \\ & - m_{p2}g\sin(\theta_{pwo} + \theta_{pw} + \theta_{pwst}) \end{split}$$

$$\end{split}$$

$$\begin{aligned} & \left[m_{p2}(d_{p}^{2} + l_{ps2}^{2}) + I_{p2z} \right] \ddot{g}_{p2} + (m_{p2}a_{23} + I_{p2z}) \ddot{g}_{pw} + m_{p2}(l_{21} + l_{24}) \ddot{y}_{pw} + \\ & + m_{p2}(d_{p}\cos\theta_{p2} - l_{ps2}\sin\theta_{p2}) \ddot{\xi}_{p2} + m_{p2}a_{24}\dot{g}_{pw}^{2} + \\ & + 2m_{p2}\dot{g}_{pw}\dot{\xi}_{p2}(d_{p}\sin\theta_{p2} + l_{ps2}\cos\theta_{p2}) = P_{ss2}d_{p} - m_{p2}g(l_{21} + l_{24}) \end{aligned}$$

$$\end{aligned}$$

$$I_{p2x}\ddot{\varphi}_{p2} = M_{ss2} \tag{8.36}$$

gdzie założenia obowiązujące dla struktury "podparcie ciągłe":

a)
$$\mathcal{G}_{p2} = 0$$
 (8.37)

b) równanie (8.35) nie jest uwzględniane.

Wartości przykładowe parametrów modelu pocisku rakietowego

Wartości przykładowe parametrów modelu rakiety nr 2 dotyczące jej masy, charakterystyki rozkładu masy, charakterystyki geometrycznej i charakterystyki silnika startowego są analogiczne jak podane w podrozdziale 4.4. Po zastąpieniu indeksu *i* cyfrą 2 i odrzuceniu parametrów wynikających z ruchu przestrzennego otrzymuje się zależności dotyczące rakiety nr 2 poruszającej się w płaszczyźnie pionowej.

Zależności kinematyczne

Położenie środka masy S_{p2} rakiety nr 2 w układzie współrzędnych $0_{pw}x_{pw}y_{pw}z_{pw}$:

$$\vec{r}_{p2}(r_{p2x_{pw}}, r_{p2y_{pw}})$$

$$r_{p2x_{pw}} = l_{ps2}\cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p2}) + d_{pw}\sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) - + (\xi_{p2} - l_{p0})\cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) + d_{p}\sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p2})$$

$$r_{p2y_{pw}} = l_{ps2}\sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p2}) - d_{pw}\cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) - + (\xi_{p2} - l_{p0})\sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) - d_{p}\cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p2}) + y_{pw}$$
(8.38)

Współrzędne wektora prędkości środka masy S_{p2} rakiety nr 2 w układzie współrzędnych $0_{pw}x_{pw}y_{pw}z_{pw}$:

$$\begin{split} \vec{V}_{p2} \Big(V_{p2x_{pw}}, V_{p2y_{pw}} \Big) & (8.39) \\ V_{p2x_{pw}} &= \Big(\dot{\xi}_{p2} + d_{pw} \dot{\theta}_{pw} \Big) \cos(\theta_{pw0} + \theta_{pw}) - \big(\xi_{p2} - l_{p0} \big) \dot{\theta}_{pw} \sin(\theta_{pw0} + \theta_{pw}) - \\ &+ \big(\dot{\theta}_{pw} + \dot{\theta}_{p2} \big) \Big[d_p \cos(\theta_{pw0} + \theta_{pw} + \theta_{p2}) - \\ &+ l_{ps2} \sin(\theta_{pw0} + \theta_{pw} + \theta_{p2}) \Big] \\ V_{p2y_{pw}} &= \big(\dot{\xi}_{p2} + d_{pw} \dot{\theta}_{pw} \big) \sin(\theta_{pw0} + \theta_{pw}) + \big(\xi_{p2} - l_{p0} \big) \dot{\theta}_{pw} \cos(\theta_{pw0} + \theta_{pw}) - \\ &+ \big(\dot{\theta}_{pw} + \dot{\theta}_{p2} \big) \Big[d_p \sin(\theta_{pw0} + \theta_{pw} + \theta_{p2}) + \\ &+ l_{ps2} \cos(\theta_{pw0} + \theta_{pw} + \theta_{p2}) \Big] + \dot{y}_{pw} \end{split}$$

Moduł i kąt kierunkowy wektora prędkości środka masy S_{p2} rakiety nr 2:

$$V_{p2} = \sqrt{V_{p2x_{pw}}^2 + V_{p2y_{pw}}^2}$$

$$\gamma_{p2} = \arctan\left(\frac{V_{p2y_{pw}}}{V_{p2x_{pw}}}\right)$$
(8.40)

8.2.5. Równania ruchu giroskopu

W niniejszym rozdziale przedstawione są równania ruchu dwóch giroskopów, z których każdy znajduje się na pokładzie innego pocisku rakietowego. Giroskop nr 1 jest elementem koordynatora pocisku oznaczonego jako rakieta nr 1, który porusza się względem górnej prowadnicy wyrzutni. Giroskop nr 2 jest elementem koordynatora pocisku oznaczonego jako rakieta nr 2, który porusza się względem dolnej prowadnicy wyrzutni. Uzupełnieniem równań ruchu giroskopu jest model matematyczny układu sterującego oraz zależności kinematyczne.

Giroskop nr 1

Do określenia ruchu giroskopu znajdującego się na pokładzie rakiety nr 1 przyjęto trzy współrzędne niezależne:

• giroskop – ciało doskonale sztywne : ψ_{G1} , ϑ_{G1} , φ_{G1}

Giroskop nr 2

Do określenia ruchu giroskopu znajdującego się na pokładzie rakiety nr 2 przyjęto trzy współrzędne niezależne:

• giroskop – ciało doskonale sztywne : ψ_{G2} , ϑ_{G2} , φ_{G2}

Ze względu na unifikację modelu matematycznego dotyczącego dwóch giroskopów wprowadzono indeks *i*. Po zastąpieniu indeksu *i* odpowiednią cyfrą otrzymujemy:

i=1 – oznacza zależności matematyczne dotyczące giroskopu nr 1,

i = 2 – oznacza zależności matematyczne dotyczące giroskopu nr 2.

Nie wszystkie zależności podlegają unifikacji, w takim przypadku zapisane są odpowiednio z indeksem 1 lub 2.

Równania ruchu:

(Szósta część układu równań ruchu zestawu przeciwlotniczego)

Niektóre oznaczenia i wielkości fizyczne podane są na rysunku 8.8 i 8.9.

$$\begin{pmatrix} I_{Kix_{w}} \sin^{2} \vartheta_{Gi} + I_{Kiy_{w}} \cos^{2} \vartheta_{Gi} \end{pmatrix} \ddot{\psi}_{Gi} + I_{Kix_{w}} \ddot{\varphi}_{Gi} \sin \vartheta_{Gi} + \\ + I_{Kix_{w}} \left[\dot{\vartheta}_{Gi} + \left(\omega_{pix_{p}} \sin \psi_{Gi} + \omega_{piz_{p}} \cos \psi_{Gi} \right) \right] \dot{\varphi}_{Gi} \cos \vartheta_{Gi} + \\ + I_{Kiz_{w}} \left(\omega_{piz_{p}} \sin \psi_{Gi} - \omega_{pix_{p}} \cos \psi_{Gi} \right) \dot{\vartheta}_{Gi} + \\ + \frac{1}{2} \left(I_{Kix_{w}} - I_{Kiy_{w}} \right) \left(\dot{\omega}_{pix_{p}} \cos \psi_{Gi} - \dot{\omega}_{piz_{p}} \sin \psi_{Gi} \right) \sin 2\vartheta_{Gi} + \\ + \left(I_{Kix_{w}} - I_{Kiy_{w}} \right) \left[\dot{\psi}_{Gi} \sin 2\vartheta_{Gi} + \left(\omega_{pix_{p}} \cos \psi_{Gi} - \omega_{piz_{p}} \sin \psi_{Gi} \right) \cos 2\vartheta_{Gi} \right] \dot{\vartheta}_{Gi} + \\ + \frac{1}{2} \left(I_{Kix_{w}} \cos^{2} \vartheta_{Gi} + I_{Kiy_{w}} \sin^{2} \vartheta_{Gi} - I_{Kiz_{w}} \right) \left(\omega_{pix_{p}}^{2} - \omega_{piz_{p}}^{2} \right) \sin 2\psi_{Gi} + \\ + \left[\left(I_{Kix_{w}} \cos^{2} \vartheta_{Gi} + I_{Kiy_{w}} \sin^{2} \vartheta_{Gi} \right) \cos 2\psi_{Gi} + I_{Kiz_{w}} \sin 2\psi_{Gi} \right] \omega_{pix_{p}} \omega_{piz_{p}} \\ = M_{Zi} - c_{Zi} \dot{\psi}_{Gi}$$

$$I_{Kiz_{w}}\left[\ddot{\mathcal{B}}_{Gi}+\left(\dot{\omega}_{pix_{p}}-\omega_{piz_{p}}\dot{\psi}_{Gi}\right)\sin\psi_{Gi}+\left(\dot{\omega}_{piz_{p}}+\omega_{pix_{p}}\dot{\psi}_{Gi}\right)\cos\psi_{Gi}\right]+$$

$$+I_{Kix_{w}}\left[\left(\omega_{pix_{p}}\cos\psi_{Gi}-\omega_{piz_{p}}\sin\psi_{Gi}\right)\dot{\varphi}_{Gi}\sin\vartheta_{Gi}-\dot{\psi}_{Gi}\dot{\varphi}_{Gi}\cos\vartheta_{Gi}\right]+$$

$$+\frac{1}{2}\left(I_{Kix_{w}}-I_{Kiy_{w}}\right)\left(\omega_{piz_{p}}^{2}\sin^{2}\psi_{Gi}-\dot{\psi}_{Gi}^{2}-\omega_{pix_{p}}\omega_{piz_{p}}\sin2\psi_{Gi}\right)\sin2\vartheta_{Gi}+$$

$$+\left(I_{Kix_{w}}-I_{Kiy_{w}}\right)\left(\omega_{pix_{p}}^{2}\cos^{2}\psi_{Gi}\sin2\vartheta_{Gi}-\omega_{pix_{p}}\dot{\psi}_{Gi}\cos\psi_{Gi}\cos2\vartheta_{Gi}+$$

$$+\omega_{piz_{p}}\dot{\psi}_{Gi}\sin\psi_{Gi}\cos2\vartheta_{Gi}\right)=M_{Wi}-c_{Wi}\dot{\vartheta}_{Gi}$$

$$(8.42)$$

$$I_{Kix_{w}}(\ddot{\varphi}_{Gi} + \ddot{\psi}_{Gi}\sin\theta_{Gi} + \dot{\psi}_{Gi}\dot{\theta}_{Gi}\cos\theta_{Gi}) + I_{Kix_{w}}[\left(\omega_{piz_{p}}\sin\psi_{Gi} - \omega_{pix_{p}}\cos\psi_{Gi}\right)\dot{\theta}_{Gi}\sin\theta_{Gi} + \left(\omega_{piz_{p}}\cos\psi_{Gi} + \omega_{pix_{p}}\sin\psi_{Gi}\right)\dot{\psi}_{Gi}\cos\theta_{Gi}] + I_{Kix_{w}}\left(\dot{\omega}_{pix_{p}}\cos\psi_{Gi} - \dot{\omega}_{piz_{p}}\sin\psi_{Gi}\right)\cos\theta_{Gi} = -c_{Ki}\dot{\phi}_{Gi}$$

$$(8.43)$$

gdzie:

$$\begin{split} & \omega_{pix_p} = \dot{\varphi}_{pi} \\ & \omega_{piz_p} = \dot{\mathcal{Y}}_{pw} + \dot{\mathcal{Y}}_{pi} \end{split}$$

Wartości przykładowe parametrów modelu giroskopu:

Wartości przykładowe parametrów modelu giroskopu dotyczące jego masy, charakterystyki rozkładu masy, charakterystyki geometrycznej i współczynników

tłumienia są analogiczne jak podane w podrozdziale 4.5. Po zastąpieniu indeksu *i* cyfrą 1 lub 2 otrzymuje się zależności dotyczące giroskopu nr 1 lub giroskopu nr 2 sterowanych w płaszczyźnie pionowej.

8.2.5.1. Układ sterowania

Momenty sterujące ramką zewnętrzną (Z) i ramką wewnętrzną (W) sprzęgła Cardana:

$$M_{Zi} = -k_{1ZGi}\psi_{Gi} - k_{2ZGi}\dot{\psi}_{Gi}$$

$$M_{Wi} = k_{1WGi} (\varepsilon_{Li} - \vartheta_{Gi}) + k_{2WGi} (\dot{\varepsilon}_{Li} - \dot{\vartheta}_{Gi})$$

$$(8.44)$$

Parametry opisujące regulator uchybowy typu PD:

- współczynniki wzmocnienia członów regulatora

| $k_{1ZGi} = 1000$ | $k_{2ZGi} = 1$ |
|-------------------|----------------|
| $k_{1WGi} = 1000$ | $k_{2WGi} = 1$ |

8.2.5.2. Równania więzów kinematycznych

Równania ruchu środka masy S_{Gi} giroskopu nr *i* względem celu, którego położenie określone jest przez punkt matematyczny S_c w układzie współrzędnych $S_{Gi}x_{li}y_{li}z_{li}$:

$$\dot{r}_{Li} = V_c \cos(\varepsilon_{Li} - \gamma_c) - V_{Gi} \cos(\varepsilon_{Li} - \gamma_{Gi})$$

$$r_{Li} \dot{\varepsilon}_{Li} = V_{Gi} \sin(\varepsilon_{Li} - \gamma_{Gi}) - V_c \sin(\varepsilon_{Li} - \gamma_c)$$
(8.45)

8.2.5.3. Zależności kinematyczne

Zależności kinematyczne dotyczące Giroskopu nr 1

Położenie środka masy S_{G1} giroskopu nr 1 w układzie współrzędnych $0_{pw} x_{pw} y_{pw} z_{pw}$:

$$\vec{r}_{G1}(r_{G1x_{pw}}, r_{G1y_{pw}})$$

$$r_{G1x_{pw}} = l_{gs1} \cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p1}) - d_{pw} \sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) -$$

$$+ (\xi_{p1} - l_{p0}) \cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) - d_{p} \sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p1})$$
(8.46)

$$r_{G1y_{pw}} = l_{gs1} \sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p1}) + d_{pw} \cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) - (\xi_{p1} - l_{p0}) \sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) + d_{p} \cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p1}) + y_{pw}$$

Współrzędne wektora prędkości środka masy S_{G1} giroskopu nr 1 w układzie współrzędnych $0_{pw} x_{pw} y_{pw} z_{pw}$:

$$\vec{V}_{G1}(V_{G1x_{pw}}, V_{G1y_{pw}})$$

$$V_{G1x_{pw}} = (\dot{\xi}_{p1} - d_{pw}\dot{\theta}_{pw})\cos(9_{pw0} + 9_{pw}) - (\xi_{p1} - l_{p0})\dot{9}_{pw}\sin(9_{pw0} + 9_{pw}) + - (\dot{9}_{pw} + \dot{9}_{p1})[d_{p}\cos(9_{pw0} + 9_{pw} + 9_{p1}) + l_{gs1}\sin(9_{pw0} + 9_{pw} + 9_{p1})]$$

$$V_{G1y_{pw}} = (\dot{\xi}_{p1} - d_{pw}\dot{9}_{pw})\sin(9_{pw0} + 9_{pw}) + (\xi_{p1} - l_{p0})\dot{9}_{pw}\cos(9_{pw0} + 9_{pw}) + - (\dot{9}_{pw} + \dot{9}_{p1})[d_{p}\sin(9_{pw0} + 9_{pw} + 9_{p1}) - l_{gs1}\cos(9_{pw0} + 9_{pw} + 9_{p1})] + \dot{y}_{pw}$$
(8.47)

Moduł i kąt kierunkowy wektora prędkości środka masy S_{K1} giroskopu nr 1:

$$V_{G1} = \sqrt{V_{G1x_{pw}}^{2} + V_{G1y_{pw}}^{2}}$$

$$\gamma_{G1} = \arctan\left(\frac{V_{G1y_{pw}}}{V_{G1x_{pw}}}\right)$$
(8.48)

Zależności kinematyczne dotyczące Giroskopu nr 2

Położenie środka masy S_{G2} giroskopu nr 2 w układzie współrzędnych $0_{pw} x_{pw} y_{pw} z_{pw}$:

$$\vec{r}_{G2}(r_{G2x_{pw}}, r_{G2y_{pw}})$$

$$r_{G2x_{pw}} = l_{gs2} \cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p2}) + d_{pw} \sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) - + (\xi_{p2} - l_{p0}) \cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) + d_{p} \sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p2}) r_{G2y_{pw}} = l_{gs2} \sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p2}) - d_{pw} \cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) - + (\xi_{p2} - l_{p0}) \sin(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw}) - d_{p} \cos(\vartheta_{pw0} + \vartheta_{pw} + \vartheta_{p2}) + y_{pw}$$

$$(8.49)$$

Współrzędne wektora prędkości środka masy S_{G2} giroskopu nr 2 w układzie współrzędnych $0_{pw} x_{pw} y_{pw} z_{pw}$:

$$\vec{V}_{G2} \Big(V_{G2x_{pw}}, V_{G2y_{pw}} \Big)$$

$$V_{G2x_{pw}} = \Big(\dot{\xi}_{p2} + d_{pw} \dot{\theta}_{pw} \Big) \cos(9_{pw0} + 9_{pw}) - \big(\xi_{p2} - l_{p0} \big) \dot{\theta}_{pw} \sin(9_{pw0} + 9_{pw}) - \\ + \big(\dot{\theta}_{pw} + \dot{\theta}_{p2} \big) \Big[d_p \cos(9_{pw0} + 9_{pw} + 9_{p2}) - l_{gs2} \sin(9_{pw0} + 9_{pw} + 9_{p2}) \Big] \\ V_{G2y_{pw}} = \big(\dot{\xi}_{p2} + d_{pw} \dot{\theta}_{pw} \big) \sin(9_{pw0} + 9_{pw}) + \big(\xi_{p2} - l_{p0} \big) \dot{\theta}_{pw} \cos(9_{pw0} + 9_{pw}) - \\ + \big(\dot{\theta}_{pw} + \dot{\theta}_{p2} \big) \Big[d_p \sin(9_{pw0} + 9_{pw} + 9_{p2}) + l_{gs2} \cos(9_{pw0} + 9_{pw} + 9_{p2}) \Big] + \dot{y}_{pw}$$

Moduł i kąt kierunkowy wektora prędkości środka masy S_{K2} giroskopu nr 2:

$$V_{G2} = \sqrt{V_{G2x_{pw}}^2 + V_{G2y_{pw}}^2}$$

$$\gamma_{G2} = \arctan\left(\frac{V_{G2y_{pw}}}{V_{G2x_{pw}}}\right)$$
(8.51)

8.2.6. Równania ruchu celu

Współrzędne wektora prędkości celu w układzie współrzędnych $0_{pw} x_{pw} y_{pw} z_{pw}$:

$$\vec{V_c} \begin{pmatrix} V_{cx_{pw}}, V_{cy_{pw}} \end{pmatrix}$$

$$V_{cx_{pw}} = V_c \cos \gamma_c$$

$$V_{cy_{pw}} = V_c \sin \gamma_c$$
(8.52)

Współrzędne wektora przyspieszenia celu w układzie współrzędnych $S_c x_{vc} y_{vc} z_{vc}$:

$$\vec{a}_{c} \left(a_{cx_{vc}}, a_{cy_{vc}} \right)$$

$$a_{cx_{vc}} = \vec{V}_{c}$$

$$a_{cy_{vc}} = V_{c} \dot{\gamma}_{c}$$

$$(8.53)$$

Współrzędne wektora przeciążenia celu w układzie współrzędnych $S_c x_{vc} y_{vc} z_{vc}$:

$$\vec{n}_{c} \left(n_{cx_{vc}}, n_{cy_{vc}} \right)$$

$$n_{cx_{vc}} = -\frac{1}{g} \left(g \sin \gamma_{c} + a_{cx_{vc}} \right)$$

$$n_{cy_{vc}} = -\frac{1}{g} \left(g \cos \gamma_{c} + a_{cy_{vc}} \right)$$
(8.54)

Wartości przykładowe parametrów modelu celu:

- 1. Parametry opisujące ruch celu:
 - a) przeciążenie działające na cel $n_{cx_{vc}} = -2$ $n_{cy_{vc}} = 5$ b) położenie początkowe $r_{cx_v} = 1400$ m $r_{cy_v} = 1400$ m $V_c = 200$ m/s $\gamma_c = \pi$ rad

8.2.7. Równania równowagi

W równaniach ruchu modelu przeciwlotniczego zestawu rakietowego w płaszczyźnie pionowej występuje dwanaście przemieszczeń statycznych:

Pojazd samochodowy

| - | nadwozie | $\therefore y_{nst}, g_{nst}$ |
|------|-------------------------------------|---------------------------------|
| _ | przedni most pojazdu wraz z kołami | $\therefore y_{11st}$ |
| _ | tylny most pojazdu wraz z kołami | $\therefore y_{12st}$ |
| Oper | ator | |
| _ | fotel | $\therefore y_{f1st}$ |
| _ | pośladki i kończyny dolne | $\therefore y_{clst}$ |
| _ | wątroba, żołądek, śledziona i nerki | $\therefore y_{c2st}$ |
| _ | mózgowie, płuca i serce | $\therefore y_{c3st}$ |
| Wyrz | utnia | |
| _ | platforma | $\therefore y_{wst}, g_{wst}$ |
| _ | układ dwóch prowadnic | $\therefore y_{pwst}, g_{pwst}$ |

Równania równowagi:

| $k_{11}y_{11st} - k_{21}b_{21} + m_{11}g = 0$ | l |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| $k_{12}y_{12st} - k_{22}b_{22} + m_{12}g = 0$ | (0 55) |
| $k_{21}b_{21} + k_{22}b_{22} - k_{w11}b_{w11} - k_{w12}b_{w12} - k_{f1}b_{f1} + m_ng = 0$ | (٥.٥٥) |
| $k_{21}l_{n1}b_{21} - k_{22}l_{n2}b_{22} + k_{w11}l_{w1}b_{w11} + k_{w12}l_{w2}b_{w12} + k_{f1}l_fb_{f1} = 0$ | |
| $k_{w11}b_{w11} + k_{w12}b_{w12} - k_{w21}b_{w21} + m_wg = 0$ | |
| $k_{w11}L_{w1}b_{w11} - k_{w12}L_{w2}b_{w12} + k_{w21}l_{0w}b_{w21} - k_{w22}b_{w22} = 0$ | (9.56) |
| $k_{w21}b_{w21} + (m_{pw} + m_{p1} + m_{p2})g = 0$ | ≻(8.30) |
| $k_{w22}b_{w22} + (m_{pw}b_{pw} + m_{p1}b_{p1} + m_{p2}b_{p2})g = 0$ | |

>
$$\begin{split} k_{f1}b_{f1} - k_{f2}b_{f2} + m_f g &= 0 \\ k_{f2}b_{f2} + k_{c2}b_{c2} + k_{c3}b_{c3} + m_{c1}g &= 0 \\ m_{c2}g - k_{c2}b_{c2} &= 0 \\ m_{c3}g - k_{c3}b_{c3} &= 0 \end{split}$$

gdzie:

$$\begin{split} b_{21} &= y_{nst} + l_{n1} \mathcal{G}_{nst} - y_{11st} \\ b_{22} &= y_{nst} - l_{n2} \mathcal{G}_{nst} - y_{12st} \\ b_{w11} &= y_{wst} + L_{w1} \mathcal{G}_{wst} - y_{nst} + l_{w1} \mathcal{G}_{nst} \\ b_{w12} &= y_{wst} - L_{w2} \mathcal{G}_{wst} - y_{nst} + l_{w2} \mathcal{G}_{nst} \\ b_{w21} &= y_{pwst} - y_{wst} + l_{0w} \mathcal{G}_{wst} \\ b_{w22} &= \mathcal{G}_{pwst} - \mathcal{G}_{wst} \\ b_{pw} &= l_{pws} \cos(\mathcal{G}_{pw0} + \mathcal{G}_{pwst}) \\ b_{p1} &= (l_{ps1} - l_{p0}) \cos(\mathcal{G}_{pw0} + \mathcal{G}_{pwst}) - (d_{p} + d_{w}) \sin(\mathcal{G}_{pw0} + \mathcal{G}_{pwst}) \\ b_{p2} &= (l_{ps2} - l_{p0}) \cos(\mathcal{G}_{pw0} + \mathcal{G}_{pwst}) + (d_{p} + d_{w}) \sin(\mathcal{G}_{pw0} + \mathcal{G}_{pwst}) \\ b_{f1} &= y_{f1st} - y_{nst} + l_{f} \mathcal{G}_{nst} \\ b_{f2} &= y_{c1st} - y_{f1st} \\ b_{c2} &= y_{c1st} - y_{c2st} \\ b_{c3} &= y_{c1st} - y_{c3st} \end{split}$$

8.2.8. Podsumowanie

Opracowany model matematyczny składa się z dwudziestu czterech równań ruchu opisujących zachowanie się hipotetycznego zestawu przeciwlotniczego w warunkach określonych przez przyjęte założenia. Zależności stanowiące układ równań ruchu samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego w płaszczyźnie pionowej to: (8.1), (8.2), (8.3), (8.4), (8.12), (8.13), (8.14), (8.15), (8.17), (8.18), (8.19), (8.20), (8.27), (8.28), (8.29), (8.34), (8.35), (8.36), (8.41), (8.42) i (8.43). Na podstawie otrzymanych równań ruchu układu można dokonać klasyfikacji modelu matematycznego. Sformułowany model matematyczny zestawu przeciwlotniczego jest:

- nieliniowy geometrycznie (równania ruchu giroskopów i układu prowadnica-rakieta),
- zdeterminowany,
- zmienny w czasie,
- dyssypatywny,
- nieswobodny.

Przedstawione dodatkowe zależności analityczne uwzględniają:

- a) człony sterujące:
 - momenty sterujące ruchem giroskopu nr 1 i 2;
- b) równania kinematyczne:
 - równania niezbędne do wyznaczenia trajektorii i wielkości kinematycznych charakteryzujących ruch rakiety nr 1 i 2,
 - równania niezbędne do wyznaczenia przebiegu zmienności sygnału pożądanego w układzie sterowania zaimplementowanym w rakiecie nr 1 i 2;
- c) równania ruchu celu:
 - równania niezbędne do wyznaczenia trajektorii i wielkości kinematycznych charakteryzujących ruch celu oraz jednocześnie niezbędne do wyznaczenia przebiegu zmienności sygnału pożądanego w układzie sterowania zaimplementowanym w rakiecie nr 1 i 2;
- d) parametry opisane funkcjami zmiennymi w czasie:
 - charakterystyka bezwładności rakiety nr 1 i 2,
 - charakterystyka silnika startowego rakiety nr 1 i 2.

Zredukowanie równań ruchu z czterdziestu jeden dla układu przestrzennego do dwudziestu jeden dla układu w płaszczyźnie pionowej pozwala na efektywne obliczenia numeryczne złożonej struktury wyrzutni. Model wyrzutni w płaszczyźnie pionowej zapewnia analizę zjawisk fizycznych towarzyszących startowi rakiet z układu prowadnic połączonego z platformą za pomocą elementów podatnych. Studium dynamiki zestawu przeciwlotniczego rozszerzone jest dzięki możliwości przeprowadzenia rozważań dotyczących zmiany struktury pary kinematycznej prowadnica-rakieta w trakcie ruchu rakiety wzdłuż prowadnicy wyrzutni. W porównaniu z modelem przestrzennym tak rozwiązana struktura układu wyrzutni umożliwia pogłębienie i uzupełnienie badań bez konieczności obniżenia ich efektywności.

8.3. Symulacja numeryczna ruchu zestawu przeciwlotniczego

Analogicznie jak w przypadku matematycznego modelu przestrzennego została przeprowadzona symulacja numeryczna działania sformułowanego układu w płaszczyźnie pionowej. Wyniki otrzymano przy wykorzystaniu programu komputerowego zredagowanego przez autora w systemie Borland C++. Opracowanie struktury "dwie podpory" oraz wprowadzenie więzów podatnych w zamocowaniu układu prowadnic określa nową jakość układu. W związku z tym rozważania skoncentrowane zostały na zachowaniu się układu prowadnic oraz na uwzględnieniu zjawisk fizycznych wynikających ze współpracy pary kinematycznej prowadnica-rakieta. Na podstawie przeprowadzonej analizy opracowanego modelu przedstawione zostaną wybrane wyniki dla ściśle określonych warunków początkowych. Prowadnica wyrzutni pochylona jest pod kątem $\mathcal{G}_{pw0} = 45 \text{ deg}$. Kąt ten uwarunkowany jest momentem przejścia układów giroskopowych obu rakiet w stan śledzenia. Moment ten wybierany jest przez określenie początkowego położenia celu względem zestawu dla czasu t = 0. Strzelanie rakietami odbywa się do manewrującego celu z przedniej półsfery. Uwzględnione są dwie opcje określające zachowanie się pojazdu samochodowego:

 pojazd samochodowy pozostaje w spoczynku, tzn. nie realizuje ruchu podstawowego,

 pojazd samochodowy przejeżdża przez poprzeczny garb o określonym profilu, oraz dwie opcje określające układ prowadnica-rakieta:

- 1) struktura "podparcie ciągłe" o dwóch stopniach swobody,
- 2) struktura "dwie podpory" o trzech stopniach swobody.

Rysunki obrazujące zaburzenia powstające w zestawie przeciwlotniczym w trakcie startu danego pocisku oznaczone są napisami odpowiednio rakieta 1 lub 2. Chwile reprezentujące zjawiska fizyczne generowane w kolejnych fazach ruchu zestawu przeciwlotniczego oznaczone są punktami 0, 11, 12, 13, 14, 21, 22, 23, 24 i 3. Punkty te uwzględniają między innymi charakterystyczne momenty występujące w ruchu każdej z obu rakiet wzdłuż prowadnicy. Interpretacja poszczególnych punktów jest następująca:

Początek obserwacji ruchu zestawu:

 punkt 0 – rozpoczynają pracę układy giroskopowe rakiety nr 1 i 2, chwila czasu: t = 0 s

Rakieta nr 1:

- punkt 11 rozpoczyna pracę silnik startowy, chwila czasu: t = 1 s
- punkt 12 pierwsza podpora opuszcza wyrzutnię, chwila czasu: czas ten zależy m.in. od dynamiki układu
- punkt 13 silnik startowy kończy pracę, chwila czasu: t = 1.07 s
- punkt 14 pocisk opuszcza wyrzutnię. chwila czasu: czas ten zależy m.in. od dynamiki układu

Rakieta nr 2:

- punkt 21 rozpoczyna pracę silnik startowy, chwila czasu: t = 2 s
- punkt 22 pierwsza podpora opuszcza wyrzutnię, chwila czasu: czas ten zależy m.in. od dynamiki układu
- punkt 23 silnik startowy kończy pracę, chwila czasu: t = 2.07 s

 punkt 24 – pocisk opuszcza wyrzutnię, chwila czasu:
czas ten zależy m.in. od dynamiki układu

Koniec obserwacji ruchu zestawu:

• punkt 3 – chwila czasu: t = 3 s.

Odpowiednie punkty określone dla rakiety nr 1 i 2 mają analogiczną interpretację, ale zjawiska im towarzyszące zachodzą w innych warunkach. Różnica w panujących warunkach wynika ze zmiany wartości parametrów wyznaczających ruch celu i drgań układu spowodowanych startem pierwszej rakiety. Przebieg zmienności wielkości fizycznych charakteryzujących ruch zestawu przeciwlotniczego rozpatrywany jest przez okres trzech sekund. W tym okresie czasu wyróżnione są trzy podstawowe fazy ruchu I, II i III oraz osiem faz składowych II1, II2, II3, II4, III1, III2, III3 i III4:

- I faza od punktu 0 do punktu 11:
 - 1) zestaw przeciwlotniczy jest układem niezmiennym w czasie,
 - 2) działają układy śledzenia rakiety nr 1 i 2,
 - na pojazd działa wymuszenie od strony drogi lub zestaw znajduje się w położeniu równowagi statycznej.
- II faza od punktu 11 do punktu 21:
 - **II1** faza od punktu 11 do punktu 12:
 - 1) zestaw przeciwlotniczy jest układem zmiennym w czasie:
 - a) parametry charakteryzujące bezwładność zestawu zmieniają się w sposób ciągły:
 - zmienia się masa, środek masy i momenty bezwładności rakiety nr 1,
 - zmienia się rozkład masy zestawu,
 - 2) rakieta nr 1 porusza się wzdłuż prowadnicy,
 - 3) działają układy śledzenia rakiety nr 1 i 2.
 - II2 faza od punktu 12 do punktu 13:
 - 1) zestaw przeciwlotniczy jest układem zmiennym w czasie:
 - a) parametry charakteryzujące bezwładność zestawu zmieniają się w sposób ciągły:
 - zmienia się masa, środek masy i momenty bezwładności rakiety nr 1,
 - zmienia się rozkład masy zestawu,
 - b) w punkcie 12 następuje zmiana struktury układu, para kinematyczna prowadnica-rakieta nr 1 przestaje być układem o dwóch stopniach swobody, a staje się układem o trzech stopniach swobody,
 - 2) rakieta nr 1 porusza się wzdłuż prowadnicy,
 - 3) działają układy śledzenia rakiety nr 1 i 2.

II3 faza – od punktu 13 do punktu 14:

- 1) zestaw przeciwlotniczy jest układem zmiennym w czasie:
 - a) parametry charakteryzujące bezwładność zestawu zmieniają się w sposób ciągły:

zmienia się rozkład masy zestawu,

- b) w punkcie 14 parametry charakteryzujące bezwładność zestawu zmieniają się w sposób dyskretny,
- c) w punkcie 14 następuje zmiana struktury układu,
- 2) rakieta nr 1 porusza się wzdłuż prowadnicy,
- a) rakieta nr 1 w punkcie 14 opuszcza wyrzutnię i porusza się w kierunku celu,
- 3) działają układy śledzenia rakiety nr 1 i 2.

II4 faza – od punktu 14 do punktu 21:

- 1) zestaw przeciwlotniczy jest układem niezmiennym w czasie,
- 2) działa układ śledzenia rakiety nr 2.

III faza – od punktu 21 do punktu 3:

III1 faza – od punktu 21 do punktu 22.

III2 faza – od punktu 22 do punktu 23.

III3 faza – od punktu 23 do punktu 24.

III4 faza – od punktu 24 do punktu 3.

Interpretacja fazy III jest analogiczna jak fazy II. Zjawiska fizyczne występujące w fazie I wynikają z wymuszenia działającego na pojazd samochodowy od strony drogi, w fazie II wynikają z ruchu rakiety nr 1 wzdłuż prowadnicy wyrzutni oraz w fazie III z ruchu rakiety nr 2 wzdłuż prowadnicy wyrzutni.

8.3.1. Start rakiet z pojazdu samochodowego pozostającego w spoczynku

Pojazd samochodowy pozostaje w spoczynku, tzn. nie realizuje ruchu podstawowego i brak jest wymuszenia zewnętrznego od strony drogi. Przyczyną generowania zaburzeń w układzie jest wyłącznie ruch rakiety wzdłuż prowadnicy wyrzutni. W związku z tym zestaw znajduje się w położeniu równowagi statycznej do chwili startu pierwszej rakiety. Porównywane są wybrane odpowiedzi zestawu przeciwlotniczego dla dwóch opcji określających układ prowadnica-rakieta:

a) struktura "podparcie ciągłe" o dwóch stopniach swobody,

b) struktura "dwie podpory" o trzech stopniach swobody.

Ze względu na omówienie w rozdziale 5 zjawisk fizycznych towarzyszących ruchowi układu, obecnie interpretacja wyników skoncentrowana zostanie na analizie różnic wynikających z przyjęcia struktury układu prowadnica-rakieta.

8.3.1.1. Ruch rakiet na wyrzutni

Rakieta wraz z prowadnicą stanowią parę kinematyczną, której struktura wpływa na ruch każdego z członów składowych. Na rysunku 8.12 przedstawiony jest przebieg zmienności przyspieszenia liniowego rakiety nr 1 i 2 w funkcji czasu, dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory". Przyspieszenie to charakteryzuje ruch rakiety względem prowadnicy. Różnica warunków panujących w trakcie startu każdej rakiety jest przyczyną wypracowania przez zestaw w obu przypadkach innych wartości przyspieszenia względnego w trakcie trwania ruchu pocisku wzdłuż prowadnicy.



Rys. 8.12. Porównanie przyspieszenia liniowego: a) rakiety 1, b) rakiety 2, w trakcie ruchu względem układu prowadnic dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory"

Na skutek opuszczenia wyrzutni przez rakietę nr 1 zmianie uległa charakterystyka bezwładności układu prowadnica-rakieta. W chwili startu rakiety nr 1 rakieta nr 2 jest sztywno połączona z prowadnica, natomiast w chwili startu rakiety nr 2 rakiety nr 1 nie ma już na wyrzutni. Zmiana masy, środka masy i momentów bezwładności układu prowadnica-rakieta wpływa na odmienny przebieg zmienności przyspieszenia względnego obu rakiet. Zmiana struktury układu występująca w punkcie 12 nie powoduje istotnej zmiany w przebiegu zmienności liniowego przyspieszenia względnego rakiety nr 1, natomiast w punkcie 22 powoduje skok wartości przyspieszenia względnego rakiety nr 2. Inna charakterystyka bezwładności układu prowadnica-rakieta spowodowana redukcja masy w punkcie 14 i wzbudzenie zestawu startem rakiety nr 1 sprawiają, że rakieta nr 2 staje się wrażliwa na zmianę struktury. Zmiana struktury układu prowadnica-rakieta następuje po upływie czasu t = 0.05845 s od chwili startu rakiety nr 1 i t = 0.05863 s od chwili startu rakiety nr 2. Czas ruchu rakiety nr 1 i nr 2 wzdłuż prowadnicy wyrzutni, w zależności od struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory", przedstawiony jest w tabeli 8.1.

Tabela 8.1

| Rakieta nr 1 | | Rakieta nr 2 | |
|------------------|--------------|------------------|--------------|
| podparcie ciągłe | dwie podpory | podparcie ciągłe | dwie podpory |
| 0.09880 s | 0.09880 s | 0.09890 s | 0.09901 s |

Różnice w przebiegu zmienności liniowego przyspieszenia względnego wynikające ze struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory" są generalnie niewielkie.

Na rysunku 8.13 przedstawiony jest przebieg zmienności przyspieszenia katowego rakiety nr 1 i nr 2 w funkcji czasu, dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory". Mówiąc o kątowym przyspieszeniu względnym mamy na uwadze wyłącznie przyspieszenie wynikające z ruchu pochylania. Przed wystrzeleniem z wyrzutni rakieta jest sztywno połączona z prowadnicą. Rakieta nr 1 w fazie I oraz rakieta nr 2 w fazie I i II nie przemieszcza się względem prowadnicy, zatem przyspieszenie względne jest równe zero. Zmiana struktury układu następuje w punkcie 12, zatem więzy nałożone na ruch rakiety nr 1w fazie II1 nie pozwalają na jej pochylenie względem prowadnicy. Analogicznie jest dla rakiety nr 2 w fazie III1. W wyniku współpracy rakiety z prowadnicą w ramach obowiązującej tę parę kinematyczną struktury przyspieszenie kątowe jest równe zero. W chwili czasu oznaczonej odpowiednio przez punkt 12 i 22 następuje zmiana struktury układu. Pojawia się dodatkowy stopień swobody, który wykorzystują siły zewnętrzne i siły bezwładności przyłożone do rakiety w celu nadania jej ruchu pochylania. Skutkiem działania obciążenia jest skok wartości przyspieszenia kątowego. W fazach odpowiednio II2, II3 i III2, III3 przebieg zmian wartości przyspieszenia kątowego jest wynikiem wzajemnej koincydencji oddziaływań między rakieta i prowadnica. W punkcie 13 dla rakiet nr 1 i punkcie 23 dla rakiet nr 2 silnik startowy kończy prace i bryła pocisku nie jest już obciążona ciągiem. Konsekwencją redukcji ciągu do zera jest skok wartości przyspieszenia. Start rakiety nr 1 pobudza układ do drgań, które przenoszą się na rakietę nr 2. Różnica warunków panujących w trakcie startu każdej rakiety jest przyczyną wypracowania przez zestaw w obu przypadkach innych wartości względnego przyspieszenia katowego w trakcie trwania ruchu pocisku wzdłuż prowadnicy. Warunki kształtowane są m.in. przez masę układu i jej rozkład. Po opuszczeniu wyrzutni przez rakietę nr 1 zmianie ulega charakterystyka bezwładności układu prowadnicarakieta, a tym samym również jego własności dynamiczne. W punktach 22 i 23 występujące nieciągłości charakteryzuje większy skok wartości przyspieszenia względnego niż w odpowiadających im punktach 12 i 13. Również poziom fluktuacji wartości przyspieszenia katowego jest w przypadku rakiety nr 2 wiekszy niż rakiety nr 1.

Różnice w przebiegu zmienności względnego przyspieszenia kątowego wynikające ze struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory" są w fazach odpowiednio II2, II3 i III2, III3 duże.



Rys. 8.13. Porównanie przyspieszenia kątowego: a) rakiety 1, b) rakiety 2, w trakcie ruchu pochylenia względem układu prowadnic dla struktury "podparcie ciągle" i "dwie podpory"

Na rysunku 8.14 przedstawiona jest faza II3 i III3 przebiegu zmienności prędkości liniowej odpowiednio rakiety nr 1 i 2 w funkcji czasu, dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory". Zmiana struktury pary kinematycznej prowadnicarakieta powoduje niewielką różnicę w charakterystyce funkcji modułu wektora prędkości liniowej rakiety nr 1 i większą różnicę dla rakiety nr 2. Rakiety opuszczają wyrzutnię z nieco inną prędkością liniową.



Rys. 8.14. Porównanie prędkości liniowej: a) rakiety 1, b) rakiety 2, dla struktury "podparcie ciągle" i "dwie podpory"

Przebiegi zmienności kątów kierunkowych wektora prędkości liniowej obu rakiet dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory" różnią się od siebie (rys. 8.15). Rakiety opuszczają wyrzutnię w każdym przypadku z innymi kątami kierunkowymi wektora prędkości liniowej. Struktura "dwie podpory" sprzyja mniejszej fluktuacji tych kątów w czasie.

Zmiana struktury pary kinematycznej prowadnica-rakieta powoduje, że rakiety opuszczają wyrzutnię z inaczej określonymi wektorami prędkości liniowej.



Rys. 8.15. Porównanie kątów kierunkowych wektora prędkości liniowej: a) rakiety 1, b) rakiety 2, dla struktury "podparcie ciągle" i "dwie podpory"

8.3.1.2. Sterowanie giroskopem

Zastosowane sterowanie giroskopem jest na tyle odporne na wpływ zaburzeń, że zmiana struktury pary kinematycznej prowadnica-rakieta w niewielkim stopniu wpływa na jego ruch. Przebiegi zmienności kąta pochylenia giroskopu w przypadku struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory" są porównywalne dla obu rakiet (rys. 8.16).



Rys. 8.16. Porównanie kąta pochylenia: a) giroskopu 1, b) giroskopu 2, dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory"

Na rysunku 8.17a przedstawiony jest przebieg zmienności prędkości kątowej linii obserwacji celu oraz prędkości kątowej pochylenia giroskopu rakiety nr 1 w funkcji czasu dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory". Zmiana struktury pary kinematycznej prowadnica-rakieta nie powoduje istotnych zmian w charakterystyce funkcji określającej prędkość kątową pochylenia giroskopu. Nieco szerzej omówimy zależność miedzy predkościa katowa linii obserwacji celu oraz predkością kątową pochylenia giroskopu. Charakterystyki te nie były jeszcze omawiane w kontekście procesu sterowania giroskopem. W fazie I oba przebiegi są porównywalne, zatem pochodna uchybu sterowania jest bliska zera. Od punktu 11 następuje wyraźna rozbieżność obu charakterystyk. W fazie II1 i II2 prędkość uchybu sterowania rośnie nieliniowo do punktu 13. Prędkość katowa pochylenia giroskopu nr 1 na poczatku fazy II1 bardzo szybko maleje. Oznacza to wysoka czułość układu sterowania na zaburzenia spowodowane startem rakiety. W punkcie 11 rozpoczyna pracę silnik startowy, co powoduje, że w jednej chwili czasu przyłożone jest do bryły pocisku obciążenie. Wartość wypadkowego ciągu oraz momentu nadającego rakiecie ruch obrotowy wokół osi podłużnej wynika z charakterystyki silnika startowego. Powstające w jednej chwili czasu wymuszenie destabilizuje proces śledzenia linii obserwacji celu przez oś giroskopu. Po chwili spadek wartości prędkości kątowej jest zdecydowanie mniejszy i taka tendencja utrzymuje się do końca fazy II2. Wygenerowany moment sterujący pozwolił na zmniejszenie negatywnej reakcji układu giroskopowego, która została spowodowana nagłą zmianą warunków śledzenia. Na zmiane warunków śledzenia układ sterowania zareagował z pewna bezwładnościa. Zmiana struktury pary kinematycznej prowadnica-rakieta w punkcie 12 nie wpływa na zmianę charakterystyki. Na początku fazy II3 prędkość kątowa pochylenia giroskopu nr 1 bardzo szybko rośnie i osiąga prędkość zbliżoną do prędkości kątowej linii obserwacji celu. W dalszej części fazy II3 oba przebiegi są porównywalne, zatem pochodna uchybu sterowania jest bliska zera. Pocisk opuszcza wyrzutnię dysponując niewielką pochodną uchybu.



Rys. 8.17. Porównanie prędkości kątowej w ruchu pochylenia: a) giroskopu 1, b) giroskopu 2, dla struktury "podparcie ciągle" i "dwie podpory"

Rysunek 8.17b prezentuje analogiczne charakterystyki jak rysunek 8.17a, ale dotyczy układu śledzenia rakiety nr 2. Interpretacja otrzymanych wyników jest w obu przypadkach porównywalna, poza zachowaniem się giroskopu nr 2 w fazie III2 dla struktury "dwie podpory". Od punktu 22 prędkość kątowa pochylenia tego giroskopu najpierw bardzo szybko rośnie, a następnie nieco wolniej maleje, aby po chwili jej przebieg w czasie był porównywalny ze strukturą "podparcie ciągłe". Śledzenie linii obserwacji celu przez giroskop nr 2 w trakcie fazy III1, III2 i III3 realizowane jest przy większych wartościach prędkości kątowej niż śledzenie linii obserwacji celu przez giroskop nr 1 w trakcie fazy II1, II2 i II3. Spowodowane jest to w sposób zasadniczy ruchem celu (rys. 8.31). W trakcie fazy II1, II2 i II3 cel pokonuje drogę od punktu 11 do punktu 14, natomiast w trakcie fazy III1, III2 i III3 cel pokonuje drogę od punktu 21 do punktu 24. Czas w którym cel przebywa obie drogi jest porównywalny, ale droga od punktu 11 do punktu 14 jest krótsza niż droga od punktu 21 do punktu 24. Charakterystyka określająca położenie celu i jego wektor prędkości powoduje wzrost wartości prędkości kątowej LOC koordynatora rakiety nr 2 w stosunku do rakiety nr 1.

Do wysterowania obu giroskopów dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory" niezbędne są momenty o nieco innym przebiegu zmienności w czasie (rys. 8.18).



Rys. 8.18. Porównanie momentu sterującego: a) giroskopem 1, b) giroskopem 2, dla struktury "podparcie ciągle" i "dwie podpory"

8.3.1.2.1. Zmiana wartości współczynnika wzmocnienia

W tym podrozdziale przedstawiono przebieg zmienności niektórych wielkości fizycznych charakteryzujących proces sterowania giroskopem rakiety nr 1 i nr 2 w przypadku struktury "dwie podpory" dla inaczej dobranej wartości współczynnika wzmocnienia k_{1WGi} . Zmiana wartości współczynnika wzmocnienia regulatora z wartości $k_{1WGi} = 1000$ do wartości $k_{1WGi} = 100$ nie daje układowi śledzenia wymaganej odporności na zakłócenia (rys. 8.19 i 8.20), ale powoduje korzystniejszy przebieg zmienności momentów sterujących (rys. 8.21).



Rys. 8.19. Porównanie kąta pochylenia: a) giroskopu 1, b) giroskopu 2, dla struktury "dwie podpory"



Rys. 8.20. Porównanie prędkości kątowej w ruchu pochylenia: a) giroskopu 1, b) giroskopu 2, dla struktury "dwie podpory"



Rys. 8.21. Porównanie momentu sterującego: a) giroskopem 1, b) giroskopem 2, dla struktury "dwie podpory"

8.3.1.3. Drgania układu prowadnic

Z prowadnic startują rakiety i dlatego są one narażone w sposób bezpośredni na generowane zaburzenia. Ruch rakiety uzależniony jest w sposób bezpośredni od dynamiki układu prowadnic, z którym pocisk tworzy parę kinematyczną. Zarówno drgania liniowe jak i kątowe układu prowadnic wpływają na przebieg zmienności wielkości fizycznych kształtujących charakterystykę początkowych kinematycznych parametrów lotu rakiety.

Na rysunku 8.22 przedstawione jest przyspieszenie liniowe układu prowadnic dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory". Z punktu widzenia poziomu drgań określonego przyspieszeniem liniowym, korzystniejsze jest zastosowanie struktury "podparcie ciągłe".



Rys. 8.22. Przyspieszenie liniowe układu prowadnic dla struktury: a) "podparcie ciągle", b) "dwie podpory"

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego układu prowadnic \ddot{y}_{pw} dla struktury "podparcie ciągłe" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{pw}} = 38.9572 \text{ m/s}^2$, a dla struktury "dwie podpory" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{pw}} = 42.3262 \text{ m/s}^2$.

Ze względu na parę kinematyczną jaką tworzy rakieta z prowadnicą ruch rakiety wywołany uruchomieniem silnika startowego ma wpływ na zachowanie się układu prowadnic. W fazie I układ znajduje się w położeniu równowagi statycznej. W fazie II i III odpowiednio rakiety nr 1 i nr 2 realizują ruch względem prowadnic. Przyczyną zmiany położenia rakiet jest ciąg silnika. Start kolejnej rakiety generuje zaburzenia, które przenoszą się na układ prowadnic. Przedstawione przebiegi zmienności przyspieszeń charakteryzujących odpowiedź układu prowadnic na wymuszenia spowodowane startem obu rakiet mają właściwość funkcji nieciągłej (rys. 8.23). Nieciągłość krzywej przyspieszenia wynika z matematycznej interpretacji punktu kątowego pierwszej pochodnej. Skok wartości przyspieszenia występuje w punktach uwzgledniających chwile, w których generowane sa zjawiska bedące bezpośrednią przyczyną występowania punktów kątowych w przebiegu zmienności prędkości. Wynika to z fizycznej natury zachodzących w tych momentach procesów:

punkt 11, 21 rozpoczyna pracę silnik startowy, punkt 12, 22 _ następuje zmiana struktury pary kinematycznej prowadnicarakieta. punkt 13, 23 kończy pracę silnik startowy, punkt 14, 24 rakieta opuszcza wyrzutnię. b) a) 111 112 113 114 1111 1112 1113 L 114 13 21 22 23 150 100 podparcie ciągłe podparcie ciągłe dwie podpory 100 dwie podpory 50 d^2y_{pw}/dt^2 [m/s²] d^2y_{pw}/dt^2 [m/s²] 50 0 0 -50 -50 **RAKIETA 1** -100 **RAKIETA 2** -150 |___ 1,98 -100

Rys. 8.23. Porównanie przyspieszenia liniowego układu prowadnic dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory" w trakcie startu: a) rakiety 1, b) rakiety 2

2,00

2,02

2,04

2,06

t [s]

2,08

2,10 2,12

1,12

1,10

1,02

0,98

1,00

1,04 1,06

t [s]

1,08

W fazie II1, II2 i III1, III2 rakiety sa układami zmiennymi w czasie. Zmianie ulega masa rakiety i jej rozkład. Na początku każdej z tych faz do rakiety przyłożona zostaje siła, która ma stałą wartość w czasie. Skutkiem pojawienia się ciągu silnika jest skok wartości przyspieszenia liniowego układu prowadnic w punktach 11 i 21. Ciąg powoduje ruch rakiety względem prowadnicy. W związku z tym układ w postaci zestawu przeciwlotniczego jest również zmienny w czasie. Rakieta o określonej masie porusza się wzdłuż prowadnicy determinując zmianę rozkładu masy układu składającego się z dwóch obiektów. Jednym z obiektów jest układ prowadnic, a drugim rakieta. Ze wzgledu na istniejace sprzężenia między ruchem rakiety, a zachowaniem się układu prowadnic generowane zaburzenia są przyczyną określonego przebiegu zmienności jej przyspieszenia liniowego. Na końcu każdej z omawianych czterech faz silnik startowy kończy pracę i rakieta nie jest już obciążona ciągiem. Skutkiem redukcji ciągu do zera jest skok wartości przyspieszenia liniowego układu prowadnic w punktach 13 i 23. W czasie trwania fazy I i II1 przebieg zmienności przyspieszenia liniowego układu prowadnic dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory" jest analogiczny. Od punktu 12 charakterystyki przyspieszenia liniowego dla obu struktur różnią się od siebie. Start rakiety nr 1 pobudza układ do drgań, które przenoszą się na rakietę nr 2. Różnica warunków panujących w trakcie startu każdej rakiety jest przyczyną wypracowania przez zestaw innych wartości przyspieszenia liniowego układu prowadnic. Skutkiem intensywniejszych zaburzeń jest skok wartości przyspieszenia liniowego układu prowadnic w punkcie 22 dla struktury "dwie podpory".

Na rysunku 8.24 przedstawione jest przyspieszenie kątowe w ruchu pochylania układu prowadnic dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory". Z punktu widzenia poziomu drgań określonego przyspieszeniem kątowym, korzystniejsze jest zastosowanie struktury "dwie podpory".



Rys. 8.24. *Przyspieszenie kątowe w ruchu pochylania układu prowadnic dla struktury: a) "podparcie ciągle", b) "dwie podpory"*

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego układu prowadnic $\ddot{\beta}_{pw}$ w ruchu pochylania dla struktury "podparcie ciągłe" wynosi $\sigma_{\ddot{\beta}_{pw}} = 28.7197 \text{ rad/s}^2$, a dla struktury "dwie podpory" wynosi $\sigma_{\ddot{\beta}_{pw}} = 10.2147 \text{ rad/s}^2$.

Podobnie jak w przypadku przyspieszenia liniowego przedstawione przebiegi zmienności przyspieszeń kątowych charakteryzujących odpowiedź układu prowadnic na wymuszenia spowodowane startem obu rakiet mają właściwość funkcji nieciągłej (rys. 8.25). Zjawiska towarzyszące współpracy rakiety z prowadnicą są również analogiczne. Analizowana para kinematyczna składająca się z dwóch członów prowadnicy i rakiety jest nie tylko układem o zmiennym rozkładzie masy, ale również układem o zmiennej masie. Twierdzenie to jest prawdziwe nawet w przypadku rozpatrywania faz II3 i III3, w których rakieta traktowana jest jako bryła sztywna. Na początku tych faz silnik startowy kończy swoją pracę i rakieta wykorzystuje nabytą energię kinetyczną. Natomiast na końcu tych faz masa układu prowadnica-rakieta zmienia się jednorazowo oraz dyskretnie i jest rzędu nowoutworzonych obiektów nie stanowiących już pary kinematycznej. Punkty 14 i 24 łączą w jednej chwili czasu dwie różne struktury. Z jednej strony opisują koniec ruchu rakiety wzdłuż prowadnicy wyrzutni, a z drugiej strony określają warunki początkowe ruchu obiektów po procesie naturalnej degeneracji. Temu zjawisku towarzyszy skok wartości przyspieszenia kątowego układu prowadnic w punkcie 14 i 24. Od punktu 12 przebieg zmienności przyspieszenia kątowego układu prowadnic dla obu struktur jest zdecydowanie odmienny.



Rys. 8.25. Porównanie przyspieszenia kątowego w ruchu pochylania układu prowadnic dla struktury "podparcie ciągle" i "dwie podpory" w trakcie startu: a) rakiety 1, b) rakiety 2

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego jest prawie trzykrotnie mniejsze dla struktury "dwie podpory". W przypadku przyspieszenia liniowego wartości odchylenia standardowego dla obu struktur niewiele różnią się od siebie. Z punktu widzenia odpowiedzi układu prowadnic na zaburzenia generowane w układzie generalnie korzystniejsze jest zastosowanie struktury "dwie podpory".

8.3.1.4. Drgania platformy

Platforma posadowiona jest na pojeździe samochodowym, więc wymuszenia spowodowane startem obu rakiet przenoszą się na nią za pośrednictwem układu prowadnic. Ruch rakiety wzdłuż prowadnicy wyrzutni powoduje, że przebieg zmienności przyspieszenia liniowego platformy niezależnie od przyjętej struktury charakteryzuje się szybkim wzrostem wartości amplitudy (rys. 8.26). Na podstawie przebiegu zmienności tego przyspieszenia łatwo jest określić chwile startu obu rakiet. Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego platformy jest nieco mniejsze dla struktury "podparcie ciągłe".



Rys. 8.26. Przyspieszenie liniowe platformy dla struktury: a) "podparcie ciągłe", b) "dwie podpory"

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego platformy \ddot{y}_w dla struktury "podparcie ciągłe" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_w} = 6.1566 \text{ m/s}^2$, a dla struktury "dwie podpory" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_w} = 6.5311 \text{ m/s}^2$.

Od momentu zmiany struktury układu w punkcie 12 występuje różnica w przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego dla "podparcia ciągłego" i "dwóch podpór" (rys. 8.27).



Rys. 8.27. Porównanie przyspieszenia liniowego platformy dla struktury "podparcie ciągle" i "dwie podpory" w trakcie startu: a) rakiety 1, b) rakiety 2

Z punktu widzenia poziomu drgań określonego przyspieszeniem kątowym, korzystniejsze jest zastosowanie struktury "dwie podpory" (rys. 8.28). Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego platformy jest mniejsze dla struktury "dwie podpory".



Rys. 8.28. *Przyspieszenie kątowe w ruchu pochylania platformy dla struktury: a)* "podparcie ciągle", b) "dwie podpory"

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego platformy $\ddot{\mathcal{G}}_w$ w ruchu pochylania dla struktury "podparcie ciągłe" wynosi $\sigma_{\ddot{\mathcal{G}}_w} = 5.5659$ rad/s², a dla struktury "dwie podpory" wynosi $\sigma_{\ddot{\mathcal{G}}_w} = 4.8109$ rad/s².

Od momentu zmiany struktury układu w punkcie 12 występuje wyraźna różnica w przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego dla "podparcia ciągłego" i "dwóch podpór" (rys. 8.29).



Rys. 8.29. Porównanie przyspieszenia kątowego w ruchu pochylania platformy dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory" w trakcie startu: a) rakiety 1, b) rakiety 2

8.3.1.5. Drgania człowieka

Wprowadzenie zmiany struktury pary kinematycznej prowadnica-rakieta nie powoduje zasadniczej zmiany w oddziaływania zestawu na poszczególne narządy operatora obsługującego zestaw. Wyznaczone na podstawie symulacji ruchu zestawu odchylenia standardowe poszczególnych narządów operatora mają porównywalne wartości dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory". Operator w podobny sposób reaguje na zaburzenia wynikające z zastosowania obu opcji struktury (rys. 8.30).



Rys. 8.30. Porównanie przyspieszenia: a) fotela, b) pośladków i kończyn dolnych, c) wątroby, żołądka, śledziony i nerek, d) mózgowia, płuc i serca operatora, dla struktury "podparcie ciągle" i "dwie podpory"

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia fotela operatora \ddot{y}_{f1} dla struktury "podparcie ciągłe" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{f1}} = 0.5632 \text{ m/s}^2$, a dla struktury "dwie podpory" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{f1}} = 0.5635 \text{ m/s}^2$.

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia pośladków i kończyn dolnych operatora \ddot{y}_{c1} dla struktury "podparcie ciągłe" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{c1}} = 0.5915$ m/s², a dla struktury "dwie podpory" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{c1}} = 0.5915$ m/s².

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia wątroby, żołądka, śledziony i nerek operatora \ddot{y}_{c2} dla struktury "podparcie ciągłe" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{c2}} = 0.6687 \text{ m/s}^2$, a dla struktury "dwie podpory" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{c1}} = 0.6680 \text{ m/s}^2$.

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia mózgowia, płuc i serca operatora \ddot{y}_{c3} dla struktury "podparcie ciągłe" wynosi $\sigma_{\ddot{y}3} = 0.6372 \text{ m/s}^2$, a dla struktury "dwie podpory" wynosi $\sigma_{\ddot{y}3} = 0.6352 \text{ m/s}^2$.

8.3.1.6. Ruch celu

Charakterystyka ruchu celu jest analogiczna dla wszystkich opcji analizy działania zestawu, przedstawionego w podrozdziale 4.3. Na rysunku 8.31 i 8.32 zaprezentowany jest tor lotu oraz parametry charakteryzujące zmianę wektora prędkości celu w funkcji czasu.



Rys. 8.32. Moduł i kąt kierunkowy wektora prędkości celu

W chwili początkowej, tzn. dla czasu t = 0 (pkt 0 na trajektorii), rozpoczyna się proces śledzenia celu przez układy giroskopowe obu rakiet. Cel rozpoczyna manewr obronny. Operator zestawu otrzymał informację o przechwyceniu obiektu ataku i po upływie jednej sekundy podejmuje decyzję o wystrzeleniu pierwszej rakiety. W tym czasie cel pokonał drogę oznaczoną na trajektorii przez odległość od punktu 0 do punktu 11. Rakieta nr 1 porusza się wzdłuż prowadnicy wyrzutni i po upływie czasu wynikającego z dynamiki układu opuszcza ją, aby kontynuować ruch w kierunku celu. W tym czasie cel pokonał drogę oznaczoną na trajektorii przez odległość od punktu 11 do punktu 14. Od operatora wymaga się wystrzelenia po sobie dwóch rakiet. W zwiazku z tym po upływie drugiej sekundy operator podejmuje decyzję o wystrzeleniu drugiej rakiety. W tym czasie cel pokonał drogę oznaczoną na trajektorii przez odległość od punktu 14 do punktu 21. Rakieta nr 2 porusza się wzdłuż prowadnicy wyrzutni i po upływie czasu wynikającego z dynamiki układu opuszcza ją, aby kontynuować ruch w kierunku celu. W tym czasie cel pokonał drogę oznaczoną na trajektorii przez odległość od punktu 21 do punktu 24. Przez okres trzech sekund cel pokonał drogę oznaczoną na trajektorii przez odległość od punktu 0 do punktu 3. Ze względu na przyjęte wartości parametrów określających ruch celu droga przebyta przez cel w trakcie startu rakiety nr 1 jest krótsza od drogi przebytej przez cel w trakcie startu rakiety nr 2. Czas ruchu rakiet wzdłuż prowadnicy wyrzutni podany jest w tabeli 8.1. Na rysunku 8.31 przedstawiony jest przypadek strzelania do celu z zestawu przeciwlotniczego pozostającego w spoczynku, w którym zastosowano strukturę pary kinematycznej prowadnicarakieta o nazwie "dwie podpory".

8.3.2. Start rakiet z pojazdu samochodowego realizującego ruch podstawowy

Pojazd samochodowy realizuje ruch podstawowy pokonując nierówność drogi w postaci pojedynczego garbu. Przyczyną generowania zaburzeń w układzie jest wymuszenie zewnętrzne od strony drogi i ruch rakiety wzdłuż prowadnicy wyrzutni. W związku z tym start pierwszej rakiety odbywa się z zestawu pobudzonego do drgań przez wymuszenie kinematyczne określone przez charakterystykę drogi. Dodatkowym elementem, który determinuje początkowe parametry lotu wystrzeliwanych rakiet jest ruch postępowy pojazdu samochodowego. Porównywane są wybrane odpowiedzi zestawu przeciwlotniczego dla dwóch opcji określających układ prowadnica-rakieta:

- 1) struktura "podparcie ciągłe" o dwóch stopniach swobody,
- 2) struktura "dwie podpory" o trzech stopniach swobody,

oraz dla dwóch różnych nierówności drogi opisanych pojedynczym garbem, ale o innych parametrach wyznaczających jego geometrię. Równania opisujące omawiane wymuszenie od strony drogi podane zostały w rozdziale 8.2.1.1. Matematyczny model takiego wymuszenia jest tworem wirtualnym przypominającym przejazd pojazdu po gładkiej nawierzchni, na której umieszczony jest poprzeczny garb o określonym profilu jak na rysunku 8.33 i 8.34. Charakterystyka przykładowa wymuszenia od strony drogi wynosi (rys. 8.33):

$$y_0 = 0.05 \,\mathrm{m}, \qquad l_0 = 0.35 \,\mathrm{m}, \qquad \omega_0 = \frac{\pi}{l_0}$$

(na rysunkach odpowiedzi układu na wymuszenie pochodzące od przejazdu pojazdu po drodze o tej charakterystyce oznaczono jako droga 1).

Natomiast po zmianach jest następująca (rys. 8.34):

$$y_0 = 0.35 \,\mathrm{m}, \qquad l_0 = 0.35 \,\mathrm{m}, \qquad \omega_0 = \frac{\pi}{l_0},$$

(na rysunkach odpowiedzi układu na wymuszenie pochodzące od przejazdu pojazdu po drodze o tej charakterystyce oznaczono jako droga 2).



Rys. 8.33. Wymuszenie od strony drogi o charakterystyce wzorcowej działające na: a) przednie koła pojazdu, b) tylne koła pojazdu



Rys. 8.34. Wymuszenie od strony drogi o charakterystyce po wprowadzonych zmianach parametrów działające na: a) przednie koła pojazdu, b) tylne koła pojazdu

Realizacja ruchu postępowego przez pojazd samochodowy pozwala na dodatkową ocenę zaburzeń generowanych przez startujące rakiety oraz daje możliwość sprawdzenia zachowania się giroskopowych układów śledzących w warunkach zdeterminowanych przez ruch unoszenia.

8.3.2.1. Wpływ charakterystyki drogi na ruch rakiet na wyrzutni

Na rysunku 8.35 przedstawiony jest przebieg zmienności przyspieszenia liniowego rakiety nr 1 i 2 w funkcji czasu, dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory", podczas realizowania przez pojazd samochodowy ruchu podstawowego.



Rys. 8.35. Porównanie przyspieszenia liniowego: a) rakiety 1, b) rakiety 2, w trakcie ruchu względem układu prowadnic dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory"

Przyspieszenie to charakteryzuje ruch rakiety względem prowadnicy. W chwili czasu określonej przez punkt 11 i 21 przyłożony jest do bryły rakiety ciąg silnika startowego o stałej w czasie wartości. Siła ta warunkuje charakterystykę względnego przyspieszenia liniowego rakiety i sprawia, że ruch postępowy pojazdu samochodowego nie ma istotnego wpływu na przebieg zmienności tego przyspieszenia. Punkty 12, 14 i 22, 24, których występowanie uwarunkowane jest dynamiką układu, określone są w nieco innym czasie dla jadącego pojazdu samochodowego, niż dla pojazdu pozostającego w spoczynku. Zmiana struktury układu prowadnicarakieta następuje po upływie czasu t = 0.05859 s od chwili startu rakiety nr 1 i t = 0.05864 s od chwili startu rakiety nr 2. Czas ruchu rakiety nr 1 i nr 2 wzdłuż prowadnicy wyrzutni, w zależności od struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory", przedstawiony jest w tabeli 8.2.

| Tabela | 8.2 |
|--------|-----|
|--------|-----|

| Rakieta nr 1 | | Rakieta nr 2 | |
|------------------|--------------|------------------|--------------|
| podparcie ciągłe | dwie podpory | podparcie ciągłe | dwie podpory |
| 0.09896 s | 0.09896 s | 0.09890 s | 0.09900 s |

Różnice w przebiegu zmienności liniowego przyspieszenia względnego wynikające ze struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory" są dla opcji jadącego pojazdu samochodowego również niewielkie.

Różnice w przebiegu zmienności względnego przyspieszenia kątowego wynikające ze struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory" są, w fazach odpowiednio II2, II3 i III2, III3 dla opcji jadącego pojazdu samochodowego, również duże (rys. 8.36). Natomiast ruch postępowy pojazdu samochodowego nie ma istotnego wpływu na przebieg zmienności tego przyspieszenia.



Rys. 8.36. Porównanie przyspieszenia kątowego: a) rakiety 1, b) rakiety 2, w trakcie ruchu pochylenia względem układu prowadnic dla struktury "podparcie ciągle" i "dwie podpory"

Na rysunku 8.37 przedstawiona jest faza II3 i III3 przebiegu zmienności prędkości liniowej odpowiednio rakiety nr 1 i 2 w funkcji czasu, dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory", podczas realizowania przez pojazd samochodowy ruchu podstawowego. Zmiana struktury pary kinematycznej prowadnica-rakieta powoduje różnicę w charakterystyce funkcji modułu wektora prędkości liniowej zarówno dla rakiety nr 1 jak i dla rakiety nr 2. Ruch postępowy pojazdu samochodowego ma istotny wpływ na przebieg zmienności prędkości liniowej i jej wartość w chwili opuszczania wyrzutni przez rakietę.

Przebiegi zmienności kątów kierunkowych wektora prędkości liniowej obu rakiet dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory" różnią się od siebie (rys. 8.38). Rakiety opuszczają wyrzutnię w każdym przypadku z innymi kątami kierunkowymi wektora prędkości liniowej. Struktura "dwie podpory" sprzyja mniejszej fluktuacji tych kątów w czasie. Ruch postępowy pojazdu samochodowego ma istotny wpływ na przebieg zmienności kątów kierunkowych wektora prędkości liniowej i ich wartość w chwili opuszczania wyrzutni przez rakietę.



Rys. 8.37. Porównanie prędkości liniowej: a) rakiety 1, b) rakiety 2, dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory"



Rys. 8.38. Porównanie kątów kierunkowych wektora prędkości liniowej: a) rakiety 1, b) rakiety 2, dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory"

Zmiana struktury pary kinematycznej prowadnica-rakieta podczas realizacji przez pojazd samochodowy ruchu podstawowego powoduje, że rakiety opuszczają wyrzutnię z inaczej określonymi wektorami prędkości liniowej.

Zmiana charakterystyki drogi

Na rysunku 8.39 przedstawiony jest przebieg zmienności przyspieszenia liniowego rakiety nr 1 i 2 w funkcji czasu, dla struktury "dwie podpory", podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 1 i 2. Przyspieszenie to charakteryzuje ruch rakiety

względem prowadnicy. Charakterystyka drogi, po której porusza się pojazd samochodowy wpływa na przebieg zmienności tego przyspieszenia. Czas występowania punktów 12, 14 i 22, 24 jest również nieco inny dla obu dróg. Zmiana struktury układu prowadnica-rakieta dla drogi nr 2 następuje po upływie czasu t = 0.05941 s od chwili startu rakiety nr 1 i t = 0.05880 s od chwili startu rakiety nr 2. Czas ruchu rakiety nr 1 wzdłuż prowadnicy wyrzutni dla drogi nr 2 w przypadku struktury "dwie podpory" wynosi t = 0.10011s i czas ruchu rakiety nr 2 wzdłuż prowadnicy wyrzutni dla drogi nr 2 w przypadku struktury "dwie podpory" wynosi t = 0.09922 s. Różnice w przebiegu zmienności wzglednego przyspieszenia liniowego, wynikające z przejązdu pojązdu po drodze 1 i drodze 2, sa dla rakiety nr 1 wyraźne, a dla rakiety nr 2 niewielkie. Wieksze fluktuacje przyspieszenia liniowego, podczas startu rakiety nr 1, po przejeździe pojazdu droga 2, wynikaja z niekorzystniejszej charakterystyki wymuszenia. Wygenerowane zaburzenia od strony drogi 2 są większe i przenoszą się przez platformę wyrzutni na rakietę nr 1. Podczas startu rakiety nr 2 drgania platformy są już na tyle wytłumione, że wpływ zaburzeń, powstałych w fazie I po przejeździe przez pojedynczy garb, na przebieg zmienności względnego przyspieszenia liniowego jest niewielki.



Rys. 8.39. Porównanie przyspieszenia liniowego: a) rakiety 1, b) rakiety 2, w trakcie ruchu względem układu prowadnic, podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 1 i 2

Charakterystyka drogi, po której porusza się pojazd samochodowy wpływa na przebieg zmienności względnego przyspieszenia kątowego rakiety (rys. 8.40). Wyraźna zależność przyspieszenia kątowego od rodzaju drogi występuje podczas ruchu rakiety nr 1, a mniejsza podczas ruchu rakiety nr 2. Oznacza to tę samą tendencję, co w przypadku przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego rakiety nr 1 i 2, ale różnica przyspieszenia kątowego rakiety nr 2 podczas przejazdu pojazdu po drodze nr 1 i 2 jest większa.

Charakterystyka drogi, po której porusza się pojazd samochodowy wpływa na przebieg zmienności wektora prędkości liniowej rakiety i jego parametry w chwili określonej przez punkt 14 i 24 (rys. 8.41 i 8.42).

242



Rys. 8.40. Porównanie przyspieszenia kątowego: a) rakiety 1, b) rakiety 2, w trakcie ruchu pochylenia względem układu prowadnic, podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 1 i 2



Rys. 8.41. Porównanie prędkości liniowej: a) rakiety 1, b) rakiety 2, podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 1 i 2



Rys. 8.42. Porównanie kątów kierunkowych wektora prędkości liniowej: a) rakiety 1, b) rakiety 2, podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 1 i 2

8.3.2.2. Wpływ charakterystyki drogi na sterowanie giroskopem

Przebiegi zmienności kąta pochylenia giroskopu w przypadku struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory", podczas realizowania przez pojazd samochodowy ruchu podstawowego, są porównywalne dla obu rakiet (rys. 8.43). Ruch postępowy pojazdu samochodowego powoduje przesunięcie wartości kąta linii obserwacji celu i jednocześnie kąta pochylenia giroskopu w porównaniu ze stojącym pojazdem. Przebiegi zmienności kątów są porównywalne jakościowo, a różnica dotyczy ich wartości podczas procesu sterowania giroskopem. Większe wartości kątów dotyczą pojazdu poruszającego się po drodze ruchem postępowym, a mniejsze pojazdu stojącego.



Rys. 8.43. Porównanie kąta pochylenia: a) giroskopu 1, b) giroskopu 2, dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory"

Wnioski wynikające z interpretacji zmiany kątów w funkcji czasu są analogiczne dla prędkości kątowych linii obserwacji celu i ruchu pochylenia giroskopu (rys. 8.44).



Rys. 8.44. Porównanie prędkości kątowej w ruchu pochylenia: a) giroskopu 1, b) giroskopu 2, dla struktury "podparcie ciągle" i "dwie podpory"

Do wysterowania obu giroskopów dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory" niezbędne są momenty o nieco innym przebiegu zmienności w czasie (rys. 8.45). Ich przebiegi zmienności dla jadącego i stojącego pojazdu są porównywalne jakościowo. W procesie sterowania generowane są większe wartości momentów w przypadku opcji pojazdu samochodowego realizującego ruch podstawowy.



Rys. 8.45. Porównanie momentu sterującego: a) giroskopem 1, b) giroskopem 2, dla struktury "podparcie ciągle" i "dwie podpory"

Zmiana charakterystyki drogi

Zastosowane sterowanie giroskopem jest na tyle odporne na wpływ zaburzeń, że przejazd pojazdu po drodze 2 w niewielkim stopniu zmienia parametry charakteryzujące ruch giroskopu, w porównaniu z przejazdem pojazdu po drodze 1. Przebiegi zmienności kąta pochylenia giroskopu są porównywalne podczas pokonywania przez pojazd obu dróg (rys. 8.46).



Rys. 8.46. Porównanie kąta pochylenia: a) giroskopu 1, b) giroskopu 2, podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 1 i 2

Przebiegi zmienności prędkości kątowych w ruchu pochylenia giroskopu są generalnie porównywalne podczas pokonywania przez pojazd drogi 1 i 2. Pewna różnica występuje na początku fazy II2 i III2, od punktu 12 i 22 określającego chwilę zmiany struktury pary kinematycznej prowadnica-rakieta (rys. 8.47). W przypadku przemieszczania się pojazdu po drodze 2 i startu rakiety 1 z wyrzutni, od punktu 12 prędkość kątowa pochylenia giroskopu najpierw bardzo szybko maleje, a następnie nieco wolniej rośnie, aby po chwili jej przebieg w czasie był porównywalny z opcją ruchu pojazdu po drodze 1. Zmiana struktury układu podczas przejazdu drogą 1 nie powoduje tak gwałtownych zmian prędkości kątowej giroskopu rakiety nr 1. W trakcie startu rakiety 2 jakościowa zmiana prędkości kątowej dla obu dróg jest analogiczna, a różnica dotyczy wyłącznie wartości.



Rys. 8.47. Porównanie prędkości kątowej w ruchu pochylenia: a) giroskopu 1, b) giroskopu 2, podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 1 i 2

Charakterystyka drogi, po której porusza się pojazd samochodowy ma niewielki wpływ na momenty niezbędne do wysterowania obu giroskopów (rys. 8.48).



Rys. 8.48. Porównanie momentu sterującego: a) giroskopem 1, b) giroskopem 2, podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 1 i 2

8.3.2.3. Wpływ charakterystyki drogi na drgania układu prowadnic

Ruch pojazdu samochodowego po drodze o charakterystyce wzorcowej pobudza układ do drgań już w pierwszej fazie. Wygenerowane zaburzenia od strony drogi przenoszą się przez platformę wyrzutni na układ prowadnic, powodując fluktuację przyspieszenia liniowego i kątowego, niezależnie od przyjętej opcji struktury pary kinematycznej prowadnica-rakieta (rys. 8.49 i 8.51). Poziom drgań spowodowanych przejazdem pojazdu przez poprzeczny garb o profilu wzorcowym (faza I) jest znacznie mniejszy od poziomu drgań wywołanych wystrzeleniem kolejno pierwszej (faza II), a następnie drugiej rakiety (faza III). W chwili wystrzelenia rakiety nr 1 drgania układu prowadnic są już na tyle wytłumione, że zaburzenia powstałe w fazie I mają niewielki wpływ na przebieg zmienności zarówno przyspieszenia liniowego jak i kątowego. Wymuszenie od strony drogi o charakterystyce wzorcowej jest zbyt małe, aby ruch postępowy pojazdu samochodowego wpłynął znacząco na drgania układu prowadnic w fazie II i III (rys. 8.50 i 8.52).

Z punktu widzenia poziomu drgań określonego przyspieszeniem liniowym, korzystniejsze jest zastosowanie struktury "podparcie ciągłe" (rys. 8.49).



Rys. 8.49. *Przyspieszenie liniowe układu prowadnic dla struktury: a) "podparcie ciągle", b) "dwie podpory"*

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego układu prowadnic \ddot{y}_{pw} dla struktury "podparcie ciągłe" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{pw}} = 38.1578 \text{ m/s}^2$, a dla struktury "dwie podpory" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{pw}} = 41.8215 \text{ m/s}^2$.

Z punktu widzenia poziomu drgań określonego przyspieszeniem kątowym, korzystniejsze jest zastosowanie struktury "dwie podpory" (rys. 8.51).

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego układu prowadnic \ddot{B}_{pw} (rys. 8.52) w ruchu pochylania dla struktury "podparcie ciągłe" wynosi $\sigma_{\ddot{B}_{nw}} = 27.3909 \text{ rad/s}^2$, a dla struktury "dwie podpory" wynosi $\sigma_{\ddot{B}_{nw}} = 9.4909 \text{ rad/s}^2$.



Rys. 8.50. Porównanie przyspieszenia liniowego układu prowadnic dla struktury "podparcie ciągle" i "dwie podpory" w trakcie startu: a) rakiety 1, b) rakiety 2



Rys. 8.51. *Przyspieszenie kątowe w ruchu pochylania układu prowadnic dla struktury: a)* "podparcie ciągłe", b) "dwie podpory"



Rys. 8.52. Porównanie przyspieszenia kątowego w ruchu pochylania układu prowadnic dla struktury "podparcie ciągle" i "dwie podpory" w trakcie startu: a) rakiety 1, b) rakiety 2

Zmiana charakterystyki drogi

Ruch pojazdu samochodowego po drodze 2 pobudza układ prowadnie do drgań o poziomie porównywalnym z zaburzeniami powstałymi w wyniku startu obu rakiet (rys. 8.53). W chwili wystrzelenia rakiety nr 1 drgania układu prowadnic są jeszcze na tyle duże, że zaburzenia powstałe w fazie I mają wpływ na przebieg zmienności zarówno przyspieszenia liniowego jak i kątowego. Wymuszenie od strony drogi 2 powoduje, że ruch postępowy pojazdu samochodowego ma wpływ na drgania układu prowadnic w fazie II i III. Wyraźna zależność przyspieszenia liniowego i kątowego układu prowadnic od rodzaju drogi występuje podczas ruchu rakiety nr 1 wzdłuż prowadnicy wyrzutni, a mniejsza podczas ruchu rakiety nr 2 (rys. 8.54 i 8.55). Wpływ zaburzeń powstałych w fazie I po przejeździe pojazdu po drodze 2, ma niewielki wpływ na przebieg zmienności przyspieszenia liniowego i zdecydowanie większy wpływ na przebieg zmienności przyspieszenia katowego w ruchu pochylania układu prowadnic, podczas startu rakiety nr 2. Na podstawie przeprowadzonych rozważań można stwierdzić, że realizowanie przez pojazd samochodowy ruchu podstawowego wpływa na drgania układu prowadnic we wszystkich fazach.



Rys. 8.53. *a)* przyspieszenie liniowe układu prowadnic, b) przyspieszenie kątowe w ruchu pochylania układu prowadnic, podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 2

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego układu prowadnic \ddot{y}_{pw} podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 2 wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{pw}} = 47.4283 \text{ m/s}^2.$

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego układu prowadnic $\ddot{\beta}_{pw}$ w ruchu pochylania podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 2 wynosi $\sigma_{\ddot{\beta}_{uw}} = 21.8430 \text{ rad/s}^2$.



Rys. 8.54. Porównanie przyspieszenia liniowego układu prowadnic podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 1 i 2, w trakcie startu: a) rakiety 1, b) rakiety 2



Rys. 8.55. Porównanie przyspieszenia kątowego w ruchu pochylania układu prowadnic podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 1 i 2, w trakcie startu: a) rakiety 1, b) rakiety 2

8.3.2.4. Wpływ charakterystyki drogi na drgania platformy

Platforma posadowiona jest na pojeździe samochodowym i stanowi ogniwo pośrednie między pojazdem, a układem prowadnic. W związku z tym od platformy wymaga się, aby możliwie najkorzystniej izolowała rakietę od niepożądanych drgań pojazdu oraz zapewniła warunki prawidłowej lokacji celu. Ruch pojazdu samochodowego po drodze o charakterystyce wzorcowej pobudza platformę do drgań już w pierwszej fazie (rys. 8.56 i 8.58). Powstałe zaburzenia w fazie I nie wpływają w sposób zasadniczy na ruch platformy w fazie II i III (rys. 8.57 i 8.59). Różnice wynikające z przyjęcia jednej z dwóch struktur pary kinematycznej prowadnica-rakieta, dla opcji pojazdu jadącego i stojącego są niewielkie. Brak jest wyraźnej rozbieżności charakterystyk przyspieszenia liniowego i kątowego platformy dla opcji pojazdu jadącego i stojącego, w fazie II i III.



Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego platformy jest nieco mniejsze dla struktury "podparcie ciągłe".

Rys. 8.56. Przyspieszenie liniowe platformy dla struktury: a) "podparcie ciągłe", b) "dwie podpory"

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego platformy \ddot{y}_w dla struktury "podparcie ciągłe" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_w} = 6.2842 \text{ m/s}^2$, a dla struktury "dwie podpory" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_w} = 6.6951 \text{ m/s}^2$.

Rakieta nr 1 rozpoczyna ruch wzdłuż prowadnicy wyrzutni przy niezerowej wartości przyspieszenia liniowego platformy (rys. 8.57a). Nie powoduje to jednak wyraźnej rozbieżności charakterystyk dla obu struktur. Od momentu zmiany struktury układu w punkcie 12 występuje niewielka różnica w przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego dla "podparcia ciągłego" i "dwóch podpór". Zaburzenia powstałe w fazie I mają niewielki wpływ na przebieg zmienności przyspieszenia liniowego platformy podczas startu rakiety 2.



Rys. 8.57. Porównanie przyspieszenia liniowego platformy dla struktury "podparcie ciągle" i "dwie podpory" w trakcie startu: a) rakiety 1, b) rakiety 2

Z punktu widzenia poziomu drgań określonego przyspieszeniem kątowym, korzystniejsze jest zastosowanie struktury "dwie podpory" (rys. 8.58). Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego platformy jest mniejsze dla struktury "dwie podpory".



Rys. 8.58. Przyspieszenie kątowe w ruchu pochylania platformy dla struktury: a) "podparcie ciągłe", b) "dwie podpory"

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego platformy $\ddot{\mathcal{G}}_w$ w ruchu pochylania dla struktury "podparcie ciągłe" wynosi $\sigma_{\ddot{\mathcal{G}}_w} = 5.4197$ rad/s², a dla struktury "dwie podpory" wynosi $\sigma_{\ddot{\mathcal{G}}_w} = 4.2036$ rad/s².

Rakieta nr 1 rozpoczyna ruch wzdłuż prowadnicy wyrzutni przy niezerowej wartości przyspieszenia kątowego w ruchu pochylania platformy (rys. 8.59a).



Rys. 8.59. Porównanie przyspieszenia kątowego w ruchu pochylania platformy dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory" w trakcie startu: a) rakiety 1, b) rakiety 2
Powoduje to rozbieżność charakterystyk dla opcji pojazdu jadącego i stojącego niezależnie od struktury pary kinematycznej prowadnica-rakieta. Od momentu zmiany struktury układu w punkcie 12 występuje wyraźna różnica w przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego dla "podparcia ciągłego" i "dwóch podpór". W trakcie startu rakiety nr 2 można zauważyć wpływ zaburzeń powstałych w fazie I.

Zmiana charakterystyki drogi

Ruch pojazdu samochodowego po drodze 2 pobudza platformę do drgań o poziomie wyższym od zaburzeń powstałych w wyniku startu obu rakiet (rys. 8.60). W chwili wystrzelenia rakiety nr 1 drgania platformy są jeszcze na tyle duże, że zaburzenia powstałe w fazie I mają wpływ na przebieg zmienności zarówno przyspieszenia liniowego jak i kątowego. Drgania platformy spowodowane wymuszeniem od strony drogi 2, a określone przyspieszeniem mają właściwość funkcji ciągłej zarówno w fazie II jak i w fazie III (rys. 8.61 i 8.62). Zmiana przebiegu zmienności tych funkcji, w porównaniu do drgań platformy wynikających z jazdy po drodze 1, ma charakter ilościowy. Na podstawie rozbieżności charakterystyk przyspieszenia liniowego i kątowego platformy, dla drogi 1 i 2, można stwierdzić, że realizowanie przez pojazd samochodowy ruchu podstawowego wpływa na drgania platformy we wszystkich fazach.



Rys. 8.60. *a)* przyspieszenie liniowe platformy, b) przyspieszenie kątowe w ruchu pochylania platformy, podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 2

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia liniowego platformy \ddot{y}_w podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 2 wynosi $\sigma_{\ddot{v}} = 15.5068 \text{ m/s}^2$.

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego platformy $\ddot{\mathcal{G}}_w$ w ruchu pochylania podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 2 wynosi $\sigma_{\ddot{\mathcal{G}}} = 19.9329 \text{ rad/s}^2$.



Rys. 8.61. Porównanie przyspieszenia liniowego platformy podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 1 i 2, w trakcie startu: a) rakiety 1, b) rakiety 2



Rys. 8.62. Porównanie przyspieszenia kątowego w ruchu pochylania platformy podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 1 i 2, w trakcie startu: a) rakiety 1, b) rakiety 2

8.3.2.5. Wpływ charakterystyki drogi na drgania człowieka

Realizacja przez pojazd samochodowy ruchu podstawowego nie powoduje zasadniczej rozbieżności charakterystyk przyspieszenia poszczególnych narządów operatora dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory" (rys. 8.63). Wyznaczone na podstawie symulacji ruchu zestawu odchylenia standardowe poszczególnych narządów operatora są tego samego rzędu dla obu struktur. Ruch pojazdu samochodowego po drodze o charakterystyce wzorcowej pobudza poszczególne narządy operatora do drgań w pierwszej fazie. Powstałe zaburzenia nie wpływają w sposób zasadniczy na ruch człowieka w fazie II i III. Różnica w przebiegu zmienności charakterystyk przyspieszenia poszczególnych narządów operatora dla pojazdu jadącego i stojącego w fazie II i III jest niewielka. 254



Rys. 8.63. Porównanie przyspieszenia: a) fotela, b) pośladków i kończyn dolnych, c) wątroby, żołądka, śledziony i nerek, d) mózgowia, płuc i serca operatora, dla struktury "podparcie ciągłe" i "dwie podpory"

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia fotela operatora \ddot{y}_{f1} dla struktury "podparcie ciągłe" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{f1}} = 0.6176 \text{ m/s}^2$, a dla struktury "dwie podpory" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{f1}} = 0.6204 \text{ m/s}^2$.

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia pośladków i kończyn dolnych operatora \ddot{y}_{c1} dla struktury "podparcie ciągłe" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{c1}} = 0.6401$ m/s², a dla struktury "dwie podpory" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{c1}} = 0.6424$ m/s².

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia wątroby, żołądka, śledziony i nerek operatora \ddot{y}_{c2} dla struktury "podparcie ciągłe" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{c1}} = 0.6976 \text{ m/s}^2$, a dla struktury "dwie podpory" wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{c1}} = 0.6976 \text{ m/s}^2$.

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia mózgowia, płuc i serca operatora \ddot{y}_{c3} dla struktury "podparcie ciągłe" wynosi $\sigma_{\ddot{y}3} = 0.6989 \text{ m/s}^2$, a dla struktury "dwie podpory" wynosi $\sigma_{\ddot{y}3} = 0.6987 \text{ m/s}^2$.

Zmiana charakterystyki drogi

Ruch pojazdu samochodowego po drodze 2 pobudza poszczególne narządy operatora do drgań o poziomie wyższym od zaburzeń powstałych w wyniku startu obu rakiet (rys. 8.64). W chwili wystrzelenia rakiety nr 1 drgania poszczególnych narządów operatora są jeszcze na tyle duże, że zaburzenia powstałe w fazie I mają wpływ na przebieg zmienności przyspieszeń. Na podstawie rozbieżności charakterystyk przyspieszenia poszczególnych narządów operatora, dla drogi 1 i 2, można stwierdzić, że realizowanie przez pojazd samochodowy ruchu podstawowego wpływa na drgania człowieka we wszystkich fazach.



Rys. 8.64. Porównanie przyspieszenia: a) fotela, b) pośladków i kończyn dolnych, c) wątroby, żołądka, śledziony i nerek, d) mózgowia, płuc i serca operatora, podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 1 i 2

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia fotela operatora \ddot{y}_{f1} podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 2 wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{c1}} = 1.9710 \text{ m/s}^2.$

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia pośladków i kończyn dolnych operatora \ddot{y}_{c1} podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 2 wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{c1}} = 1.9259$ m/s².

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia wątroby, żołądka, śledziony i nerek operatora \ddot{y}_{c2} podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 2 wynosi $\sigma_{\ddot{y}_{c2}} = 1.6560 \text{ m/s}^2$.

Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia mózgowia, płuc i serca operatora \ddot{y}_{c3} podczas pokonywania przez pojazd samochodowy drogi 2 wynosi $\sigma_{\ddot{y}3} = 2.1998 \text{ m/s}^2$.

8.3.3. Podsumowanie

W podrozdziale 8.3 zaprezentowane zostały przebiegi zmienności niektórych wielkości fizycznych charakteryzujących odpowiedzi zestawu przeciwlotniczego na wybrane warunki startu rakiet. Cel wykonuje określony manewr obronny. Uwzględnione są dwie opcje określające zachowanie się pojazdu samochodowego:

- pojazd samochodowy pozostaje w spoczynku, tzn. nie realizuje ruchu podstawowego,
- 2) pojazd samochodowy przejeżdża przez poprzeczny garb o określonym profilu.

Jeżeli pojazd samochodowy pozostaje w spoczynku to jedynym źródłem generowania drgań układu jest ruch rakiet wzdłuż prowadnicy wyrzutni. Inne warunki dla startu rakiet wypracowuje zestaw w przypadku realizowania przez pojazd ruchu podstawowego. W trakcie poruszania się po drodze pojazd pokonuje nierówność drogi w postaci pojedynczego garbu. W analizie przyjęto dwie charakterystyki pojedynczego garbu. Nierówności różnią się między sobą wartością parametrów wyznaczających ich geometrię. W tym przypadku start rakiet nie jest jedyną przyczyną powstawania zaburzeń w układzie. Dodatkowym ich źródłem jest ruch postępowy pojazdu samochodowego po nierównej drodze.

W rozważaniach porównywane są wybrane odpowiedzi zestawu przeciwlotniczego dla dwóch opcji określających układ prowadnica-rakieta:

1) struktura "podparcie ciągłe" o dwóch stopniach swobody,

2) struktura "dwie podpory" o trzech stopniach swobody.

Opracowanie struktury "dwie podpory" oraz wprowadzenie więzów podatnych w zamocowaniu układu prowadnic określa nową jakość układu, która podlega analizie. W związku z tym rozważania skoncentrowane zostały na wykazaniu różnic wynikających ze zmian uwzględnionych w budowie modelu układu.

OPCJA 1 – Pojazd samochodowy pozostaje w spoczynku.

Jeżeli pojazd samochodowy nie realizuje ruchu podstawowego i brak jest wymuszenia zewnętrznego od strony drogi to przyczyną generowania zaburzeń w układzie jest wyłącznie ruch rakiet wzdłuż prowadnicy wyrzutni. W związku z tym można ocenić wpływ wprowadzonych zmian w strukturze pary kinematycznej prowadnicarakieta na dynamikę układu. Szczegółowe wnioski wynikające z analizy porównawczej odpowiedzi poszczególnych obiektów zestawu przeciwlotniczego dla dwóch rozwiązań konstrukcyjnych współpracy rakiety z prowadnicą wyrzutni przedstawione zostały w podrozdziale 8.3.1.

W trakcie ruchu rakiety wzdłuż prowadnicy wyrzutni dla struktury "dwie podpory" występuje zjawisko fizyczne mające naturę oddziaływania mechanicznego. Spowodowane jest ono opuszczeniem wyrzutni przez pierwszy pierścień prowadzący rakiety. W tak określonej chwili czasu, przyspieszenia niektórych obiektów charakteryzują się skokiem wartości. W związku z tym przebieg zmienności tych przyspieszeń ma własność funkcji nieciągłej, co jest zjawiskiem niekorzystnym z punktu widzenia dynamiki układu.

Uwzględnienie w budowie wyrzutni odmiennych struktur pary kinematycznej prowadnica-rakieta pozwala na sprawdzenie, czy wybór danego wariantu wpływa istotnie na ruch poszczególnych obiektów zestawu. Przebieg zmienności wielkości fizycznych charakteryzujących ruch rakiet dla obu struktur różni się od siebie. Oznacza to, że implementując odpowiednią strukturę można mieć wpływ na za-chowanie się rakiet w trakcie startu z wyrzutni.

Zastosowane sterowanie giroskopem cechuje brak wyraźnej rozbieżności w przebiegu zmienności parametrów charakteryzujących proces regulacji w czasie. W związku z tym zmiana struktury pary kinematycznej prowadnica-rakieta w niewielkim stopniu wpływa na ruch giroskopów zainstalowanych na pokładzie rakiet. Zmiana wartości współczynników wzmocnienia regulatora może spowodować utratę przez układ śledzenia wymaganej odporności na zakłócenia. Przeprowadzenie syntezy układu sterowania na podstawie ekstremalnego zakłócenia umożliwi wyznaczenie odpowiednich parametrów regulatora.

Przebieg zmienności przyspieszenia układu prowadnic w chwili opuszczenia wyrzutni przez pierwszy pierścień prowadzący rakiety ma własność funkcji nieciągłej. To niekorzystne zjawisko występuje wyraźnie w trakcie startu drugiej rakiety. Natomiast dla pierwszej rakiety przebieg jest łagodniejszy, ale charakterystyki przyspieszenia od punktu charakterystycznego dla obu struktur są inne. Odchylenie standardowe przebiegu zmienności przyspieszenia kątowego jest prawie trzykrotnie mniejsze dla struktury "dwie podpory". W przypadku przyspieszenia liniowego wartości odchylenia standardowego dla obu struktur niewiele różnią się od siebie. Z punktu widzenia odpowiedzi układu prowadnic na zaburzenia generowane w układzie generalnie korzystniejsze jest zastosowanie struktury "dwie podpory". Wymuszenia spowodowane startem obu rakiet przenoszą się na platformę za pośrednictwem układu prowadnic. Zmiana struktury pary kinematycznej prowadnica-rakieta wpływa na odmienny ruch platformy, której drgania przenoszą się na pojazd samochodowy. Przebieg zmienności przyspieszeń platformy dla obu wariantów struktury ma własność funkcji ciągłej. Zaburzenia o takiej charakterystyce oddziaływują na poszczególne narządy operatora obsługującego zestaw. Pojazd dzięki swej charakterystyce dynamicznej niweluje różnice wynikające z wprowadzenia odmiennych struktur i jego wymuszenia nie powodują zasadniczej zmiany w oddziaływaniu na poszczególne narządy człowieka. Operator w podobny sposób reaguje na zaburzenia wynikające z zastosowania obu opcji struktury pary kinematycznej prowadnica-rakieta.

Projektując wyrzutnię należy generalnie zwrócić uwagę na:

- a) implementację odpowiedniej struktury pary kinematycznej prowadnica-rakieta,
- b) odpowiednie sformułowanie więzów podatnych w zamocowaniu układu prowadnic.

OPCJA 2 – Pojazd samochodowy realizuje ruch podstawowy.

Jeżeli pojazd samochodowy realizuje ruch podstawowy to źródłem drgań jest nie tylko start rakiet z wyrzutni, ale również wymuszenie zewnętrzne od strony drogi działające na koła pojazdu. Przemieszczenie zestawu spowodowane ruchem postępowym wpływa na przebieg zmienności wielkości fizycznych charakteryzujących ruch rakiet. Wynika to zarówno z dodatkowych zaburzeń przenoszonych poprzez przedni i tylny most napędowy na pozostałe obiekty zestawu przeciwlotniczego, jak i z jednostajnego ruchu prostoliniowego. Drgania docierają do platformy i poprzez układ prowadnic wpływaja na zachowanie się rakiet. Rakiety znajdujące się w trakcie startu na nośniku poruszają się ruchem złożonym. Wynik realizacji tego ruchu uwarunkowany jest prędkością pojazdu przemieszczającego się prostoliniowo. Duże znaczenie w kształtowaniu się odpowiedzi rakiety na zachowanie się przeciwlotniczego zestawu rakietowego ma charakterystyka drogi, którą pokonuje pojazd. Układ śledzenia jakim dysponuje rakieta poddany jest dodatkowym zakłóceniom. Sterowanie giroskopem cechuje wyraźna zależność przebiegu zmienności parametrów charakteryzujących proces regulacji w czasie od parametrów ruchu złożonego rakiety. Ruch podstawowy pojazdu może istotnie wpływać na generowanie drgań w układzie. Zaburzenia ruchu podstawowego wynikające ze startu rakiet i pokonywania przez pojazd nierówności drogi mogą niekorzystnie wpływać na zachowanie się platformy, układu prowadnic i komfort pracy operatora.

Człowiek kierujący pojazdem samochodowym odgrywa dużą rolę w kształtowaniu drgań zestawu przeciwlotniczego. W sposób bezpośredni decyduje o formułowaniu parametrów ruchu podstawowego i dlatego pośrednio poprzez dokonywane wybory wpływa na zaburzenia generowane w układzie. Prowadząc pojazd należy zwrócić uwagę na:

- zachowanie stałej prędkości i prostoliniowego kierunku jazdy,
- wybór drogi o możliwie najkorzystniejszej charakterystyce,
- dostosowanie prędkości ruchu postępowego do istniejących warunków.

Warunki wypracowane przez zestaw przeciwlotniczy w trakcie ruchu postępowego pojazdu samochodowego mogą niekorzystnie wpływać na start rakiet i obsługę zestawu przez ludzi.

8.4. Podsumowanie

W rozdziale 8 przedstawiona została dynamika zestawu przeciwlotniczego, którego ruch rozpatrywany jest w płaszczyźnie pionowej. Model ten stanowi istotne uzupełnienie właściwości reprezentowanych przez model przestrzenny. W jego strukturze można wyodrębnić pięć podstawowych obiektów:

- 1) pojazd samochodowy,
- 2) operatora siedzącego na fotelu,
- 3) wyrzutnię,
- 4) dwie rakiety wraz z giroskopowymi układami śledzenia celu,
- 5) cel.

Opracowanie w tym rozdziale składa się z:

- 1) omówienia sformułowanego modelu fizycznego,
- 2) zaprezentowania modelu matematycznego,
- 3) przeprowadzenia symulacji ruchu układu,
- 4) analizy wybranych odpowiedzi zestawu przeciwlotniczego.

Generalnie zbudowany model fizyczny składa się z sześciu punktów materialnych, pięciu brył sztywnych, dwóch obiektów zmiennych w czasie, jednego punktu matematycznego, dwunastu elementów nieinercyjnych oraz dwóch układów sterowania realizujących proces śledzenia celu. Uwzględniając wyłącznie drgania wynikające z działania zestawu przeciwlotniczego liczba stopni swobody opracowanego modelu w ogólnym przypadku wynosi dwadzieścia cztery.

Zależności analityczne, które opisują model matematyczny zestawu w ogólnym przypadku składają się z równań ruchu układu opartych na dwudziestu czterech niezależnych współrzędnych uogólnionych, członów sterujących, zależności kinematycznych, równań ruchu celu, parametrów opisanych funkcjami oraz dwunastu równań równowagi statycznej.

Zredagowanie programu komputerowego umożliwiło przeprowadzenie symulacji numerycznej działania zestawu przeciwlotniczego i zaprezentowanie analizy dynamiki z wybranymi odpowiedziami układu.

Podjęta analiza dynamiki zestawu przeciwlotniczego w płaszczyźnie pionowej podobnie jak dla modelu przestrzennego koncentruje się na spełnieniu warunków bezpieczeństwa, które warunkują komfort dla dwóch podstawowych obiektów:

- a) dwóch rakiet wraz z giroskopowymi układami śledzenia celu,
- b) człowieka obsługującego zestaw.

W związku z tym przeprowadzono analizę zjawisk fizycznych, które wynikają z różnic między sformułowanym modelem w płaszczyźnie pionowej, a modelem przestrzennym. Zagadnienia, które rozwiązano:

- Określono wpływ wprowadzenia dwóch różnych wariantów przyjętych dla struktury określającej współpracę rakiety z prowadnicą na zachowanie się poszczególnych obiektów zestawu.
- 2. Oceniono odpowiedzi poszczególnych obiektów zestawu na wprowadzenie więzów podatnych w zamocowaniu układu prowadnic.
- Zbadano możliwości użytkowania zestawu przeciwlotniczego w przypadku realizacji przez pojazd samochodowy ruchu podstawowego.

Przedstawione wyniki reprezentują tylko wybrane odpowiedzi poszczególnych obiektów zestawu na generowane zaburzenia. Praca wytycza kierunki dalszych badań i podaje wnioski generalizujące przeprowadzoną analizę.

9 ZAKOŃCZENIE

Cel pracy, a mianowicie opracowanie podstaw teoretycznych skutecznego działania samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego z pociskami bliskiego zasięgu samonaprowadzającymi się na obiekt ataku, został osiągnięty. Potwierdzają to wyniki przeprowadzonych badań teoretycznych zrealizowanych przy wykorzystaniu sformułowanych modeli.

Każdy rozdział i podrozdział monografii zakończony jest podsumowaniem zawierającym wnioski szczegółowe wynikające z rozpatrywanych zagadnień. Przedstawione zatem zostaną wnioski ogólne generalizujące problemy rozważane w monografii oraz w serii artykułów.

9.1. Wnioski ogólne

Samobieżny zestaw rakietowy jest układem o złożonej charakterystyce konstrukcyjnej i dużej liczbie oddziaływań fizycznych o różnej naturze. Opracowany model rozpatrywanego układu o konkretnej strukturze oraz zrealizowane badania pozwoliły na stwierdzenie, które zjawiska i elementy konstrukcji mają wpływ na skuteczność działania zestawu. Otrzymane wyniki umożliwiają uogólnienie rozważań na zestawy innych klas. Sformułowane modele stanowią podstawę do identyfikacji samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego pobudzonego do drgań startującymi z wyrzutni rakietami oraz ruchem postępowym pojazdu samochodowego po nierównościach drogi. Wyniki analizy teoretycznej opracowanych modeli mogą być wykorzystane przez konstruktorów do ułatwienia procesu projektowania poprzez zwiększenie wszechstronności przeprowadzonych rozważań drogą symulacji komputerowych, a tym samym zmniejszenia czasochłonności badań empirycznych wyrobu prototypowego. Dzięki temu zmniejsza się ryzyko podjęcia niewłaściwych decyzji związanych z poprawieniem skuteczności działania zestawu, przy jednoczesnym obniżeniu kosztów uzyskania wyrobu finalnego.

Autor w niniejszej monografii przedstawił model ruchu samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego oraz w serii artykułów model lotu rakiety obracającej się wokół osi podłużnej wraz z analizą dynamiki i zjawisk fizycznych towarzyszących działaniu rozpatrywanego układu. Analiza opracowanych modeli pozwoliła na rozwiązanie szeregu zagadnień stanowiących podstawy teoretyczne skutecznego działania rozpatrywanego układu:

- 1. Sformułowany model ruchu samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego w przypadku, gdy pojazd pozostaje w spoczynku lub porusza się pokonując nierówności terenu można zastosować do:
 - 1.1. Określenia wpływu uruchomienia silnika startowego rakiety, opuszczenia prowadnicy wyrzutni przez pierwszy pierścień prowadzący rakiety, zakończenia pracy przez silnik startowy rakiety, opuszczenia prowadnicy wyrzutni przez rakietę na zachowanie się poszczególnych obiektów zestawu.
 - 1.2. Oceny odpowiedzi poszczególnych obiektów zestawu na wymuszenie pochodzące od nawierzchni drogi.
 - 1.3. Zbadania warunków startu każdej rakiety będącej integralnym obiektem zestawu.
 - 1.4. Określenia reakcji giroskopowego układu śledzenia celu na generowane w układzie zaburzenia.
 - 1.5. Opracowania charakterystyki początkowych kinematycznych parametrów lotu każdej startującej z wyrzutni rakiety.
 - 1.6. Oceny komfortu pracy operatora i kierowcy zestawu.
 - 1.7. Zbadania skuteczności zastosowania układu redukcji drgań wieży wyrzutni.
- Sformułowany model lotu rakiety obracającej się wokół osi podłużnej można zastosować do:
 - 2.1. Zbadania wpływu charakterystyki początkowych kinematycznych parametrów lotu wypracowanych przez zestaw na realizowaną przez rakietę trajektorię.
 - 2.2. Sprawdzenia skuteczności opracowanego algorytmu sterowania rakietą w trakcie wykonywania manewru początkowego i końcowego.
 - 2.3. Określenia wpływu ruchu obrotowego rakiety wokół osi podłużnej na dynamikę jej lotu.

Podjęta w opracowaniu analiza dynamiki zestawu koncentruje się na spełnieniu warunków bezpieczeństwa, które warunkują komfort dla dwóch podstawowych obiektów:

- a) czterech rakiet obracających się wokół osi podłużnej wraz z giroskopowymi układami śledzenia celu,
- b) operatora obsługującego przyrządy nawigacyjne i kierowcy.

Z analizy dynamiki i zjawisk fizycznych towarzyszących działaniu rozpatrywanego układu wynikają następujące zalecenia:

Rozpatrując ruch rakiety na wyrzutni należy zwrócić uwagę na:

- utrzymanie założonej prędkości kątowej przechylania rakiety w trakcie ruchu względem układu prowadnic,
- orientację i wartość modułu wektora prędkości liniowej rakiety w przestrzeni.

Rozpatrując lot rakiety w przestrzeni należy zwrócić uwagę na to czy:

układ sterowania rakiety w początkowej fazie lotu zdąży skorygować utratę stabilności,

- czas niezbędny na wypracowanie pożądanego toru lotu nie będzie za krótki,
- spełnione zostaną ograniczenia techniczne i warunki bezpieczeństwa:
 - maksymalne przeciążenie,
 - maksymalny kąt natarcia,

oraz czy zostanie zachowana:

założona prędkość kątowa rakiety w ruchu obrotowym wokół osi podłużnej.

Rozpatrując pracę giroskopowego układu koordynatora należy zwrócić uwagę na to, czy nie zostanie przekroczona:

- maksymalna prędkość kątowa Linii Obserwacji Celu,
- maksymalny kąt widzenia obiektywu koordynatora,
- maksymalny kąt obrotu osi giroskopu,
- maksymalny moment sterujący osią giroskopu,

oraz czy zostanie zachowana:

– założona prędkość kątowa w ruchu przechylania giroskopu.

Rozpatrując drgania człowieka należy zwrócić uwagę na to, czy nie zostanie przekroczona:

- maksymalna amplituda przyspieszenia drgań poszczególnych narządów,
- maksymalne przyspieszenie i prędkość głowy względem przyrządów nawigacyjnych,

oraz czy nie zostanie przekroczony:

- minimalny czas przeznaczony na decyzję o wystrzeleniu rakiety.

Prowadząc pojazd należy zwrócić uwagę na:

- zachowanie stałej prędkości i prostoliniowego kierunku jazdy,
- wybór drogi o możliwie najkorzystniejszej charakterystyce,
- dostosowanie prędkości ruchu postępowego do istniejących warunków.

Projektując wyrzutnię i rozpatrując drgania wieży należy zwrócić uwagę na:

- implementację odpowiedniej struktury pary kinematycznej prowadnica-rakieta,
- odpowiednie sformułowanie więzów podatnych w zamocowaniu układu prowadnic,
- przebieg zmienności parametrów charakteryzujących przemieszczenie liniowe wieży,
- przebieg zmienności parametrów charakteryzujących ruch pochylania wieży,
- przebieg zmienności parametrów charakteryzujących ruch przechylania wieży.

9.2. Kierunki dalszych badań

Analizując samobieżny zestaw rakietowy zastosowano kompromis między rozbudową strukturalną poszczególnych obiektów i złożonością procesów zachodzących w trakcie jego działania, a otrzymywanymi wynikami z badań. Nie wszystkie elementy konstrukcyjne i zjawiska fizyczne towarzyszące działaniu samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego zostały uwzględnione w niniejszym opracowaniu. Każdy z pięciu omówionych obiektów wchodzących w skład zestawu jest niezwykle skomplikowanym układem pod względem konstrukcyjnym i funkcjonalnym. Każdy z nich może stanowić niezależny obiekt badań. W związku z tym kierunki dalszych rozważań mogą wynikać z problemów zorientowanych na te obiekty. Do ważnych zagadnień teoretycznych pozostających do rozwiązania należy zaliczyć:

- Opracowanie modelu samobieżnego zestawu przeciwlotniczego na podstawie, którego można rozważyć drgania o dużych wartościach przemieszczeń uogólnionych poszczególnych obiektów, a w szczególności pojazdu samochodowego.
- 2. Wprowadzenie nieliniowości fizycznych:
 - 2.1. Określenie modelu tarcia występującego w trakcie ruchu pary kinematycznej prowadnica-rakieta,
 - 2.2. Opracowanie nieliniowych charakterystyk elementów nieinercyjnych występujących w rozpatrywanym modelu zestawu, a w szczególności dotyczących zawieszenia pojazdu samochodowego.
- Opracowanie modelu samobieżnego zestawu przeciwlotniczego, którego pojazd samochodowy realizuje ruch podstawowy poruszając się ruchem krzywoliniowym ze zmienną prędkością liniową.
- 4. Określenie wpływu zastosowania zawieszenia aktywnego pojazdu samochodowego na poprawę warunków użytkowania zestawu przeciwlotniczego.
- Zastosowanie nieliniowego, niestacjonarnego, przestrzennego modelu antropodynamicznego do oceny reakcji człowieka znajdującego się w pozycji siedzącej w zestawie przeciwlotniczym.
- 6. Opracowanie optymalnego układu stabilizującego fotel operatora wraz z przyrządami nawigacyjnymi.
- 7. Uwzględnienie w strukturze samobieżnego zestawu przeciwlotniczego modelu ciągłego opisującego współpracę rakiety z prowadnicą wyrzutni.
- 8. Dobór optymalnego systemu stabilizującego wieżę wyrzutni np. poprzez sprawdzenie skuteczności zastosowania trójosiowej sterowanej platformy giroskopowej.
- 9. Zaimplementowanie w zestawie optymalnego sposobu skanowania przestrzeni zapewniającego szybkie wykrycie zbliżającego się celu powietrznego.
- 10. Rozwiązanie problemu minimalno-czasowego przejścia rakiety od opuszczenia prowadnicy wyrzutni do lotu po torze wyznaczonym przez algorytm metody samonaprowadzania.
- 11.Uwzględnienie w rozważaniach zagadnień wibroakustycznych.

Sformułowane modele mogą być wykorzystane do przeprowadzenia identyfikacji i optymalnej weryfikacji charakterystyki dynamicznej samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego wchodzącego na wyposażenie polskich jednostek wojskowych. Po empirycznym zweryfikowaniu modelu teoretycznego można drogą symulacji numerycznej uzyskać dopuszczalny obszar parametrów, który warunkuje osiągnięcie celu przez rakietę. Zaimplementowanie opracowanego obszaru w komputerowym systemie decyzyjnym działającym w czasie rzeczywistym i umieszczonym na pojeździe samochodowym pozwoli na niezależny od operatora wybór odpowiedniej chwili wystrzelenia rakiety. Zastosowanie dodatkowego układu generującego decyzję niezależnie od subiektywnej oceny istniejących warunków przez operatora może przyczynić się do poprawienia skuteczności zestawu przeciwlotniczego bezpośrednio na polu walki.

DODATEK

Dodatek A. WYKAZ SZCZEGÓŁOWYCH OZNACZEŃ

UKŁADY WSPÓŁRZĘDNYCH:

| 0 <i>xyz</i> | inercyjny, nieruchomy układ współrzędnych związany z ziemią |
|-------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| POJAZD SAMO | CHODOWY: |
| Nadwozie: | |
| $0_n x_n y_n z_n$ | nieinercyjny układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych 0<i>xyz</i> |
| $S_n x_n y_n z_n$ | – nieinercyjny układ współrzędnych poruszający się pionowym ruchem prostoliniowym względem układu współrzędnych $0_n x_n y_n z_n$ |
| $S_n\xi_n\eta_n\zeta_n$ | – nieinercyjny układ współrzędnych poruszający się ruchem kulistym względem układu współrzędnych $S_n x_n y_n z_n$ |
| Most przedni: | |
| $0_{11}x_{11}y_{11}z_{11}$ | nieinercyjny układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych 0<i>xyz</i> |
| $S_{11}x_{11}y_{11}z_{11}$ | – nieinercyjny układ współrzędnych poruszający się pionowym ruchem prostoliniowym względem układu współrzędnych $0_{11}x_{11}y_{11}z_{11}$ |
| $0_{12} x_{12} y_{12} z_{12}$ | nieinercyjny układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych 0<i>xyz</i> |
| $S_{12}x_{12}y_{12}z_{12}$ | – nieinercyjny układ współrzędnych poruszający się pionowym ruchem prostoliniowym względem układu współrzędnych $0_{12}x_{12}y_{12}z_{12}$ |
| Most tylny: | |
| $0_m x_m y_m z_m$ | nieinercyjny układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych 0<i>xyz</i> |
| $S_m x_m y_m z_m$ | – nieinercyjny układ współrzędnych poruszający się pionowym ruchem prostoliniowym względem układu współrzędnych $0_m x_m y_m z_m$ |
| $S_m \xi_m \eta_m \zeta_m$ | – nieinercyjny układ współrzędnych poruszający się ruchem obrotowym względem układu współrzędnych $S_m x_m y_m z_m$ |

| CZŁOWIEK: | | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| dla indeksu <i>i</i> | =1 | układy współrzędnych dotyczą | OPERATORA |
| dia indeksu 1 | = 2 | układy wspołrzędnych dotyczą | KIEKUWUY |
| Pośladki i ne $0_{cli} x_{cli} y_{cli} z_{cli}$ $S_{cli} x_{cli} y_{cli} z_{cli}$ | ogi: – | nieinercyjny układ współrzędnyc podstawowym względem układu w nieinercyjny układ współrzędnycł | ch poruszający się ruchem współrzędnych 0 <i>xyz</i> n poruszający się pionowym |
| | | ruchem prostoliniowym względ $0_{cli} x_{cli} y_{cli} z_{cli}$ | em układu współrzędnych |
| Brzuch i mie | ednic | a: | |
| $0_{c2i} x_{c2i} y_{c2i} z_{c2i}$ | - | nieinercyjny układ współrzędnyc podstawowym względem układu w | ch poruszający się ruchem współrzędnych 0 <i>xyz</i> |
| $S_{c2i}x_{c2i}y_{c2i}z_{c2i}$ | _ | nieinercyjny układ współrzędnych ruchem prostoliniowym względ $0_{c2i} x_{c2i} y_{c2i} z_{c2i}$ | n poruszający się pionowym em układu współrzędnych |
| Głowa i klat | ka pi | ersiowa: | |
| $0_{c3i} x_{c3i} y_{c3i} z_{c3i}$ | _ | nieinercyjny układ współrzędnyc podstawowym względem układu w | ch poruszający się ruchem współrzędnych 0 <i>xyz</i> |
| $S_{c3i}x_{c3i}y_{c3i}z_{c3i}$ | - | nieinercyjny układ współrzędnych ruchem prostoliniowym względ $0_{c3i}x_{c3i}y_{c3i}z_{c3i}$ | n poruszający się pionowym em układu współrzędnych |
| Fotel: | | niainanaaninaa ahta daaraa khuma duraa | ah mamanaiaan aia maham |
| $0_{fi}x_{f1i}y_{f1i}z_{f1i}$ | _ | podstawowym względem układu w | współrzędnych 0 <i>xyz</i> |
| $S_{f1i}x_{f1i}y_{f1i}z_{f1i}$ | . – | nieinercyjny układ współrzędnych ruchem prostoliniowym względ $0_{fi}x_{f1i}y_{f1i}z_{f1i}$ | n poruszający się pionowym em układu współrzędnych |
| WYRZUTNIA: Cokół: | | | |
| $0_w x_w y_w z_w$ | _ | nieinercyjny układ współrzędnyc podstawowym względem układu w | ch poruszający się ruchem współrzędnych 0 <i>xyz</i> |
| $S_w x_w y_w z_w$ | _ | nieinercyjny układ współrzędnych ruchem prostoliniowym względ $0_w x_w y_w z_w$ | n poruszający się pionowym em układu współrzędnych |

| $S_w \xi_w \eta_w \zeta_w$ | _ | nieinercyjny układ współrzędnych poruszający się ruchem |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|-----------------------------------------------------------------------|
| | | kulistym względem układu współrzędnych $S_w x_w y_w z_w$ |
| Wieża: | | |
| $0_v x_v y_v z_v$ | _ | nieinercyjny układ współrzędnych poruszający się ruchem |
| | | podstawowym względem układu współrzędnych 0xyz |
| $S_{v}x_{v}y_{v}z_{v}$ | _ | nieinercyjny układ współrzędnych poruszający się pionowym |
| | | ruchem prostoliniowym względem układu współrzędnych |
| | | $0_{v}x_{v}y_{v}z_{v}$ |
| $S_{v}\xi_{v}\eta_{v}\zeta_{v}$ | _ | nieinercyjny układ współrzędnych poruszający się ruchem |
| | | kulistvm względem układu współrzednych $S_{,,x_{,y}}v_{,,z_{,y}}$ |
| Platforma | | |
| $S \not\in n' \not\subset $ | | układ współrzednych obrócony o kat w względem układu |
| <i>⁰_v</i> ⁰ _v ⁰ ^v ⁰ _v ⁰ _v | | ukidu wspolizedných obrocohy o kąt φ_{pv} , wzgrędem ukidu |
| | | współrzędnych $S_{\nu}\zeta_{\nu}\eta_{\nu}\zeta_{\nu}$ |
| Układ pro | wadnic | |
| $S_{v}\xi_{pv}\eta_{pv}\zeta_{pv}$ | - | układ współrzędnych obrócony o kąt \mathcal{G}_{pv} względem układu |
| | | współrzędnych $S_{\nu}\xi'_{\nu}\eta'_{\nu}\zeta'_{\nu}$ |
| RAKIETA: | | |
| dla indeksu | <i>i</i> =1 | układy współrzędnych dotyczą RAKIETY nr 1 |
| dla indeksu | <i>i</i> = 2 | układy współrzędnych dotyczą RAKIETY nr 2 |
| dla indeksu | i = 3 | układy współrzędnych dotyczą RAKIETY nr 3 |
| dla indeksu | i = 4 | układy współrzędnych dotyczą RAKIETY nr 4 |
| $0_{pvi}\xi_{pi}\eta_{pi}\zeta_{pi}$ | - | układ współrzędnych pozostający w spoczynku względem |
| | | układu współrzędnych $S_{v}\xi_{pv}\eta_{pv}\zeta_{pv}$ |
| $S_{pi}\xi_{pi}\eta_{pi}\zeta_{pi}$ | - | układ współrzędnych poruszający się ruchem prostoliniowym |
| | | względem układu współrzędnych $0_{pvi}\xi_{pi}\eta_{pi}\zeta_{pi}$ |
| $S_{pi} x_{pi} y_{pi} z_{pi}$ | _ | układ współrzędnych poruszający się ruchem obrotowym |
| | | względem układu współrzędnych $S_{pi}\xi_{pi}\eta_{pi}\zeta_{pi}$ |
| Giroskop: | | |
| dla indeksu | <i>i</i> = 1 | układy współrzędnych dotyczą Giroskopu nr 1 |
| dla indeksu | <i>i</i> = 2 | układy współrzędnych dotyczą Giroskopu nr 2 |
| dla indeksu | <i>i</i> = 3 | układy współrzędnych dotyczą Giroskopu nr 3 |
| dla indeksu | <i>i</i> = 4 | układy współrzędnych dotyczą Giroskopu nr 4 |
| $S_{Gi} x_{pi} y_{pi} z_{pi}$ | _ | układ współrzędnych sztywno związany z bryłą rakiety |
| $S_{Gi} x_{wi} y_{wi} z_{wi}$ | _ | układ współrzędnych sztywno związany z ramką wewnętrzną |
| | | sprzęgła Cardana |

| $S_{Gi} x_{zi} y_{zi} z_{zi}$ | - układ współrzędnych sztywno związany z ramką zewnętrzną |
|-------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| | sprzęgła Cardana |
| $S_{Gi}\xi_{Ki}\eta_{Ki}\zeta_{Ki}$ | - układ współrzędnych sztywno związany z krążkiem układu |
| | giroskopowego |
| Linia obserwa | acji celu (LOC): |
| $S_{Gi} x_{Ki} y_{Ki} z_{Ki}$ | – nieinercyjny układ współrzędnych poruszający się względem |
| | układu współrzędnych 0xyz ruchem wynikającym ze zmiany |
| | położenia środka masy giroskopu |
| $S_{Gi} x_{li} y_{li} z_{li}$ | układ współrzędnych związany z LOC |
| CEL: | |
| $S_c x_c y_c z_c$ | – nieinercyjny układ współrzędnych poruszający się względem |
| | układu współrzędnych 0 <i>xyz</i> ruchem wynikającym ze zmiany |
| | położenia celu |
| $S_c x_{vc} y_{vc} z_{vc}$ | prędkościowy układ współrzędnych |
| | |

POJAZD SAMOCHODOWY:

NADWOZIE:

Parametry kinematyczne:

| przemieszczenie statyczne (pionowe) |
|-----------------------------------------------------------------|
| – przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie liniowe (pionowe) |
| przemieszczenie statyczne (pochylenie) |
| – przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie kątowe (pochylenie) |
| przemieszczenie statyczne (przechylenie) |
| - przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie kątowe (przechy- |
| lenie) |
| |

Charakterystyka geometryczna:

 l_{n1}, l_{n2} – położenie przedniego i tylnego zawieszenia

Parametry opisujące masę i charakterystykę rozkładu masy:

$$m_n$$
 – masa

 I_{nx}, I_{nz} – momenty bezwładności względem głównych centralnych osi bezwładności

MOST PRZEDNI:

Parametry kinematyczne:

 y_{11st} – przemieszczenie statyczne (pionowe) masy resorowanej m_{11}

| - przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie liniowe (pionowe) |
|-----------------------------------------------------------------|
| masy resorowanej m_{11} |
| – przemieszczenie statyczne (pionowe) masy resorowanej m_{12} |
| - przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie liniowe (pionowe) |
| masy resorowanej m_{12} |
| |

Charakterystyka geometryczna:

 d_{np1}, d_{np2} – położenie elementów nieinercyjnych

Parametry opisujące masę:

 m_{11}, m_{12} – masy resorowane

Charakterystyka elementów nieinercyjnych:

| $\lambda_{11}, \lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{12}$ | odkształcenie i prędkość odkształcenia ogumienia kół |
|-------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| $\lambda_{21},\dot{\lambda}_{21},\lambda_{22},\dot{\lambda}_{22}$ | odkształcenie i prędkość odkształcenia zawieszenia |
| $k_{11}, c_{11}, k_{12}, c_{12}$ | – współczynniki sztywności i tłumienia ogumienia kół |
| $k_{21}, c_{21}, k_{22}, c_{22}$ | współczynniki sztywności i tłumienia zawieszenia |

MOST TYLNY:

Parametry kinematyczne:

| \mathcal{Y}_{mst} | przemieszczenie statyczne (pionowe) |
|------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| $y_m, \dot{y}_m, \ddot{y}_m$ | - przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie liniowe (pionowe) |
| φ_{mst} | - przemieszczenie statyczne (przechylenie) masy resorowanej |
| $\varphi_m, \dot{\varphi}_m, \ddot{\varphi}_m$ | - przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie kątowe (przechy- |
| | lenie) |

Charakterystyka geometryczna:

 $d_{nt1}, d_{nt2}, d_{m1}, d_{m2}$ – położenie elementów nieinercyjnych

Parametr opisujący masę i charakterystykę rozkładu masy:

Charakterystyka elementów nieinercyjnych:

 $\begin{aligned} \lambda_{13}, \dot{\lambda}_{13}, \lambda_{14}, \dot{\lambda}_{14} &- \text{ odkształcenie i prędkość odkształcenia ogumienia kół } \\ \lambda_{23}, \dot{\lambda}_{23}, \lambda_{24}, \dot{\lambda}_{24} &- \text{ odkształcenie i prędkość odkształcenia zawieszenia } \\ k_{13}, c_{13}, k_{14}, c_{14} &- \text{ współczynniki sztywności i tłumienia ogumienia kół } \\ k_{23}, c_{23}, k_{24}, c_{24} &- \text{ współczynniki sztywności i tłumienia zawieszenia } \end{aligned}$

Dodatek

CZŁOWIEK:

dla indeksu i=1 zależności dotyczą **OPERATORA** dla indeksu i = 2 zależności dotyczą **KIEROWCY** POŚLADKI I NOGI: Parametry kinematyczne: - przemieszczenie statyczne (pionowe) y_{clist} - przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie liniowe (pionowe) $y_{cli}, \dot{y}_{cli}, \ddot{y}_{cli}$ Parametr opisujacy mase: – masa m_{cli} BRZUCH I MIEDNICA: Parametry kinematyczne: - przemieszczenie statyczne (pionowe) Y_{c2ist} - przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie liniowe (pionowe) $y_{c2i}, \dot{y}_{c2i}, \ddot{y}_{c2i}$ Parametr opisujący masę: – masa m_{c2i} Charakterystyka elementów nieinercyjnych: $\lambda_{c2i}, \dot{\lambda}_{c2i}$ odkształcenie i prędkość odkształcenia - współczynniki sztywności i tłumienia k_{2i}, c_{2i} GŁOWA I KLATKA PIERSIOWA: Parametry kinematyczne: - przemieszczenie statyczne (pionowe) y_{c3ist} - przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie liniowe (pionowe) $y_{c3i}, \dot{y}_{c3i}, \ddot{y}_{c3i}$ Parametr opisujący masę: – masa m_{c3i} Charakterystyka elementów nieinercyjnych: odkształcenie i prędkość odkształcenia $\lambda_{c3i}, \lambda_{c3i}$ k_{3i}, c_{3i} współczynniki sztywności i tłumienia FOTEL: Parametry kinematyczne: - przemieszczenie statyczne (pionowe) y_{flist} - przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie liniowe (pionowe) $y_{f1i}, \dot{y}_{f1i}, \ddot{y}_{f1i}$ Charakterystyka geometryczna: - położenie zawieszenia fotela l_f, d_{fi}

271

Parametr opisujący masę:

$$m_{fli}$$
 – masa

Charakterystyka elementów nieinercyjnych:

| $\lambda_{f1i}, \dot{\lambda}_{f1i}$ | odkształcenie i prędkość odkształcenia zawieszenia fotela |
|--------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| $\lambda_{f2i}, \dot{\lambda}_{f2i}$ | - odkształcenie i prędkość odkształcenia poduchy wykonanej |
| k_{f1i}, c_{f1i} | z gąbki – współczynniki sztywności i tłumienia zawieszenia fotela |
| k_{f2i}, c_{f2i} | współczynniki sztywności i tłumienia poduchy wykonanej z gąbki |

WYRZUTNIA:

COKÓŁ:

Parametry kinematyczne:

| \mathcal{Y}_{wst} | przemieszczenie statyczne (pionowe) |
|------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| $y_w, \dot{y}_w, \ddot{y}_w$ | przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie liniowe (pionowe) |
| \mathcal{G}_{wst} | przemieszczenie statyczne (pochylenie) |
| $artheta_w, \dot{artheta}_w, \ddot{artheta}_w$ | przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie kątowe (pochylenie) |
| φ_{wst} | przemieszczenie statyczne (przechylenie) |
| $arphi_w, \dot{arphi}_w, \ddot{arphi}_w$ | - przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie kątowe (przechy- |
| | lenie) |

Charakterystyka geometryczna:

 $l_{w1}, l_{w2}, l_{c1}, l_{c2}, d_{w1}, d_{w2}$ – położenie elementów nieinercyjnych

Parametry opisujące masę i charakterystykę rozkładu masy:

 m_w – masa I_{wx}, I_{wz} – momenty bezwładności względem głównych centralnych osi bezwładności

Charakterystyka elementów nieinercyjnych:

 $\lambda_{w11}, \dot{\lambda}_{w11}, \lambda_{w12}, \dot{\lambda}_{w12} - \text{ odkształcenie i prędkość odkształcenia zawieszenia}$ $\lambda_{w13}, \dot{\lambda}_{w13}, \lambda_{w14}, \dot{\lambda}_{w14}$ $k_{w11}, c_{w11}, k_{w12}, c_{w12} - \text{ współczynniki sztywności i tłumienia zawieszenia}$ $k_{w13}, c_{w13}, k_{w14}, c_{w14}$

Dodatek

WIEŻA:

Parametry kinematyczne:

| y_{vst} | przemieszczenie statyczne (pionowe) |
|----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| $y_v, \dot{y}_v, \ddot{y}_v$ | - przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie liniowe (pionowe) |
| \mathcal{G}_{vst} | przemieszczenie statyczne (pochylenie) |
| $\mathcal{G}_{v},\dot{\mathcal{G}}_{v},\ddot{\mathcal{G}}_{v}$ | - przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie kątowe (pochylenie) |
| φ_{vst} | przemieszczenie statyczne (przechylenie) |
| $arphi_{_V}, \dot{arphi}_{_V}, \ddot{arphi}_{_V}$ | - przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie kątowe (przechy- |
| | lenie) |

Charakterystyka geometryczna:

 $l_{w3}, l_{w4}, l_{c3}, l_{c4}, d_{w3}, d_{w4}$ – położenie elementów nieinercyjnych

| d_{v1}, d_{v3} – położenie prowadnic względem platformy | |
|-----------------------------------------------------------|--|
|-----------------------------------------------------------|--|

| d_{pv} – położenie rakiet względem układu prowa | adnic |
|---------------------------------------------------|-------|
|---------------------------------------------------|-------|

Parametry opisujące masę i charakterystykę rozkładu masy:

| m_{v} | – masa |
|------------------|--------------------------------------------------------------|
| I_{vx}, I_{vz} | - momenty bezwładności względem centralnych osi bezwładności |
| I _{vxz} | moment dewiacyjny w płaszczyźnie xz |

Charakterystyka elementów nieinercyjnych:

$$\begin{split} \lambda_{w21}, \dot{\lambda}_{w21}, \lambda_{w22}, \dot{\lambda}_{w22} - & \text{odkształcenie i prędkość odkształcenia zawieszenia} \\ \lambda_{w23}, \dot{\lambda}_{w23}, \lambda_{w24}, \dot{\lambda}_{w24} \\ k_{w21}, c_{w21}, k_{w22}, c_{w22} - & \text{współczynniki sztywności i tłumienia zawieszenia} \\ k_{w23}, c_{w23}, k_{w24}, c_{w24} \end{split}$$

PLATFORMA:

Parametry opisujące masę i charakterystykę rozkładu masy:

m_{pl} – masa

 $I_{pl\xi'_{v}}, I_{pl\eta'_{v}}, I_{pl\zeta'_{v}}$ – momenty bezwładności względem głównych centralnych osi bezwładności

UKŁAD PROWADNIC:

Parametry kinematyczne:

 $\vartheta_{pv}, \psi_{pv}$ – kąty pochylenia i odchylenia

Parametry opisujące masę i charakterystykę rozkładu masy:

 m_{pr} – masa

 $I_{pr\xi_{pv}}, I_{pr\eta_{pv}}, I_{pr\zeta_{pv}}$ – momenty bezwładności względem głównych centralnych osi bezwładności

RAKIETA:

| dla indeksu | <i>i</i> = 1 | zależności dotyczą | RAKIETY nr 1 |
|-------------|--------------|--------------------|--------------|
| dla indeksu | <i>i</i> = 2 | zależności dotyczą | RAKIETY nr 2 |
| dla indeksu | <i>i</i> = 3 | zależności dotyczą | RAKIETY nr 3 |
| dla indeksu | <i>i</i> = 4 | zależności dotyczą | RAKIETY nr 4 |

Parametry kinematyczne:

| | - |
|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| $\xi_{pi}, \xi_{pi}, \xi_{pi}$ | - przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie liniowe (dla ruchu |
| | wzdłuż osi $0_{pvi}\xi_{pi}$) |
| $\varphi_{pi}, \dot{\varphi}_{pi}, \ddot{\varphi}_{pi}$ | - przemieszczenie, prędkość, przyspieszenie kątowe (przechy- |
| | lenie) |
| r.r.r. | składowe wektora położenia |

| $r_{pix_v}, r_{piy_v}, r_{piz_v}$ | _ | składowe wektora położenia |
|-----------------------------------------------------------------|---|--------------------------------------------|
| $V_{pix_v}, V_{piy_v}, V_{piz_v}$ | - | składowe wektora prędkości liniowej |
| γ_{pi}, χ_{pi} | - | kąty kierunkowe wektora prędkości liniowej |
| $\omega_{pix_p}, \omega_{piy_p}, \omega_{piz_p}$ | _ | składowe wektora prędkości kątowej |
| $\varepsilon_{pix_p}, \varepsilon_{piy_p}, \varepsilon_{piz_p}$ | _ | składowe wektora przyspieszenia kątowego |

Charakterystyka geometryczna:

| l_p, d_p | – długość i połowa kalibru |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| l _{psi} | położenie środka masy względem części tylnej |
| l_{p0} | położenie części tylnej rakiety względem środka masy układu |
| | prowadnic |

Parametry opisujące masę i charakterystykę rozkładu masy:

| m_{p0}, m_{pi} | _ | masa bez silnika startowego i masa bieżąca |
|-----------------------------------|---|------------------------------------------------------------|
| x_{sm0}, x_{smi} | - | położenie środka masy względem części czołowej bez silnika |
| | | startowego i położenie bieżące |
| $I_{p0x_p}, I_{p0y_p}, I_{p0z_p}$ | - | momenty bezwładności bez silnika startowego względem |
| | | głównych centralnych osi bezwładności |
| $I_{pix_p}, I_{piy_p}, I_{piz_p}$ | _ | bieżące momenty bezwładności względem głównych |
| | | centralnych osi bezwładności |

| SILNIK STARTO | WY: | |
|------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\vec{P}_{ssd1}, \vec{P}_{ssd2}, \vec{P}_{ssd3}, \vec{P}_{ssd3}$ | $\vec{P}_{ssd4}, \vec{P}_{ssd5}, \vec{P}_{ssd6}$ – ciąg | generowany przez dysze |
| $\vec{P}_{ssi}, \vec{M}_{ssi}$ | wypadkowy ciąg i m własnej osi podłużne nabażenie śradka magi | moment nadający rakiecie obrót wokół j |
| l _{smss} | – położenie srodka mas | Sy |
| $m_{ss0}, m_{sslad0}, m_{sslad0}$ $I_{ssix_p}, I_{ssiy_p}, I_{ssiz_p}$ | _{di} , m _{ssi} – masa obudo masa ładunk – momenty bezwładno | wy, początkowa masa ładunku, bieżąca cu i bieżąca masa silnika ści względem głównych centralnych osi |
| | bezwładności | |
| GIROSKOP: | | |
| dla indeksu $i = 1$ dla indeksu $i = 2$ dla indeksu $i = 3$ dla indeksu $i = 4$ | zależności dotyczą zależności dotyczą zależności dotyczą zależności dotyczą | GIROSKOPU nr 1 GIROSKOPU nr 2 GIROSKOPU nr 3 GIROSKOPU nr 4 |
| and indexsu $i = -$ | + Zalezhosel dotyezą | |
| Parametry kine $\psi_{Gi}, \dot{\psi}_{Gi}, \ddot{\psi}_{Gi}$ | matyczne: – przemieszczenie, pręc | łkość, przyspieszenie kątowe (odchylenie) |
| $\vartheta arphi_{Gi}, \dot{arphi}_{Gi}, \ddot{artheta}_{Gi}$ | - przemieszczenie, pręc | łkość, przyspieszenie kątowe (pochylenie) |
| $\varphi_{Gi},\dot{\varphi}_{Gi},\ddot{\varphi}_{Gi}$ | przemieszczenie, prę lenie) | dkość, przyspieszenie kątowe (przechy- |
| $r_{Gix_{u}}, r_{Giv_{u}}, r_{Giz_{u}}$ | - składowe wektora po | łożenia |
| $V_{Gix_v}, V_{Giy_v}, V_{Giz_v}$ | składowe wektora pro | ędkości liniowej |
| γ_{Gi}, χ_{Gi} | kąty kierunkowe wek | tora prędkości liniowej |
| Charakterystyk | a geometryczna: | |
| R_{Ki}, r_{Ki}, h_{Ki} | promień zewnętrzny, | wewnętrzny i wysokość krążka |
| l _{gsi} | położenie środka mas | sy względem części tylnej rakiety |
| Parametry opis | ujące masę i charakterys | stykę rozkładu masy: |
| m _{Ki} | – masa | |
| $ ho_{Ki}$ | gęstość materiału | |
| x_{smKi} | - położenie środka mas | sy względem części czołowej rakiety |
| $I_{Kix_w}, I_{Kiy_w}, I_{Kiz_w}$ | momenty bezwładno | ści względem głównych centralnych osi |
| De me une et me d' | bezwładności | |
| Parametry fizyo | czne: | anja w zawieszanju krożka romki wa |
| c_{Ki}, c_{Wi}, c_{Zi} | wnętrznej i ramki zev | vnętrznej |

UKŁAD STEROWANIA GIROSKOPEM:

| M_{Wi}, M_{Zi} | – mome | enty sterują | ce ramką | wewnętrzną | i ramką | zewnętrzną |
|------------------------------|----------------------|--------------|-----------|---------------|------------|--------------|
| | sprzęg | gła Cardana | | | | |
| $k_{1WGi}, k_{2WGi}, k_{12}$ | $_{ZGi}, k_{2ZGi}$ – | współczyi | nniki wzm | ocnienia czło | nów regu | latora uchy- |
| | | bowego ty | pu PD rai | nki wewnętrz | nej i zewr | nętrznej |

LINIA OBSERWACJI CELU (LOC):

| \vec{r}_{Li} | _ | wekt | 0 | r LO | С |
|----------------|---|------|---|------|---|
| | | | | | |

 $\varepsilon_{Li}, \delta_{Li}$ – kąty kierunkowe wektora LOC

CEL:

Parametry kinematyczne:

| $r_{cx_v}, r_{cy_v}, r_{cz_v}$ | – składowe wektora położenia |
|-----------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| $V_{cx_v}, V_{cy_v}, V_{cz_v}$ | składowe wektora prędkości liniowej |
| γ_c, χ_c | kąty kierunkowe wektora prędkości liniowej |
| $a_{cx_{vc}}, a_{cy_{vc}}, a_{cz_{vc}}$ | - składowe wektora przyspieszenia liniowego |

Parametry dynamiczne:

 $n_{cx_{vc}}, n_{cy_{vc}}, n_{cz_{vc}}$ – składowe wektora przeciążenia

WYMUSZENIE OD DROGI:

| $y_{01}, \dot{y}_{01}, y_{03}, \dot{y}_{03}$ | - wymuszenie kinematyczne od drogi działające na koła znaj- |
|----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| | dujące się po prawej stronie pojazdu samochodowego |
| $y_{02}, \dot{y}_{02}, y_{04}, \dot{y}_{04}$ | - wymuszenie kinematyczne od drogi działające na koła znaj- |
| | dujące się po lewej stronie pojazdu samochodowego |
| V_n | prędkość pojazdu samochodowego w ruchu podstawowym |
| <i>S</i> _n | droga pokonywana przez pojazd samochodowy |
| t | – czas |
| POIEDVNC7A F | PRZESZKODA: |

POJEDYNCZA PRZESZKODA:

| y_0, l_0 | – wysokose i długose garbu |
|---------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| NAWIERZC | HNIA DROGI O OKREŚLONYM PROFILU: |
| $S_{y_0}(\omega_n)$ | gęstość widmowa zawierająca nierówności drogi i prędkość |
| | jazdy |
| ω_n | częstość wymuszenia |
| $S_{y_0}(\Omega)$ | gęstość widmowa zawierająca nierówności drogi |
| Ω | – częstość nierówności drogi |
| | |

| | - |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| | |
| L_f | – długość fali wymuszenia |
| y_{0i} | amplituda i-tego wymuszenia harmonicznego, gdzie: |
| | $i = 1, 2, 3, \dots, n$ |
| ω_{nsi} | – częstość średnia dla i-tego przedziału dyskretyzacji częstości |
| | wymuszenia w funkcji widmowej gęstości mocy, gdzie: i = 1, 2, 3,, n |
| α_i | - kąt przesunięcia fazowego i-tego wymuszenia harmoniczne- |
| | go, gdzie: $i = 1, 2, 3,, n$ |
| $\sigma_{y_{01}}$ | – odchylenie standardowe wymuszenia kinematycznego y_{01} |
| | |

Dodatek B. UKŁADY WSPÓŁRZĘDNYCH

Transformacje układów współrzędnych związanych z modelem fizycznym pojazdu samochodowego

Dodatek

Położenia bryły nadwozia o masie m_n i momentach bezwładności I_{nx} , I_{nz} , dwóch punktów materialnych o masach m_{11} i m_{12} oraz bryły o masie m_m i momencie bezwładności I_{mx} reprezentujących elementy podwozia w dowolnej chwili czasu wyznaczane są w kartezjańskich ortogonalnych prawoskrętnych układach współrzędnych. Układami odniesienia są następujące układy współrzędnych:

- Układ współrzędnych związany z ziemią: W przypadku rozpatrywanego zestawu przeciwlotniczego można przyjąć, że układ związany z ziemią jest układem Galileusza.
 - Oxyz to inercyjny, nieruchomy układ współrzędnych związany z nawierzchnią drogi. Osie 0x i 0z leżą w płaszczyźnie nawierzchni drogi, a oś 0y jest skierowana do góry.
- 2. Układy współrzędnych określające ruch nadwozia:
 - ✤ 0_nx_ny_nz_n to układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0xyz. Spełniony po-zostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi 0_nx_n || 0x, 0_ny_n || 0y i 0_nz_n || 0z. W przyjętym modelu ruch podstawowy sprowadzony jest do prostoliniowego ruchu jednostajnego odbywającego się wzdłuż osi 0x. Jeżeli pojazd porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to w każdej chwili czasu punkt 0_n pokrywa się ze środkiem masy nadwozia.

- ✤ S_nx_ny_nz_n to układ współrzędnych poruszający się w ogólnym przypadku ruchem postępowym względem układu współrzędnych 0_nx_ny_nz_n. Początek układu współrzędnych S_n w każdej chwili czasu pokrywa się ze środkiem masy nadwozia. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi S_nx_n || 0_nx_n, S_ny_n || 0_ny_n i S_nz_n || 0_nz_n. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego środek masy nadwozia S_n przemieszcza się wzdłuż osi 0_ny_n, oznacza to, że w przyjętym modelu ruch postępowy sprowadzony jest do ruchu prostoliniowego.
- S_nξ_nη_nζ_n − to układ współrzędnych poruszający się w ogólnym przypadku ruchem kulistym względem układu współrzędnych S_nx_ny_nz_n. Osie S_nξ_n, S_nη_n i S_nζ_n związane są sztywno z bryłą nadwozia w ten sposób, że są jej głównymi centralnymi osiami bezwładności. W przypadku ogólnym d_{np1} ≠ d_{np2} i d_{m1} ≠ d_{m2}. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego bryła nadwozia obraca się dookoła osi S_nz_n zgodnie ze zmianą kąta po-chylenia *θ*_n oraz dookoła osi S_nx_n zgodnie ze zmianą kąta przechylenia *φ*_n, oznacza to, że w przyjętym modelu ruch kulisty sprowadzony jest do dwóch obrotów.

Jeżeli pojazd porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to układy współrzędnych $0_n x_n y_n z_n$, $S_n x_n y_n z_n$ i $S_n \xi_n \eta_n \zeta_n$ w każdej chwili czasu pokrywają się ze sobą. Model nadwozia jako element przestrzennego układu drgającego wykonuje względem układu odniesienia $0_n x_n y_n z_n$ ruch złożony składający się z ruchu prostoliniowego środka masy S_n zgodnie ze zmianą współrzędnej y_n , ruchu obrotowego dookoła osi $S_n z_n$ zgodnie ze zmianą kąta pochylenia θ_n i ruchu obrotowego dookoła osi $S_n x_n$ zgodnie ze zmianą kąta przechylenia φ_n .

- 3. Układy współrzędnych określające ruch podwozia:
 - a) układy współrzędnych określające ruch przedniego mostu napędowego:
 - ◊ 0₁₁x₁₁y₁₁z₁₁ to układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0xyz. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi 0₁₁x₁₁ || 0x, 0₁₁y₁₁ || 0y i 0₁₁z₁₁ || 0z. Jeżeli pojazd porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to w każdej chwili czasu punkt 0₁₁ pokrywa się z punktem materialnym o masie m₁₁.
 - S₁₁x₁₁y₁₁z₁₁ to układ współrzędnych poruszający się w ogólnym przypadku ruchem postępowym względem układu współrzędnych 0₁₁x₁₁y₁₁z₁₁. Początek układu współrzędnych S₁₁ w każdej chwili czasu

pokrywa się z punktem materialnym o masie m_{11} . Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi $S_{11}x_{11} \parallel 0_{11}x_{11}$, $S_{11}y_{11} \parallel 0_{11}y_{11}$ i $S_{11}z_{11} \parallel 0_{11}z_{11}$. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego punkt materialny S_{11} przemieszcza się wzdłuż osi $0_{11}y_{11}$, oznacza to, że w przyjętym modelu ruch postępowy sprowadzony jest do ruchu prostoliniowego.

Jeżeli pojazd porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to układy współrzędnych $0_{11}x_{11}y_{11}z_{11}$ i $S_{11}x_{11}y_{11}z_{11}$ w każdej chwili czasu pokrywają się ze sobą. Pierwszy element modelu przedniego mostu napędowego w postaci punktu materialnego S_{11} w przypadku drgań wykonuje względem układu odniesienia $0_{11}x_{11}y_{11}z_{11}$ ruch prostoliniowy zgodnie ze zmianą współrzędnej y_{11} .

- ◊ 0₁₂x₁₂y₁₂z₁₂ to układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0xyz.
 Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi 0₁₂x₁₂ || 0x, 0₁₂y₁₂ || 0y i 0₁₂z₁₂ || 0z. Jeżeli pojazd porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to w każdej chwili czasu punkt 0₁₂ pokrywa się z punktem materialnym o masie m₁₂.
- ★ S₁₂x₁₂y₁₂z₁₂ to układ współrzędnych poruszający się w ogólnym przypadku ruchem postępowym względem układu współrzędnych 0₁₂x₁₂y₁₂z₁₂. Początek układu współrzędnych S₁₂ w każdej chwili czasu pokrywa się z punktem materialnym o masie m₁₂. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi S₁₂x₁₂ || 0₁₂x₁₂, S₁₂y₁₂ || 0₁₂y₁₂ i S₁₂z₁₂ || 0₁₂z₁₂. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego punkt materialny S₁₂ przemieszcza się wzdłuż osi 0₁₂y₁₂, oznacza to, że w przyjętym modelu ruch postępowy sprowadzony jest do ruchu prostoliniowego.

Jeżeli pojazd porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to układy współrzędnych $0_{12}x_{12}y_{12}z_{12}$ i $S_{12}x_{12}y_{12}z_{12}$ w każdej chwili czasu pokrywają się ze sobą. Drugi element modelu przedniego mostu napędowego w postaci punktu materialnego S_{12} w przypadku drgań wykonuje względem układu odniesienia $0_{12}x_{12}y_{12}z_{12}$ ruch prostoliniowy zgodnie ze zmianą współrzędnej y_{12} .

- b) układy współrzędnych określające ruch tylnego mostu napędowego:
 - 0_mx_my_mz_m to układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0xyz. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie

osi $0_m x_m || 0x$, $0_m y_m || 0y$ i $0_m z_m || 0z$. Jeżeli pojazd porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to w każdej chwili czasu punkt 0_m pokrywa się ze środkiem masy tylnego mostu napędowego.

- ✤ S_mx_my_mz_m to układ współrzędnych poruszający się w ogólnym przypadku ruchem postępowym względem układu współrzędnych 0_mx_my_mz_m. Początek układu współrzędnych S_m w każdej chwili czasu pokrywa się ze środkiem masy tylnego mostu napędowego. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi S_mx_m || 0_mx_m, S_my_m || 0_my_m i S_mz_m || 0_mz_m. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego środek masy tylnego mostu napędowego S_m przemieszcza się wzdłuż osi 0_my_m, oznacza to, że w przyjętym modelu ruch postępowy sprowadzony jest do ruchu prostoliniowego.
- ★ S_mξ_mη_mζ_m to układ współrzędnych poruszający się w ogólnym przypadku ruchem kulistym względem układu współrzędnych S_mx_my_mz_m. Osie S_mξ_m, S_mη_m i S_mζ_m związane są sztywno z bryłą tylnego mostu napędowego w ten sposób, że są jej głównymi centralnymi osiami bezwładności. W przypadku ogólnym d_{nt1} ≠ d_{nt2}. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego bryła tylnego mostu napędowego obraca się dookoła osi S_mx_m zgodnie ze zmianą kąta przechylenia φ_m, oznacza to, że w armujatem modelu mosh buliatu smaru dzenwiest do moku abrotowego

w przyjętym modelu ruch kulisty sprowadzony jest do ruchu obrotowego. Jeżeli pojazd porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to układy współrzędnych $0_m x_m, y_m z_m$, $S_m x_m y_m z_m$ i $S_m \xi_m \eta_m \zeta_m$ w każdej chwili czasu pokrywają się ze sobą. Model tylnego mostu napędowego wykonuje względem układu odniesienia $0_m x_m y_m z_m$ ruch złożony składający się z ruchu prostoliniowego środka masy S_m zgodnie ze zmianą współrzędnej y_m i ruchu obrotowego dookoła osi $S_m x_m$ zgodnie ze zmianą kąta przechylenia φ_m .

Położenie układu współrzędnych $S_n\xi_n\eta_n\zeta_n$ względem układu współrzędnych $S_nx_ny_nz_n$ w ogólnym przypadku określone jest przez kąty Bryanta \mathcal{P}_n , φ_n . Zastosowanie tych kątów prowadzi do izometrycznej transformacji sekwencyjnej $R_{\mathcal{P}_n\varphi_n}$, która jest złożeniem dwóch kolejnych obrotów \mathcal{P}_n , φ_n . Transformacja $R_{\mathcal{P}_n\varphi_n}$ jako macierz przekształcenia ma postać następującą:

$$R_{\mathcal{G}_n \varphi_n} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta_n & \sin \vartheta_n & 0\\ -\sin \vartheta_n \cos \varphi_n & \cos \vartheta_n \cos \varphi_n & \sin \varphi_n\\ \sin \vartheta_n \sin \varphi_n & -\cos \vartheta_n \sin \varphi_n & \cos \varphi_n \end{bmatrix}$$
(B.1)

Rozważane są drgania o niewielkich wartościach przemieszczeń kątowych nadwozia pojazdu samochodowego, dlatego można przy tym stopniu przybliżenia przyjąć:

 $\begin{array}{ll} \sin \vartheta_n = \vartheta_n & \cos \vartheta_n = 1 \\ \sin \varphi_n = \varphi_n & \cos \varphi_n = 1 \end{array} \quad \text{oraz pominąć iloczyny tych kątów.} \\ \end{array}$

Transformacja $R_{g,a_{r}}$ jako macierz przekształcenia przyjmuje następującą postać:

$$R_{\mathcal{G}_n \varphi_n} = \begin{bmatrix} 1 & \mathcal{G}_n & 0 \\ -\mathcal{G}_n & 1 & \varphi_n \\ 0 & -\varphi_n & 1 \end{bmatrix}$$
(B.2)

Transformacje układów współrzędnych związanych z modelem fizycznym operatora

Położenia punktu materialnego reprezentującego fotel o masie m_{f1} oraz trzech punktów materialnych reprezentujących narządy operatora o masach m_{c11} , m_{c21} i m_{c31} w dowolnej chwili czasu wyznaczane są w kartezjańskich ortogonalnych prawoskrętnych układach współrzędnych. Układami odniesienia są następujące układy współrzędnych:

- 1. Układy współrzędnych określające ruch fotela:
 - ◊ 0_{f1}x_{f11}y_{f11}z_{f11} to układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0xyz. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi 0_{f1}x_{f11} || 0x, 0_{f1}y_{f11} || 0y i 0_{f1}z_{f11} || 0z. Jeżeli pojazd porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to w każdej chwili czasu punkt 0_{f1} pokrywa się z punktem materialnym o masie m_{f1}.

Jeżeli fotel porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to układy współrzędnych $0_{f1}x_{f11}y_{f11}z_{f11}$ i $S_{f1}x_{f11}y_{f11}z_{f11}$ w każdej chwili czasu pokrywają się ze sobą. Model fotela w postaci punktu materialnego S_{f1} w przypadku drgań wykonuje względem układu odniesienia $0_{f1}x_{f11}y_{f11}z_{f11}$ ruch prostoliniowy zgodnie ze zmianą współrzędnej y_{f11} .

- 2. Układy współrzędnych określające ruch operatora:
 - a) układy współrzędnych określające ruch pośladków i nóg:
 - ◊ 0_{c11}x_{c11}y_{c11}z_{c11} to układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0xyz. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi 0_{c11}x_{c11} || 0x, 0_{c11}y_{c11} || 0y i 0_{c11}z_{c11} || 0z. Jeżeli pojazd porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to w każdej chwili czasu punkt 0_{c11} pokrywa się z punktem materialnym o masie m_{c11}.
 - ★ S_{c11}x_{c11}y_{c11}z_{c11} to układ współrzędnych poruszający się w ogólnym przypadku ruchem postępowym względem układu współrzędnych 0_{c11}x_{c11}y_{c11}z_{c11}. Początek układu współrzędnych S_{c11} w każdej chwili czasu pokrywa się z punktem materialnym o masie m_{c11}. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi S_{c11}x_{c11} || 0_{c11}x_{c11}, S_{c11}y_{c11} || 0_{c11}y_{c11} i S_{c11}z_{c11} || 0_{c11}z_{c11}. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego punkt materialny S_{c11} przemieszcza się wzdłuż osi 0_{c11}y_{c11}, oznacza to, że w przyjętym modelu ruch postępowy sprowadzony jest do ruchu prostoliniowego.
 - b) układy współrzędnych określające ruch wątroby, żołądka, śledziony i nerek:
 - ◊ 0_{c21}x_{c21}y_{c21}z_{c21} to układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0xyz. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi 0_{c21}x_{c21} || 0x, 0_{c21}y_{c21} || 0y i 0_{c21}z_{c21} || 0z. Jeżeli pojazd porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to w każdej chwili czasu punkt 0_{c21} pokrywa się z punktem materialnym o masie m_{c21}.
 - * $S_{c21}x_{c21}y_{c21}z_{c21}$ to układ współrzędnych poruszający się w ogólnym przypadku ruchem postępowym względem układu współrzędnych $0_{c21}x_{c21}y_{c21}z_{c21}$. Początek układu współrzędnych S_{c21} w każdej chwili czasu pokrywa się z punktem materialnym o masie m_{c21} . Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi

 $S_{c21}x_{c21} \| 0_{c21}x_{c21}, S_{c21}y_{c21} \| 0_{c21}y_{c21}$ i $S_{c21}z_{c21} \| 0_{c21}z_{c21}$. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego punkt materialny S_{c21} przemieszcza się wzdłuż osi $0_{c21}y_{c21}$, oznacza to, że w przyjętym modelu ruch postępowy sprowadzony jest do ruchu prostoliniowego.

- c) układy współrzędnych określające ruch mózgowia, płuc i serca:
 - ♦ 0_{c31}x_{c31}y_{c31}z_{c31} to układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0xyz. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi 0_{c31}x_{c31} || 0x, 0_{c21}y_{c21} || 0y i 0_{c31}z_{c31} || 0z. Jeżeli pojazd porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to w każdej chwili czasu punkt 0_{c31} pokrywa się z punktem materialnym o masie m_{c31}.
 - ★ S_{c31}x_{c31}y_{c31}z_{c31} to układ współrzędnych poruszający się w ogólnym przypadku ruchem postępowym względem układu współrzędnych 0_{c31}x_{c31}y_{c31}z_{c31}. Początek układu współrzędnych S_{c31} w każdej chwili czasu pokrywa się z punktem materialnym o masie m_{c31}. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi S_{c31}x_{c31} || 0_{c31}x_{c31}, S_{c31}y_{c31} || 0_{c31}y_{c31} i S_{c31}z_{c31} || 0_{c31}z_{c31}. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego punkt materialny S_{c31} przemieszcza się wzdłuż osi 0_{c31}y_{c31}, oznacza to, że w przyjętym modelu ruch postępowy sprowadzony jest do ruchu prostoliniowego.

Jeżeli operator porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to odpowiadające sobie układy współrzędnych $0_{c11}x_{c11}y_{c11}z_{c11}$ i $S_{c11}x_{c11}y_{c11}z_{c11}$ oraz $0_{c21}x_{c21}y_{c21}z_{c21}$ i $S_{c21}x_{c21}y_{c21}z_{c21}$ oraz $0_{c31}x_{c31}y_{c31}z_{c31}$ i $S_{c31}x_{c31}y_{c31}z_{c31}$ w każdej chwili czasu pokrywają się ze sobą. Model pośladków i kończyn dolnych w postaci punktu materialnego S_{c11} w przypadku drgań wykonuje względem układu odniesienia $0_{c11}x_{c11}y_{c11}z_{c11}$ ruch prostoliniowy zgodnie ze zmianą współrzędnej y_{c11} . Model wątroby, żołądka, śledziony i nerek w postaci punktu materialnego S_{c21} w przypadku drgań wykonuje względem układu odniesienia $0_{c21}x_{c21}y_{c21}z_{c21}$ ruch prostoliniowy zgodnie ze zmianą współrzędnej y_{c21} . Model mózgowia, płuc i serca w postaci punktu materialnego S_{c31} w przypadku drgań wykonuje względem układu odniesienia $0_{c31}x_{c31}y_{c31}z_{c31}$ ruch prostoliniowy zgodnie ze zmianą współrzędnej y_{c31} .

Transformacje układów współrzędnych związanych z modelem fizycznym kierowcy

Do oceny reakcji kierowcy znajdującego się w pozycji siedzącej w zestawie przeciwlotniczym i poddanego drganiom wybrano analogiczny model antropodynamiczny jak dla operatora. Różnica związana jest z innym położeniem obu modeli względem nadwozia. W związku z tym odpowiadające sobie układy współrzędnych służą w przyjętych modelach do określenia podobnych ruchów, a interpretacja parametrów jest w obu przypadkach analogiczna.

Odpowiadające sobie parametry to:

Parametry foteli:

| $c_{f12} \Leftrightarrow c_{f11}$ | $k_{f22} \Leftrightarrow k_{f21}$ | $c_{f22} \Leftrightarrow c_{f21}$ |
|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | | |
| $m_{c22} \Leftrightarrow m_{c21}$ | $m_{c32} \Leftrightarrow m_{c31}$ | |
| $c_{c22} \Leftrightarrow c_{c21}$ | $k_{c32} \Leftrightarrow k_{c31}$ | $c_{c32} \Leftrightarrow c_{c31}$ |
| | $c_{f12} \Leftrightarrow c_{f11}$ $m_{c22} \Leftrightarrow m_{c21}$ $c_{c22} \Leftrightarrow c_{c21}$ | $c_{f12} \Leftrightarrow c_{f11} \qquad k_{f22} \Leftrightarrow k_{f21}$ $m_{c22} \Leftrightarrow m_{c21} \qquad m_{c32} \Leftrightarrow m_{c31}$ $c_{c22} \Leftrightarrow c_{c21} \qquad k_{c32} \Leftrightarrow k_{c31}$ |

Odpowiadające sobie układy współrzędnych to:

Układy współrzędnych związane z fotelami:

 $0_{f2} x_{f12} y_{f12} z_{f12} \Leftrightarrow 0_{f1} x_{f11} y_{f11} z_{f11} \qquad S_{f2} x_{f12} y_{f12} z_{f12} \Leftrightarrow S_{f1} x_{f11} y_{f11} z_{f11}$

Układy współrzędnych związane z ludźmi:

| $0_{c12} x_{c12} y_{c12} z_{c12} \Leftrightarrow 0_{c11} x_{c11} y_{c11} z_{c11}$ | $S_{c12}x_{c12}y_{c12}z_{c12} \Leftrightarrow S_{c11}x_{c11}y_{c11}z_{c11}$ |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| $0_{c22}x_{c22}y_{c22}z_{c22} \Leftrightarrow 0_{c21}x_{c21}y_{c21}z_{c21}$ | $S_{c22}x_{c22}y_{c22}z_{c22} \Leftrightarrow S_{c21}x_{c21}y_{c21}z_{c21}$ |
| $0_{c32} x_{c32} y_{c32} z_{c32} \Leftrightarrow 0_{c31} x_{c31} y_{c31} z_{c31}$ | $S_{c32}x_{c32}y_{c32}z_{c32} \Leftrightarrow S_{c31}x_{c31}y_{c31}z_{c31}$ |

Transformacje układów współrzędnych związanych z modelem fizycznym wyrzutni

Położenia bryły cokołu o masie m_w i momentach bezwładności I_{wx} i I_{wz} oraz bryły wieży o masie m_v , momentach bezwładności I_{vx} i I_{vz} oraz momencie dewiacyjnym I_{vxz} w dowolnej chwili czasu wyznaczane są w kartezjańskich ortogonalnych prawoskrętnych układach współrzędnych. Układami odniesienia są następujące układy współrzędnych:

- 1. Układy współrzędnych określające ruch cokołu:
 - ✤ 0_wx_wy_wz_w to układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0xyz. Spełniony po-zostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi 0_wx_w || 0x, 0_wy_w || 0y i 0_wz_w || 0z. Jeżeli cokół porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to w każdej chwili czasu punkt 0_w pokrywa się ze środkiem masy cokołu.
 - ✤ S_wx_wy_wz_w to układ współrzędnych poruszający się w ogólnym przypadku ruchem postępowym względem układu współrzędnych 0_wx_wy_wz_w. Początek układu współrzędnych S_w w każdej chwili czasu pokrywa się ze środkiem masy cokołu. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi S_wx_w || 0_wx_w, S_wy_w || 0_wy_w i S_wz_w || 0_wz_w. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego środek masy cokołu S_w przemieszcza się wzdłuż osi 0_wy_w, oznacza to, że w przyjętym modelu ruch postępowy sprowadzony jest do ruchu prostoliniowego.
 - ✤ S_wξ_wη_wζ_w to układ współrzędnych poruszający się w ogólnym przypadku ruchem kulistym względem układu współrzędnych S_wx_wy_wz_w. Osie S_wξ_w, S_wη_w i S_wζ_w związane są sztywno z bryłą cokołu w ten sposób, że są jej głównymi centralnymi osiami bezwładności. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego bryła cokołu obraca się dookoła osi S_wz_w zgodnie ze zmianą kąta pochylenia 𝔅_w oraz dookoła osi S_wx_w zgodnie ze zmianą kąta przechylenia 𝔅_w, oznacza to, że w przyjętym modelu ruch kulisty sprowadzony jest do dwóch ruchów obrotowych.

Jeżeli cokół porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to układy współrzędnych $0_w x_w y_w z_w$, $S_w x_w y_w z_w$ i $S_w \xi_w \eta_w \zeta_w$ w każdej chwili czasu pokrywają się ze sobą. Model cokołu jako element przestrzennego układu drgającego wykonuje względem układu odniesienia $0_w x_w y_w z_w$ ruch złożony składający się z ruchu prostoliniowego środka masy S_w zgodnie ze zmianą współrzędnej y_w , ruchu obrotowego dookoła osi $S_w z_w$ zgodnie ze zmianą kąta pochylenia θ_w i ruchu obrotowego dookoła osi $S_w x_w$ zgodnie ze zmianą kąta przechylenia ϕ_w .

- 2. Układy współrzędnych określające ruch wieży:
 - ◊ 0_v x_v y_v z_v to układ współrzędnych poruszający się ruchem podstawowym względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0xyz. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi 0_v x_v || 0x, 0_v y_v || 0y i 0_v z_v || 0z. Jeżeli cokół porusza się bez zaburzeń ru-

chu podstawowego to w każdej chwili czasu punkt 0_v pokrywa się ze środkiem masy cokołu.

- ★ S_vx_vy_vz_v to układ współrzędnych poruszający się w ogólnym przypadku ruchem postępowym względem układu współrzędnych 0_vx_vy_vz_v. Początek układu współrzędnych S_v w każdej chwili czasu pokrywa się ze środkiem masy wieży. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi S_vx_v || 0_vx_v, S_vy_v || 0_vy_v i S_vz_v || 0_vz_v. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego środek masy wieży S_v przemieszcza się wzdłuż osi 0_vy_v, oznacza to, że w przyjętym modelu ruch postępowy sprowadzony jest do ruchu prostoliniowego.
- ✤ S_vξ_vη_vζ_v to układ współrzędnych poruszający się w ogólnym przypadku ruchem kulistym względem układu współrzędnych S_vx_vy_vz_v. Osie S_vξ_v, S_vη_v i S_vζ_v związane są sztywno z bryłą wieży w ten sposób, że są jej głównymi centralnymi osiami bezwładności jeżeli spełnione są następujące warunki ψ_{pv} = 0 i 𝔅_{pv} = 0. Pod wpływem zaburzeń ruchu podstawowego bryła wieży obraca się dookoła osi S_vz_v zgodnie ze zmianą kąta przechylenia 𝔅_v oznacza to, że w przyjętym modelu ruch kulisty sprowadzony jest do dwóch ruchów obrotowych.

Jeżeli wieża porusza się bez zaburzeń ruchu podstawowego to układy współrzędnych $0_v x_v y_v z_v$, $S_v x_v y_v z_v$ i $S_v \xi_v \eta_v \zeta_v$ w każdej chwili czasu pokrywają się ze sobą. Model wieży jako element przestrzennego układu drgającego wykonuje względem układu odniesienia $0_v x_v y_v z_v$ ruch złożony składający się z ruchu prostoliniowego środka masy S_v zgodnie ze zmianą współrzędnej y_v , ruchu obrotowego dookoła osi $S_v z_v$ zgodnie ze zmianą kąta pochylenia θ_v i ruchu obrotowego dookoła osi $S_v x_v$ zgodnie ze zmianą kąta przechylenia ϕ_v .

Położenie układu współrzędnych $S_w \xi_w \eta_w \zeta_w$ względem układu współrzędnych $S_w x_w y_w z_w$ w ogólnym przypadku określone jest przez kąty Bryanta \mathcal{G}_w , φ_w . Zastosowanie tych kątów prowadzi do izometrycznej transformacji sekwencyjnej $R_{\mathcal{G}_w \varphi_w}$, która jest złożeniem dwóch kolejnych obrotów \mathcal{G}_w , φ_w . Transformacja $R_{\mathcal{G}_w \varphi_w}$ jako macierz przekształcenia ma postać następującą:

$$R_{\mathcal{G}_{w}\varphi_{w}} = \begin{bmatrix} \cos \mathcal{G}_{w} & \sin \mathcal{G}_{w} & 0\\ -\sin \mathcal{G}_{w} \cos \varphi_{w} & \cos \mathcal{G}_{w} \cos \varphi_{w} & \sin \varphi_{w}\\ \sin \mathcal{G}_{w} \sin \varphi_{w} & -\cos \mathcal{G}_{w} \sin \varphi_{w} & \cos \varphi_{w} \end{bmatrix}$$
(B.3)

Rozważane są drgania o niewielkich wartościach przemieszczeń kątowych cokołu wyrzutni, dlatego można przy tym stopniu przybliżenia przyjąć:

$$\begin{array}{l} \sin \vartheta_w = \vartheta_w & \cos \vartheta_w = 1 \\ \sin \varphi_w = \varphi_w & \cos \varphi_w = 1 \end{array} \quad \text{oraz pominąć iloczyny tych kątów.} \end{array}$$

Transformacja $R_{g_w \rho_w}$ jako macierz przekształcenia przyjmuje następującą postać:

$$R_{\mathcal{G}_{w}\varphi_{w}} = \begin{bmatrix} 1 & \mathcal{G}_{w} & 0 \\ -\mathcal{G}_{w} & 1 & \varphi_{w} \\ 0 & -\varphi_{w} & 1 \end{bmatrix}$$
(B.4)

Położenie układu współrzędnych $S_{\nu}\xi_{\nu}\eta_{\nu}\zeta_{\nu}$ względem układu współrzędnych $S_{\nu}x_{\nu}y_{\nu}z_{\nu}$ w ogólnym przypadku określone jest przez kąty Bryanta \mathcal{G}_{ν} , φ_{ν} . Zastosowanie tych kątów prowadzi do izometrycznej transformacji sekwencyjnej $R_{\mathcal{G}_{\nu}\varphi_{\nu}}$, która jest złożeniem dwóch kolejnych obrotów \mathcal{G}_{ν} , φ_{ν} . Transformacja $R_{\mathcal{G}_{\nu}\varphi_{\nu}}$ jako macierz przekształcenia ma postać następującą:

$$R_{\mathcal{G}_{v}\varphi_{v}} = \begin{vmatrix} \cos \theta_{v} & \sin \theta_{v} & 0\\ -\sin \theta_{v} \cos \varphi_{v} & \cos \theta_{v} \cos \varphi_{v} & \sin \varphi_{v} \\ \sin \theta_{v} \sin \varphi_{v} & -\cos \theta_{v} \sin \varphi_{v} & \cos \varphi_{v} \end{vmatrix}$$
(B.5)

Rozważane są drgania o niewielkich wartościach przemieszczeń kątowych wieży wyrzutni, dlatego można przy tym stopniu przybliżenia przyjąć:

 $\begin{array}{ll} \sin \vartheta_{v} = \vartheta_{v} & \cos \vartheta_{v} = 1 \\ \sin \varphi_{v} = \varphi_{v} & \cos \varphi_{v} = 1 \end{array} \quad \text{oraz pominąć iloczyny tych kątów.} \\ \end{array}$

Transformacja R_{g, ϕ_v} jako macierz przekształcenia przyjmuje następującą postać:

$$R_{\mathcal{G}_{\mathcal{V}}\varphi_{\mathcal{V}}} = \begin{bmatrix} 1 & \mathcal{G}_{\mathcal{V}} & 0\\ -\mathcal{G}_{\mathcal{V}} & 1 & \varphi_{\mathcal{V}}\\ 0 & -\varphi_{\mathcal{V}} & 1 \end{bmatrix}$$
(B.6)

Układ elementów inercyjnych wieży uzależniony jest od aktualnego położenia jej obiektów składowych w chwili przechwycenia celu. Do określenia konfiguracji wieży w tej chwili czasu niezbędne jest określenie położenia platformy i układu prowadnic. Położenie bryły platformy o masie m_{pl} i momentach bezwładności $I_{pl\xi'_{y}}$, $I_{pl\eta'_{y}}$, $I_{pl\zeta'_{y}}$ oraz bryły układu prowadnic o masie m_{pr} i momentach bez-
władności $I_{pr\xi_{pv}}$, $I_{pr\eta_{pv}}$, $I_{pr\zeta_{pv}}$ wyznaczane jest w kartezjańskich ortogonalnych prawoskrętnych układach współrzędnych. Układami odniesienia są następujące układy współrzędnych:

1. Układy współrzędnych określające położenie platformy:

288

- * $S_{\nu}\xi'_{\nu}\eta'_{\nu}\zeta'_{\nu}$ to układ współrzędnych obrócony o kąt $\psi_{p\nu}$ względem układu współrzędnych $S_{\nu}\xi_{\nu}\eta_{\nu}\zeta_{\nu}$. Osie $S_{\nu}\xi'_{\nu}$, $S_{\nu}\eta'_{\nu}$ i $S_{\nu}\zeta'_{\nu}$ związane są sztywno z bryłą platformy w ten sposób, że są jej głównymi centralnymi osiami bezwładności. Ze względu na położenie celu operator obraca platformę o kąt odchylenia $\psi_{p\nu}$.
- 2. Układy współrzędnych określające położenie układu prowadnic:
 - * $S_{\nu}\xi_{p\nu}\eta_{p\nu}\zeta_{p\nu}$ to układ współrzędnych obrócony o kąt $\mathcal{G}_{p\nu}$ względem układu współrzędnych $S_{\nu}\xi'_{\nu}\eta'_{\nu}\zeta'_{\nu}$. Osie $S_{\nu}\xi_{p\nu}$, $S_{\nu}\eta_{p\nu}$ i $S_{\nu}\zeta_{p\nu}$ związane są sztywno z bryłą układu prowadnic w ten sposób, że są jej głównymi centralnymi osiami bezwładności. Ze względu na położenie celu operator obraca układ prowadnic względem platformy o kąt pochylenia $\mathcal{G}_{p\nu}$.

Wzajemne położenie omówionych układów współrzędnych określone jest przez kąty Bryanta ψ_{pv} , \mathcal{P}_{pv} . Zastosowanie tych kątów prowadzi do sformułowania transformacji jako macierzy przekształcenia.

Transformacja $R_{\psi_{pv}}$ jako macierz przekształcenia z układu współrzędnych $S_{\nu}\xi_{\nu}\eta_{\nu}\zeta_{\nu}$ do układu współrzędnych $S_{\nu}\xi'_{\nu}\eta'_{\nu}\zeta'_{\nu}$ ma postać następującą (rys. B.1):

$$R_{\psi_{pv}} = \begin{bmatrix} \cos\psi_{pv} & 0 & -\sin\psi_{pv} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\psi_{pv} & 0 & \cos\psi_{pv} \end{bmatrix}$$
(B.7)

Transformacja $R_{\beta_{pv}}$ jako macierz przekształcenia z układu współrzędnych $S_{v}\xi'_{v}\eta'_{v}\zeta'_{v}$ do układu współrzędnych $S_{v}\xi_{pv}\eta_{pv}\zeta_{pv}$ ma postać następującą (rys. B.2):

$$R_{\mathcal{G}_{pv}} = \begin{bmatrix} \cos \mathcal{G}_{pv} & \sin \mathcal{G}_{pv} & 0\\ -\sin \mathcal{G}_{pv} & \cos \mathcal{G}_{pv} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(B.8)

Położenie układu współrzędnych $S_{\nu}\xi_{p\nu}\eta_{p\nu}\zeta_{p\nu}$ względem układu współrzędnych $S_{\nu}\xi_{\nu}\eta_{\nu}\zeta_{\nu}$ określone jest przez kąty Bryanta $\psi_{p\nu}$, $\vartheta_{p\nu}$ jak na rysunku B.3. Zastosowanie tych kątów prowadzi do izometrycznej transformacji sekwencyjnej $R_{\psi_{pv}}g_{pv}$, która jest złożeniem dwóch kolejnych obrotów ψ_{pv} , g_{pv} . Transformacja $R_{\psi_{pv}}g_{pv}$ jako macierz przekształcenia ma postać następującą:







Rys. B.1. Transformacja układu współrzędnych $S_{\nu}\xi'_{\nu}\eta'_{\nu}\zeta'_{\nu}$ względem układu współrzędnych $S_{\nu}\xi_{\nu}\eta_{\nu}\zeta_{\nu}$

Rys. B.2. Transformacja układu współrzędnych $S_{\nu}\xi_{p\nu}\eta_{p\nu}\zeta_{p\nu}$ względem układu współrzędnych $S_{\nu}\xi'_{\nu}\eta'_{\nu}\zeta'_{\nu}$



Rys. B.3. Transformacja układu współrzędnych $S_{\nu}\xi_{p\nu}\eta_{p\nu}\zeta_{p\nu}$ względem układu współrzędnych $S_{\nu}\xi_{\nu}\eta_{\nu}\zeta_{\nu}$

Transformacje układów współrzędnych związanych z układem prowadnica-rakieta

Położenia bryły rakiety nr *i* o masie m_{pi} i momentach bezwładności I_{pix} , I_{piy} , I_{piz} w dowolnej chwili czasu wyznaczane są w kartezjańskich ortogonalnych prawoskrętnych układach współrzędnych. Układami odniesienia są następujące układy współrzędnych:

- 1. Układy współrzędnych określające ruch rakiety przed jej wystrzeleniem:
 - ✤ 0xyz, 0_vx_vy_vz_v, S_vx_vy_vz_v i S_vξ_vη_vζ_v to układy współrzędnych, które zostały już wcześniej omówione, określają one ruch wieży. Przed wystrzeleniem z wyrzutni rakieta jest sztywno połączona z prowadnicą, w związku z tym porusza się analogicznie jak wieża. W tym przypadku układy współrzędnych 0xyz, 0_vx_vy_vz_v, S_vx_vy_vz_v i S_vξ_vη_vζ_v określają jednoznacznie również ruch rakiety.

Rakieta porusza się wraz z wieżą ruchem podstawowym, który sprowadzony jest do prostoliniowego ruchu jednostajnego odbywającego się wzdłuż osi 0x. Model rakiety jako element przestrzennego układu drgającego wykonuje względem układu odniesienia $0_v x_v y_v z_v$ ruch złożony składający się z ruchu prostoliniowego środka masy S_v wieży zgodnie ze zmianą współrzędnej y_v , ruchu obrotowego dookoła osi $S_v z_v$ zgodnie ze zmianą kąta pochylenia \mathcal{G}_v i ruchu obrotowego dookoła osi $S_v x_v$ zgodnie ze zmianą kąta przechylenia φ_v . Z uwzględnienia wyłącznie zaburzeń ruchu podstawowego wynika, że środek masy S_{pi} pocisku rakietowego porusza się ruchem określonym przez drgania wieży.

- Układy współrzędnych określające ruch rakiety w trakcie startu z prowadnicy: Prowadnica nakłada więzy na ruch rakiety. Pocisk porusza się ruchem złożonym składającym się z ruchu unoszenia realizowanego przez wieżę i z ruchu rakiety względem prowadnicy.
 - a) układy współrzędnych określające ruch unoszenia rakiety: Układy współrzędnych określające ruch unoszenia rakiety są analogiczne jak układy współrzędnych określające ruch rakiety przed jej wystrzeleniem.
 - b) układy współrzędnych określające ruch względny rakiety:
 - ◊ 0_{pvi}ξ_{pi}η_{pi}ζ_{pi} to układ współrzędnych pozostający w spoczynku względem układu współrzędnych S_vξ_{pv}η_{pv}ζ_{pv}. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi 0_{pvi}ξ_{pi} || S_vξ_{pv}, 0_{pvi}η_{pi} || S_vη_{pv} i 0_{pvi}ζ_{pi} || S_vζ_{pv}. W każdej chwili czasu punkt 0_{pvi}

związany jest z prowadnicą i jednocześnie pokrywa się z położeniem tylnej części rakiety przed jej wystrzeleniem.

- *S_{pi}ξ_{pi}η_{pi}ζ_{pi}* to układ współrzędnych poruszający się ruchem prostoliniowym względem układu współrzędnych 0_{pvi}ξ_{pi}η_{pi}ζ_{pi}. Początek układu współrzędnych *S_{pi}* w każdej chwili czasu pokrywa się ze środkiem masy rakiety. Spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi *S_{pi}ξ_{pi}* || 0_{pvi}ξ_{pi}, *S_{pi}η_{pi}* || 0_{pvi}η_{pi} i *S_{pi}ζ_{pi}* || 0_{pvi}ζ_{pi}. Pod wpływem działania silnika startowego rakiety środek masy pocisku *S_{pi}* przemieszcza się wzdłuż osi 0_{pvi}ξ_{pi}.
- ✤ S_{pi}x_{pi}y_{pi}z_{pi} to układ współrzędnych poruszający się ruchem obrotowym względem układu współrzędnych S_{pi}ξ_{pi}η_{pi}ζ_{pi}. Osie S_{pi}x_{pi}, S_{pi}y_{pi} i S_{pi}z_{pi} związane są sztywno z bryłą rakiety w ten sposób, że są jej głównymi centralnymi osiami bezwładności. Oś S_{pi}ξ_{pi} zajmuje to samo położenie w przestrzeni co oś S_{pi}x_{pi}. Pod wpływem działania silnika startowego bryła rakiety obraca się dookoła osi S_{pi}ξ_{pi} zgodnie ze zmianą kąta przechylenia φ_{pi}.

Realizując ruch względny rakieta porusza się względem układu odniesienia związanego z prowadnicą $0_{pvi}\xi_{pi}\eta_{pi}\zeta_{pi}$ ruchem prostoliniowym zgodnie ze zmianą współrzędnej ξ_{pi} i ruchem obrotowym dookoła osi $S_{pi}\xi_{pi}$ zgodnie ze zmianą kąta przechylenia φ_{pi} . Rozpatrując wyłącznie ruch względny wynika, że środek masy S_{pi} pocisku rakietowego porusza się ruchem prostoliniowym.

Położenie układu współrzędnych $S_{pi}x_{pi}y_{pi}z_{pi}$ względem układu współrzędnych $S_{pi}\xi_{pi}\eta_{pi}\zeta_{pi}$ określone jest transformacją $R_{\varphi_{pi}}$ przedstawiającą macierz przekształcenia o następującej postaci (rys. B.4):

$$R_{\varphi_{pi}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\varphi_{pi} & \sin\varphi_{pi}\\ 0 & -\sin\varphi_{pi} & \cos\varphi_{pi} \end{bmatrix}$$
(B.10)



S_{pi}x_{pi}y_{pi}z_{pi} względem układu współrzędnych $S_{pi}\xi_{pi}\eta_{pi}\zeta_{pi}$

Transformacje układów współrzędnych związanych z modelem fizycznym układu giroskopowego

Położenia bryły giroskopu nr *i* o masie m_{Ki} i momentach bezwładności I_{Kix_w} , I_{Kiv_w} , I_{Kiz_w} w dowolnej chwili czasu wyznaczane są w kartezjańskich ortogonalnych prawoskrętnych układach współrzędnych. Układami odniesienia są następujące układy współrzędnych:

- 1. Układy współrzędnych określające ruch giroskopu na pokładzie pocisku rakietowego:
 - * $S_{Gi} x_{pi} y_{pi} z_{pi}$ to układ współrzędnych sztywno związany z bryłą rakiety. Początek układu współrzędnych S_{Gi} w każdej chwili czasu pokrywa się z położeniem środka masy krążka. Między układem współrzędnych $S_{Gi}x_{pi}y_{pi}z_{pi}$, a układem współrzędnych $S_{pi}x_{pi}y_{pi}z_{pi}$ spełniony pozostaje zawsze warunek równoległości odpowiadających sobie osi $S_{Gi}x_{pi} || S_{pi}x_{pi}$,

 $S_{Gi}y_{pi} || S_{pi}y_{pi}$ i $S_{Gi}z_{pi} || S_{pi}z_{pi}$.

* $S_{Gi}x_{zi}y_{zi}z_{zi}$ – to układ współrzędnych sztywno związany z ramką zewnętrzną (Z) sprzęgła Cardana. Oś $S_{Gi}y_{zi}$ w każdej chwili czasu pokrywa się z osią $S_{Gi}y_{pi}$, a oś $S_{Gi}z_{zi}$ przechodzi przez punkt łączący ramkę zewnętrzną z ramką wewnętrzną. Układ współrzędnych $S_{Gi}x_{zi}y_{zi}z_{zi}$ porusza się ruchem obrotowym względem układu współrzędnych $S_{Gi}x_{pi}y_{pi}z_{pi}$. Pod wpływem zaistniałych oddziaływań ramka zewnętrzna obraca się dookoła osi $S_{Gi}y_{pi}$ zgodnie ze zmianą kąta odchylenia ψ_{Gi} jak na rysunku 3.19.

- ✤ S_{Gi}x_{wi}y_{wi}z_{wi} to układ współrzędnych sztywno związany z ramką wewnętrzną (W) sprzęgła Cardana. Oś S_{Gi}z_{wi} w każdej chwili czasu pokrywa się z osią S_{Gi}z_{zi}, a oś S_{Gi}x_{wi} przechodzi przez punkt łączący ramkę wewnętrzną z osią krążka. Oś krążka jest zarazem osią koordynatora. Układ współrzędnych S_{Gi}x_{wi}y_{wi}z_{wi} porusza się ruchem obrotowym względem układu współrzędnych S_{Gi}x_{zi}y_{zi}z_{zi}. Pod wpływem zaistniałych oddziaływań ramka wewnętrzna obraca się dookoła osi S_{Gi}z_{zi} zgodnie ze zmianą kąta pochylenia 9_{Gi} jak na rysunku 3.17.
- * $S_{Gi}\xi_{Ki}\eta_{Ki}\zeta_{Ki}$ to układ współrzędnych sztywno związany z krążkiem (K) układu giroskopowego. Oś $S_{Gi}\xi_{Ki}$ w każdej chwili czasu pokrywa się z osią $S_{Gi}x_{wi}$, a układ współrzędnych $S_{Gi}\xi_{Ki}\eta_{Ki}\zeta_{Ki}$ porusza się ruchem obrotowym względem układu współrzędnych $S_{Gi}x_{wi}y_{wi}z_{wi}$ z prędkością kątową nadaną krążkowi przez system rozbiegu giroskopu. Pod wpływem działania systemu rozbiegu giroskopu krążek obraca się dookoła osi $S_{Gi}x_{wi}$ zgodnie ze zmianą kąta przechylenia φ_{Gi} jak na rysunku 3.18.

Giroskop na pokładzie pocisku rakietowego porusza się ruchem kulistym. Krążek (K) realizuje ruch obrotowy dookoła osi $S_{Gi}y_{pi}$ zgodnie ze zmianą kąta odchylenia ψ_{Gi} , ruch obrotowy dookoła osi $S_{Gi}z_{zi}$ zgodnie ze zmianą kąta pochylenia \mathcal{G}_{Gi} i ruch obrotowy dookoła osi $S_{Gi}x_{wi}$ zgodnie ze zmianą kąta przechylenia φ_{Gi} jak na rysunku 3.16. Jednocześnie środek masy S_{Gi} giroskopu względem korpusu pocisku pozostaje w spoczynku.

Wzajemne położenie omówionych układów współrzędnych określone jest przez kąty Bryanta ψ_{Gi} , ϑ_{Gi} , φ_{Gi} . Zastosowanie tych kątów prowadzi do sformułowania transformacji jako macierzy przekształcenia.

Transformacja $R_{\psi_{Gi}}$ jako macierz przekształcenia z układu współrzędnych $S_{Gi}x_{pi}y_{pi}z_{pi}$ do układu współrzędnych $S_{Gi}x_{zi}y_{zi}z_{zi}$ ma postać następującą (rys. B.5):

$$R_{\psi_{Gi}} = \begin{bmatrix} \cos\psi_{Gi} & 0 & -\sin\psi_{Gi} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\psi_{Gi} & 0 & \cos\psi_{Gi} \end{bmatrix}$$
(B.11)

Transformacja $R_{\mathcal{G}_{Gi}}$ jako macierz przekształcenia z układu współrzędnych $S_{Gi}x_{zi}y_{zi}z_{zi}$ do układu współrzędnych $S_{Gi}x_{wi}y_{wi}z_{wi}$ ma postać następującą (rys. B.6):

Xzi

ΨGi

Хрі

Ypi Yzi

Zpi

ΨGi

Zzi

ΨGi

SGi

$$R_{\mathcal{G}_{G_i}} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{G_i} & \sin \theta_{G_i} & 0\\ -\sin \theta_{G_i} & \cos \theta_{G_i} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(B.12)





Transformacja $R_{\varphi_{Gi}}$ jako macierz przekształcenia z układu współrzędnych $S_{Gi}x_{wi}y_{wi}z_{wi}$ do układu współrzędnych $S_{Gi}\xi_{Ki}\eta_{Ki}\zeta_{Ki}$ ma postać następującą (rys. B.7):

$$R_{\varphi_{G_{i}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi_{G_{i}} & \sin\varphi_{G_{i}} \\ 0 & -\sin\varphi_{G_{i}} & \cos\varphi_{G_{i}} \end{bmatrix}$$
(B.13)



Położenie układu współrzędnych $S_{Gi}x_{wi}y_{wi}z_{wi}$ względem układu współrzędnych $S_{Gi}x_{pi}y_{pi}z_{pi}$ określone jest przez kąty Bryanta ψ_{Gi} , ϑ_{Gi} jak na rysunku B.8. Zastosowanie tych kątów prowadzi do izometrycznej transformacji sekwencyjnej $R_{\psi_{Gi}\vartheta_{Gi}}$, która jest złożeniem dwóch kolejnych obrotów ψ_{Gi} , ϑ_{Gi} . Transformacja $R_{\psi_{Gi}\vartheta_{Gi}}$ jako macierz przekształcenia ma postać następującą:

$$R_{\psi_{Gi}} \mathcal{G}_{Gi} = \begin{bmatrix} \cos \psi_{Gi} \cos \mathcal{G}_{Gi} & \sin \mathcal{G}_{Gi} & -\sin \psi_{Gi} \cos \mathcal{G}_{Gi} \\ -\cos \psi_{Gi} \sin \mathcal{G}_{Gi} & \cos \mathcal{G}_{Gi} & \sin \psi_{Gi} \sin \mathcal{G}_{Gi} \\ \sin \psi_{Gi} & 0 & \cos \psi_{Gi} \end{bmatrix}$$
(B.14)



Rys. B.8. Transformacja układu współrzędnych $S_{Gi}x_{wi}y_{wi}z_{wi}$ względem układu współrzędnych $S_{Gi}x_{pi}y_{pi}z_{pi}$

Położenie układu współrzędnych $S_{Gi}\xi_{Ki}\eta_{Ki}\zeta_{Ki}$ względem układu współrzędnych $S_{Gi}x_{pi}y_{pi}z_{pi}$ określone jest przez kąty Bryanta ψ_{Gi} , ϑ_{Gi} , φ_{Gi} jak na rysunku B.9. Zastosowanie tych kątów prowadzi do izometrycznej transformacji sekwencyjnej $R_{\psi_{Gi}\vartheta_{Gi}\varphi_{Gi}}$, która jest złożeniem trzech kolejnych obrotów ψ_{Gi} , ϑ_{Gi} , φ_{Gi} . Transformacja $R_{\psi_{Gi}\vartheta_{Gi}\varphi_{Gi}}$ jako macierz przekształcenia ma postać następującą:

$$R_{\psi_{Gi}}\theta_{Gi}\varphi_{Gi} = \begin{bmatrix} \cos\psi_{Gi}\cos\theta_{Gi} & \sin\theta_{Gi} & -\sin\psi_{Gi}\cos\theta_{Gi} \\ \sin\psi_{Gi}\sin\varphi_{Gi} + & \cos\theta_{Gi}\cos\varphi_{Gi} & \cos\psi_{Gi}\sin\varphi_{Gi} + \\ -\cos\psi_{Gi}\sin\theta_{Gi}\cos\varphi_{Gi} & +\sin\psi_{Gi}\sin\theta_{Gi}\cos\varphi_{Gi} \\ \sin\psi_{Gi}\cos\varphi_{Gi} + & -\cos\theta_{Gi}\sin\varphi_{Gi} & \cos\psi_{Gi}\cos\varphi_{Gi} + \\ +\cos\psi_{Gi}\sin\theta_{Gi}\sin\varphi_{Gi} & & -\sin\psi_{Gi}\sin\theta_{Gi}\sin\varphi_{Gi} \end{bmatrix}$$
(B.15)



296

Rys. B.9. Transformacja układu współrzędnych $S_{Gi}x_{wi}y_{wi}z_{wi}$ względem układu współrzędnych $S_{Gi}x_{pi}y_{pi}z_{pi}$

Położenie linii obserwacji celu dla koordynatora rakiety nr i w dowolnej chwili czasu wyznaczane jest w kartezjańskich ortogonalnych prawoskrętnych układach współrzędnych. Układami odniesienia są następujące układy współrzędnych:

- 1. Układy współrzędnych określające położenie linii obserwacji celu (LOC):
 - ✤ $S_{Gi}x_{Ki}y_{Ki}z_{Ki}$ to układ współrzędnych poruszający się względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0xyz ruchem wynikającym ze zmiany

położenia środka masy giroskopu S_{Gi} . Spełniony pozostaje w każdej chwili czasu warunek równoległości odpowiadających sobie osi $S_{Gi}x_{Ki} || 0x$, $S_{Gi}y_{Ki} || 0y$ i $S_{Gi}z_{Ki} || 0z$.

 S_{Gi}x_{li}y_{li}z_{li} – to układ współrzędnych, którego oś S_{Gi}x_{li} przechodzi w każdej chwili czasu przez punkt określający położenie celu S_c i pokrywa się z kierunkiem LOC. W związku z tym układ ten nazywany jest układem współrzędnych związanym z linią obserwacji celu.

Ruch środka masy giroskopu S_{Gi} i ruch celu wynikający z przeprowadzanego przez pilota manewru obronnego powoduje zmianę orientacji przestrzennej linii obserwacji celu. Położenie układu współrzędnych $S_{Gi}x_{li}y_{li}z_{li}$ względem układu współrzędnych $S_{Gi}x_{Ki}y_{Ki}z_{Ki}$ określone jest przez kąty Bryanta jak na rysunku B.10. Zastosowanie tych kątów prowadzi do izometrycznej transformacji sekwencyjnej $R_{\delta_{Li}\varepsilon_{Li}}$, która jest złożeniem dwóch kolejnych obrotów δ_{Li} , ε_{Li} . Transformacja $R_{\delta_{Li}\varepsilon_{Li}}$ jako macierz przekształcenia ma postać następującą:

$$R_{\delta_{Li}\varepsilon_{Li}} = \begin{bmatrix} \cos \delta_{Li} \cos \varepsilon_{Li} & \sin \varepsilon_{Li} & -\sin \delta_{Li} \cos \varepsilon_{Li} \\ -\cos \delta_{Li} \sin \varepsilon_{Li} & \cos \varepsilon_{Li} & \sin \delta_{Li} \sin \varepsilon_{Li} \\ \sin \delta_{Li} & 0 & \cos \delta_{Li} \end{bmatrix}$$
(B.16)



Rys. B.10. Transformacja układu współrzędnych $S_{Gi}x_{li}y_{li}z_{li}$ względem układu współrzędnych $S_{Gi}x_{Ki}y_{Ki}z_{Ki}$

Transformacje układów współrzędnych związanych z modelem celu

Do jednoznacznego określenia wielkości fizycznych określających ruch celu wprowadzono następujące kartezjańskie ortogonalne prawoskrętne układy współrzędnych:

- 1. Układy współrzędnych związane z celem:
 - ✤ S_cx_cy_cz_c to układ współrzędnych poruszający się względem układu współrzędnych związanego z ziemią 0xyz ruchem wynikającym ze zmiany położenia punktu S_c reprezentującego cel. Spełniony pozostaje w każdej chwili czasu warunek równoległości odpowiadających sobie osi S_cx_c || 0x, S_cy_c || 0y i S_cz_c || 0z.
 - * $S_c x_{vc} y_{vc} z_{vc}$ to układ współrzędnych, którego oś $S_c x_{vc}$ w każdej chwili czasu pokrywa się z kierunkiem wektora prędkości liniowej celu $\vec{V_c}$. W związku z tym układ ten nazywany jest prędkościowym układem współrzędnych.

Ruch środka masy celu S_c wynika z przeprowadzanego przez pilota manewru obronnego. Położenie układu współrzędnych $S_c x_{vc} y_{vc} z_{vc}$ względem układu współrzędnych $S_c x_c y_c z_c$ określone jest przez kąty Bryanta jak na rysunku B.11. Zastosowanie tych kątów prowadzi do izometrycznej transformacji sekwencyjnej $R_{\chi_c \gamma_c}$, która jest złożeniem dwóch kolejnych obrotów χ_c , γ_c . Transformacja $R_{\chi_c \gamma_c}$ jako macierz przekształcenia ma postać następującą:

$$R_{\chi_c \gamma_c} = \begin{bmatrix} \cos \chi_c \cos \gamma_c & \sin \gamma_c & -\sin \chi_c \cos \gamma_c \\ -\cos \chi_c \sin \gamma_c & \cos \gamma_c & \sin \chi_c \sin \gamma_c \\ \sin \chi_c & 0 & \cos \chi_c \end{bmatrix}$$
(B.17)



Rys. B.11. Transformacja układu współrzędnych $S_c x_{vc} y_{vc} z_{vc}$ względem układu współrzędnych $S_c x_c y_c z_c$

PIŚMIENNICTWO

- Baranowski L: Modelowanie i badania procesu samonaprowadzania rakiety Z-P w zmiennych warunkach atmosferycznych. WAT, Warszawa 1998.
- Baranowski L: Reserch of dynamic characteristics of one-canal control rockets. 5th Conference: Dynamical systems theory and applications, Łódź 1999, s. 131-136.
- Baranowski L: Symulacja komputerowa lotu rakiet przeciwlotniczych sterowanych jednokanałowo. Mechanika w Lotnictwie ML-IX, Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej, Warszawa 2000, s. 17-27.
- Baranowski L, Gacek J.: Rakieta przeciwlotnicza 9M39 Igła teoretyczny model lotu. Systemy przeciwlotnicze i obrony powietrznej – CRAAS, Tarnów-Zakopane 2003, s. 227-238.
- Bendat J.S., Piersol A.G.: Random Data: Analysis and Measurement Procedures. John Wiley & Sons, New York-London-Sydney-Toronto 1971.
- 6. Bogusz W.: Stateczność techniczna. Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN, Warszawa 1972.
- Boiffier J.L.: The dynamics of flight the equations. John Wiley & Sons, Chichester-New York-Weinheim-Brisbane-Singapore-Toronto 1998.
- 8. Borland International: Turbo C++ User's & Programmer's Guide. USA, Scotts Valley-Green Hills Road 1991.
- Chodkowski A.W.: Badania modelowe pojazdów gąsienicowych i kołowych. WKŁ, Warszawa 1982.
- Cochran J.E., Foster W.A.: Dynamics of flexible missile/launcher systems. Technical Papers, American Institute of Aeronautics and Astronautics, p. 358-366, Washington 1992.
- Cochran J.E., Cheng Y., Bigelow S., Sandidge D., Benner J.: Multiple body missile launcher simulation. Technical Papers, American Institute of Aeronautics and Astronautics, p. 10-18, Washington 1994.
- Derek A.: Systemy sterowania rakiet, część I Dynamika systemów sterowania rakiet. WAT 836/79, Warszawa 1979.
- Derek A.: Lotnicze pociski rakietowe, część IV Systemy sterowania lotniczych pocisków rakietowych: Dynamika i konstrukcja systemów samonaprowadzania oraz systemów zdalnego sterowania. WAT 1536/261, Warszawa 1985.
- Dobry M.W., Grygorowicz M.: Transmitancja mocy struktury biodynamicznej człowieka poddanego działaniu wibracji ogólnej w pozycji siedzącej, Czasopismo Techniczne, Mechanika z.5, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2004, s. 81-89.
- 15. Dubiel S.: Więzy uogólnione i ich zastosowanie do badania sterowalności obiektów latających. dodatek do Biuletynu WAT nr12, Warszawa 1973,8.
- 16. Dubiel S.: Dynamika lotu, część I Aerodynamika i część II Mechanika lotu. WAT, Warszawa 1984 i 1985.

- Dubiel S., Kurnatowski R.: Warunek oscylacyjności wahań rakiety jako kryterium doboru długości wyrzutni. PWN, Mechanika teoretyczna i stosowana, tom 25, zeszyt ½, Warszawa 1987.
- Dubiel S.: Optymalne sterowanie w układach mechanicznych. III Krajowa Konferencja: Automatyzacja i Eksploatacja Systemów Sterowania, część A, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia 1991, s. 5-25.
- Dubiel S.: Znaczenie zasad ruchu złożonego w problemach lotu sterowanego i nawigacji. VII Krajowa Konferencja: Automatyzacja i Eksploatacja Systemów Sterowania, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia 1999, s. 47-62.
- Dubiel S.: Samonaprowadzanie rakiet w zestawieniu z programem minimalnoczasowego naprowadzania. Mechanika w Lotnictwie ML-IX, Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej, Warszawa 2000, s. 99-110.
- Dziopa Z.: Dynamics of Anti-Aircraft Missile Platform Installed on a Combat Vehicle. Polish Journal of Environmental Studies, Vol. 16, No 4B, HARD Olsztyn 2007, ISSN 1230-1485, s. 20-23.
- Dziopa Z., Krzysztofik I.: Efficiency Factors in Prerformance of System Operator and Vehicle Driver of Antiaircraft Missile Assembly. Polish Journal of Environmental Studies, Vol. 16, No 4B, HARD Olsztyn 2007, ISSN 1230-1485, s. 24-27.
- Dziopa Z.: Rocket missile lift-off and flight simulator program. Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences - CAMES, Institute of Fundamental Technological Research, Polish Academy of Sciences 2000, 7: 507-521, s. 507-521.
- Dziopa Z., Florin-Dziopa I.: Wpływ startu rakiety z wyrzutni samochodowej na organizm operatora. Czasopismo Techniczne, Mechanika z.7 (ROK 101), Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2004, ISSN 0011-4561, s. 153-160.
- Dziopa Z., Florin-Dziopa I.: Analiza komfortu użytkowania przeciwlotniczego zestawu rakiet umieszczonych na samochodzie z wykorzystaniem antropodynamicznego modelu operatora. Czasopismo Techniczne, Mechanika z.5 (ROK 101), Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2004, ISSN 0011-4561, s. 91-98.
- Dziopa Z.: Układ stabilizujący wieżę wyrzutni samobieżnego przeciwlotniczego zestawu rakietowego. Czasopismo Techniczne, Mechanika z.5 (ROK 101), Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2008, ISSN 0011-4561, s. 31-41.
- Dziopa Z., Stefański K.: Ruch rakiety wzdłuż prowadnicy samobieżnego zestawu przeciwlotniczego. Journal of Aeronautica Integra, nr.1, Rzeszów 2008, ISSN 1896-8556, s. 23-33.
- Dziopa Z.: Dynamika startu pocisków rakietowych bliskiego zasięgu. WAT, Warszawa 1996
- Dziopa Z.: Wybrane metody sterowania rakietami przeciwlotniczymi bliskiego zasięgu. NIT - Nauka Innowacje Technika, Oficyna Wydawnicza "MH". Nr 1/2006 (12), ISSN 1731-4291, Nr indeksu 380334, s. 38-45.
- Dziopa Z.: Vibration Reduction of a Close Range Missile Launcher. Mechanika Kwartalnik Akademii Górniczo-Hutniczej, Zeszyt 3. Tom 22, Kraków 2003, ISSN 0239-5282, s. 255-262.

- Dziopa Z.: The dynamics of a rocket launcher placed on a self-propelled vehicle. Mechanical Engineering, No.3 (81), Lviv 2004, ISSN 1729-4959, pp. 23-30.
- Dziopa Z.: Implementacja opracowanego algorytmu sterowania w rakiecie przeciwlotniczej bliskiego zasięgu poruszającej się w przestrzeni. Mechanika w Lotnictwie ML-XI 2004, PTMTiS, Warszawa 2004, ISBN 83-902194-5-X, s. 182-191.
- Dziopa Z.: Samobieżny zestaw przeciwlotniczy jako układ determinujący początkowe parametry lotu rakiety. Mechanika w Lotnictwie ML-XII 2006, PTMTiS, Warszawa 2006, ISBN 83-902194-6-8, s. 223-241.
- Dziopa Z.: Dynamika układu prowadnic stanowiących element wyrzutni zainstalowanej na pojeździe samochodowym. Zeszyty Naukowe Akademii Marynarki Wojennej nr 169 K/1, ROK XLVIII, Gdynia 2007, ISSN 0860-889X, s. 121-128.
- Dziopa Z.: Sterowanie pociskiem rakietowym bliskiego działania obracającym się wokół osi podłużnej. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej nr.168, Mechanika z.51, Awionika Tom 1, Rzeszów 1998, ISSN 0209-2689, s. 125-132.
- Dziopa Z.: Wpływ startu rakiety przeciwlotniczej z wyrzutni samochodowej na wyniki działania wybranych algorytmów sterowania rakietą. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej nr.213, Mechanika z.63, Awionika Tom 1, Rzeszów 2004, ISSN 0209-2689, s. 69-76.
- Dziopa Z., Stefański K.: Rakieta samonaprowadzająca się na cel jako obiekt samobieżnego zestawu przeciwlotniczego. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej nr.238, Mechanika z.71, Awionika, Rzeszów 2007, ISSN 0209-2689, s. 85-92.
- Dziopa Z.: Wpływ ruchu obrotowego pocisku rakietowego wokół osi podłużnej na dynamikę jego lotu. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej nr.174, Mechanika z.52, Problemy dynamiki konstrukcji, Rzeszów 1999, ISSN 0209-2689, s. 379-384.
- Dziopa Z.: Dynamika układu: pociski rakietowe pojazd samochodowy. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej nr.197, Mechanika z.60, Problemy dynamiki konstrukcji, Rzeszów 2002, ISSN 0209-2689, s. 161-168.
- Dziopa Z.: Wpływ struktury układu prowadnica-rakieta na działanie zestawu przeciwlotniczego, część 1 – Modelowanie fizyczne i matematyczne. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej nr.222, Mechanika z.65, Problemy dynamiki konstrukcji, Rzeszów 2005, ISSN 0209-2689, s. 83-90.
- Dziopa Z.: Wpływ struktury układu prowadnica-rakieta na działanie zestawu przeciwlotniczego, część 2 – Analiza numeryczna. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej nr.222, Mechanika z.65, Problemy dynamiki konstrukcji, Rzeszów 2005, ISSN 0209-2689, s. 91-98.
- Dziopa Z.: Reakcja giroskopowego koordynatora celu na start rakiety z zestawu przeciwlotniczego. Naukowe Aspekty Bezpilotowych Aparatów Latających. Zeszyt Naukowy PŚ, Mechanika z.80, Politechnika Świętokrzyska, Kielce 2004, ISSN 0239-4979, s. 117-123.
- 43. Dziopa Z.: Modelowanie startu rakiet przeciwlotniczych z wyrzutni zainstalowanej na pojeździe samochodowym. Naukowe Aspekty Bezpilotowych Aparatów Latających. Zeszyt Naukowy PŚ, Budowa i Eksploatacja Maszyn z.1, Politechnika Świętokrzyska, Kielce 2006, ISBN 83-88906-61-5, s. 113-120.

- 44. Dziopa Z.: Określenie bezpieczeństwa operatora zestawu przeciwlotniczego na podstawie estymacji zaburzeń spowodowanych startem rakiety z wyrzutni samochodowej. Problemy Bezpieczeństwa w Pojazdach Samochodowych, Zeszyt Naukowy PŚ, Mechanika z.79, Politechnika Świętokrzyska, Kielce 2004, ISSN 0239-4979, s. 165-174.
- Dziopa Z.: Modelowanie ruchu pojazdu samochodowego z zainstalowaną wyrzutnią rakiet przeciwlotniczych. Problemy Bezpieczeństwa w Pojazdach Samochodowych, Zeszyt Naukowy PŚ, Mechanika z.84, Politechnika Świętokrzyska, Kielce 2006, ISSN 0239-4979, s. 179-186.
- 46. Dziopa Z.: Wpływ dynamiki wyrzutni na kształtowanie się obszarów kinematycznych parametrów startu pocisku rakietowego. Konferencja Naukowa : Współpraca badawcza Politechniki Świętokrzyskiej z krajowymi i zagranicznymi ośrodkami naukowymi i przemysłowymi: 30-lat Politechniki Świętokrzyskiej, Zeszyty Naukowe PŚ, Kielce 1995, s. 177-187.
- Dziopa Z., Stańczyk T.L: Redukcja drgań platformy stabilizującej w układzie : wyrzutnia rakiet-samochód. Metody aktywne Redukcji Drgań i Hałasu, AGH, PK i PAN, Kraków-Krynica Gutenberg 1999, ISBN 83-86310-08-1, s. 35-40.
- Dziopa Z., Stańczyk T.L.: Modelowanie dynamiki układu wyrzutnia rakiet-samochód. Teka Komisji Naukowo-Problemowej Motoryzacji : Konstrukcja, Badania, Eksploatacja, Technologia Pojazdów Samochodowych i Silników Spalinowych, Zeszyt 18, PAN, Kraków 1999, ISBN 83-910107-2-4, s. 41-46.
- Dziopa Z.: Ocena wpływu dynamiki pojazdu samochodowego na początkowe kinematyczne parametry lotu rakiety. Teka Komisji Motoryzacji : Konstrukcja, Badania, Eksploatacja, Technologia Pojazdów Samochodowych i Silników Spalinowych, Zeszyt nr 29-30, PAN, Kraków 2005, ISSN 1642-1639, s. 115-122.
- Dziopa Z.: Rozważania kinematyczne dotyczące układu wyrzutnia-pocisk. Teoria Maszyn i Mechanizmów, Politechnika Warszawska (Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej) i PKTMiM, Warszawa-Jachranka 2000, s. 343-350.
- Dziopa Z., Florin-Dziopa I.: Wpływ startu rakiety z wyrzutni samochodowej na skuteczność pracy operatora. Teoria Maszyn i Mechanizmów T.1, AGH (Katedra Robotyki i Dynamiki Maszyn) i PKTMiM, Kraków 2004, ISBN 83-7204-404-X, s. 179-184.
- Dziopa Z.: Modelowanie wyrzutni rakiet przeciwlotniczych zainstalowanej na pojeździe samochodowym. Teoria Maszyn i Mechanizmów T.1, Uniwersytet Zielonogórski (Wydział Mechaniczny) i PKTMiM, Zielona Góra 2006, ISBN 83-7481-043-2, s. 205-210.
- 53. Dziopa Z.: Wpływ konfiguracji układu wyrzutnia-PR na fazę lotu pocisku rakietowego. I Konferencja Uzbrojeniowa : Naukowe Aspekty Techniki Uzbrojenia, część I, Wojskowa Akademia Techniczna, Solina 1996, 45-lecie WAT wewn. 2426/96, s. 69-78.
- Dziopa Z.: Estymacja parametrów wyrzutni na podstawie fazy startu pocisku rakietowego. I Konferencja Uzbrojeniowa : Naukowe Aspekty Techniki Uzbrojenia, część I, Wojskowa Akademia Techniczna, Solina 1996, 45-lecie WAT wewn. 2426/96, s. 79-87.
- 55. Dziopa Z.: Sposób kształtowania przebiegu zmienności siły sterującej generowanej przez układ samonaprowadzania. II Międzynarodowa Konferencja Uzbrojeniowa : Na-ukowe aspekty Techniki Uzbrojenia, część 1, Wojskowa Akademia Techniczna, Wa-plewo 1998. ISBN 83-908620-2-6, s. 89-96.

- Dziopa Z.: Dynamika startu pocisków rakietowych z pojazdu samochodowego. IV Międzynarodowa Konferencja Uzbrojeniowa : Naukowe Aspekty Techniki Uzbrojenia, Wojskowa Akademia Techniczna, Waplewo 2002. ISBN 83-7339-015-4, s. 153, artykuł s. 147-154.
- Dziopa Z.: Estymacja parametrów zestawu rakietowego posadowionego na samochodzie. V Międzynarodowa Konferencja Uzbrojeniowa : Naukowe Aspekty Techniki Uzbrojenia, Wojskowa Akademia Techniczna, Waplewo 2004. ISBN 83-921491-0-6, s. 226-227, artykuł s. 218-225.
- Dziopa Z.: Układ koordynatora rakiety jako jeden z obiektów zestawu przeciwlotniczego. VI Międzynarodowa Konferencja Uzbrojeniowa : Naukowe Aspekty Techniki Uzbrojenia, Wojskowa Akademia Techniczna, Waplewo 2006. ISBN 83-89399-27-X ; 978-83-89399-27-4, s. 208-209, artykuł s. 221-229.
- Dziopa Z.: Sterowanie ruchem wyrzutni rakietowej przy naprowadzaniu na cel. Automatyzacja i eksploatacja systemów sterowania t.2, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia 1995, s. 165-172.
- Dziopa Z., Koruba Z.: Wstępna korekta dynamiczna sterowania rakiety przeciwlotniczej startującej z poruszającej się wyrzutni. Automatyzacja i Eksploatacja Systemów Sterowania, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia 1997, ISBN 83-87280-10-0, s. 92-98.
- Dziopa Z.: Modelowanie dynamiki wyrzutni rakiet posadowionej na okręcie. Automatyzacja i Eksploatacja Systemów Sterowania i Łączności, Tom 1, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia 2003, ISBN 83-87280-60-7, s. 69-76.
- 62. Dziopa Z.: Dynamika przeciwlotniczego zestawu rakietowego jako mobilnego systemu obrony nadbrzeżnej. Automatyzacja i Eksploatacja Systemów Sterowania i Łączności, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia 2005, ISBN 83-87280-79-8, s. 62-69.
- Dziopa Z.: Omówienie wybranych metod naprowadzania i samonaprowadzania rakiet przeciwlotniczych. Perspektywy i Rozwój Systemów Ratownictwa, Bezpieczeństwa i Obronności w XXI wieku, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia 2003, ISBN 83-87280-57-7, s. 69-77.
- Dziopa Z.: Sterowanie rakietą przeciwlotniczą na podstawie opracowanego algorytmu. Perspektywy i Rozwój Systemów Ratownictwa, Bezpieczeństwa i Obronności w XXI wieku, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia 2004, ISBN 83-87280-72-0, s.171-178.
- Dziopa Z.: Analiza zjawisk fizycznych generowanych w trakcie startu rakiety z zestawu przeciwlotniczego. Perspektywy i Rozwój Systemów Ratownictwa, Bezpieczeństwa i Obronności w XXI wieku, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia 2005, ISBN 83-87280-78-X, s. 296-303.
- Dziopa Z.: Sterowanie pociskiem rakietowym bliskiego działania obracającym się wokół osi podłużnej. 25 lat Ośrodka Badawczo-Rozwojowego "Skarżysko", Skarżysko-Kam. 1997, s. 109-119.
- Dziopa Z., Osiecki J.: Porównanie wyników działania algorytmów naprowadzania i samonaprowadzania rakiet przeciwlotniczych. Systemy Przeciwlotnicze i Obrony Powietrznej – CRAAS, Tarnów-Zakopane 2003, ISBN 83-915898-1-1, s. 17-31.
- Dziopa Z., Krzysztofik I., Stefański K.: Ocena procesu sterowania rakietą przeciwlotniczą z zaimplementowanym algorytmem naprowadzania. Systemy Przeciwlotnicze i Obrony Powietrznej – CRAAS, Tarnów-Kraków 2005, ISBN 83-915898-5-4, s. 118-128.

- 69. Dziopa Z.: Dynamika startu pocisków rakietowych bliskiego działania. Układy dynamiczne w aspekcie teorii i zastosowań, Łódź 1994, s. 83-86.
- Dziopa Z.: Analiza własności dynamicznych obiektu przy postulowanych obszarach obciążeń. Układy dynamiczne w aspekcie teorii i zastosowań, Łódź 1995, s. 121-124.
- Dziopa Z.: Mechanika lotu. Materiały pomocnicze i informacyjne nr 160, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2007, ISSN 0239-6394.
- 72. Dziopa Z., Koruba Z.: Podstawy programowania w Turbo Pascalu. Skrypt nr 425, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2007, ISSN 0239-6386.
- Dżygadło Z., Kaliski S., Solarz L., Włodarczyk E.: Drgania i fale w ciałach stałych. PWN, Warszawa 1966.
- Engel Z., Giergiel J.: Mechanika ogólna, część I Statyka, Kinematyka i część II Dynamika. Skrypt nr 718 i 719, Wydawnictwo AGH, Kraków 1979 i 1980.
- 75. Engel Z.: Ochrona środowiska przed drganiami i hałasem. PWN, Warszawa 2001.
- Engel Z., Nizioł J.: Perspektywy rozwoju aktywnych metod redukcji hałasu i wibracji. Metody Aktywne Redukcji Drgań i Hałasu, Kraków-Zakopane 1995, s. 11-24.
- Engel Z., Kowal J.: Sterowanie procesami wibroakustycznymi. Wydawnictwo AGH, Kraków 1995.
- Fortuna Z., Macukow B., Wąsowski J.: Metody numeryczne. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1993.
- Gacek J.: Przybliżona metoda badania ruchu obrotowego obiektów latających. Mechanika Teoretyczna i Stosowana, 1/2 ,25, Warszawa 1987, s. 87-96.
- Gacek J., Maryniak J.: Modelowanie własności dynamicznych brył obrotowych miotanych z ruchomych obiektów. Biuletyn WAT, Warszawa 1987, s. 81-96.
- Gacek J.: Modelowanie i badanie dynamicznych właściwości obiektów balistycznych. WAT, Warszawa 1992.
- Gacek J.: Balistyka zewnętrzna, część I Modelowanie zjawisk balistyki zewnętrznej i dynamiki lotu i część II Analiza dynamicznych właściwości obiektów w locie. WAT, Warszawa 1997 i 1998.
- Gacek J., Baranowski L: Komputerowa analiza wpływu błędów wycelowania na proces samonaprowadzania rakiety przeciwlotniczej bliskiego zasięgu. Systemy przeciwlotnicze i obrony powietrznej – CRAAS, Tarnów-Zakopane 2003, s. 227-238.
- Gacek J., Baranowski L, Kurowski W.: Modelowanie procesu zdalnego naprowadzania rakiety przeciwlotniczej na manewrujący cel powietrzny z wykorzystaniem kwaternionów. Systemy przeciwlotnicze i obrony powietrznej – CRAAS, Kraków 2005, s. 256-267.
- Gantmacher F.R.: Lectures in analytical mechanics. Translated from the russian by G. Yankovsky, Mir publishers Moscow 1970.
- Genta G.: Motor Vehicle Dynamics, Modeling and Simulation. World Scientific Publishing, Singapore 1997.
- Giergiel J.: Thumienie drgań mechanicznych. Skrypt nr 920, Wydawnictwo AGH, Kraków 1984.
- Giergiel J.: Drgania układów mechanicznych. Skrypt nr 1037, Wydawnictwo AGH, Kraków 1986.

- 89. Giergiel J., Uhl T.: Identyfikacja układów mechanicznych, PWN, Warszawa 1991.
- Gillespie T.D.: Fundamentals of Vehicle Dynamics. Society of Automotive Engineers, Inc., Warrendale 1992, ISBN 1-56091-199-9.
- 91. Glapski M.: Możliwości i ograniczenia proporcjonalnego samonaprowadzania rakiet powietrze-powietrze. Dodatek do biuletynu WAT nr.11 (399), Warszawa 1985.
- Glapski M.: Analiza parametrów kinematycznych naprowadzania rakiety w chwilowy punkt spotkania z manewrującym celem. Biuletyn WAT nr 1-2, Warszawa 1995, s. 29-42.
- Gosiewski Z, Ortyl A., Falkowski K.: Przyrządy lotnicze z zawieszoną magnetycznie masą pomiarową – giroskop. Metody Aktywne Redukcji Drgań i Hałasu, Kraków-Zakopane 1995, s. 49-54.
- 94. Górecki H.: Optymalizacja systemów dynamicznych. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1993.
- Graffstein J.: Wpływ dynamiki układu wykonawczego na ruch automatycznie sterowanego obiektu. Mechanika w Lotnictwie ML-XI, Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej, Warszawa 2004, s. 301-316.
- 96. Griffin M.J.: Handbook of human vibration. Academic Press, London 1990.
- 97. Gruszecki J. (pod redakcją): Bezpilotowe aparaty latające, systemy sterowania i nawigacji. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2002.
- Grzegożek W., Adamiec-Wójcik I., Wojciech S.: Komputerowe modelowanie dynamiki pojazdów samochodowych. Politechnika Krakowska, Kraków 2003, ISBN 83-7242-279-6.
- 99. Gutowski R.: Mechanika analityczna. PWN, Warszawa 1971.
- 100. Gutowski R.: Równania różniczkowe zwyczajne. WNT, Warszawa 1971.
- 101. Gutowski R., Swietlicki W.A.: Dynamika i drgania układów mechanicznych. PWN, Warszawa 1986.
- Harris C.M., Crede Ch.E.: Shock and Vibration Handbook, vol. 1, Basic Theory and Measurements. McGraw-Hill Book Company, New York 1961.
- 103. Harris C.M., Crede Ch.E.: Shock and Vibration Handbook, vol. 2, Data Analysis, Testing and Method of Control. McGraw-Hill Book Company, New York 1961.
- Harris C.M., Crede Ch.E.: Shock and Vibration Handbook, vol. 3, Engineering Design and Environmental Conditions. McGraw-Hill Book Company, New York 1961.
- 105. Hayashi Ch.: Nonlinear Oscillations in Physical Systems. McGraw-Hill, Kyoto 1964.
- 106. Hemsch M.J., Nielsen J.N.: Tactical Missile Aerodynamics. A Volume 104 in the Military Science & Technology Series, American Institute of Aeronautics and Astronautics, New York 1986.
- 107. Holzner S.: Borland C++ Programming. Prentice Hall Computer Publishing 1992.
- 108. Hollingworth J., Butterfield D., Swart B., Allsop J.: C++ Builder 5 Developer's Guide. Sams Publishing 2000.
- Hunt D.A.: Dynamic Analysis of a Flexible Vehicle Moving Along a Flexible Support. Journal of Spacecraft and Rockets, 0022-4650 vol. 8 no. 6, June 1971, (665-668)

306

- 110. Inman D.J.: Vibration with Control. John Wiley & Sons, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England 2006.
- 111. Kaczorek T: Teoria sterowania, tom 1 Układy liniowe ciągłe i dyskretne, tom 2 Układy nieliniowe, procesy stochastyczne oraz optymalizacja statyczna i dynamiczna. PWN, Warszawa 1977, 1981.
- Kaczorek T, Dzieliński A., Dąbrowski W., Łopatka R.: Podstawy teorii sterowania. WNT, Warszawa 2006.
- 113. Kamiński E.: Podstawy dynamiki maszyn. Skrypt Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej dla kierunku Mechanika, Warszawa 1980.
- Kamiński E., Pokorski J.: Teoria samochodu Dynamika zawieszeń i układów napędowych pojazdów samochodowych. WKiŁ, Warszawa 1983.
- 115. Kernighan B.W., Ritchie D.M.: The C Programming Language. Bell Telephone Laboratories, New Jersey 1978.
- Kittel Ch., Knight W.D., Ruderman M.A.: Mechanics. Berkeley Physics Course -Volume 1, New York 1965.
- Kortüm W., Lugener P.: Systemdynamik und Regelung von Fahrzeugen, Einführung und Beispiele. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg 1994.
- 118. Koruba Z.: Dynamika i sterowanie giroskopem na pokładzie obiektu latającego. Monografie Studia Rozprawy, Politechnika Świętokrzyska nr 25, Kielce 2001.
- 119. Koruba Z.: Selection of the optimum parameters of the gyroscope system on elastic suspension in the homing missile system. Journal of Technical Physics, Polish Academy of Sciences, Institute of Fundamental Technological Research, Warsaw Military University of Technology, 40, no. 3, Warsaw 1999, pp. 341-354.
- 120. Koruba Z.: Gyroscope dynamics and control in a homing rocket with autonomous system of target location. Journal of Technical Physics, Polish Academy of Sciences, Institute of Fundamental Technological Research, Warsaw Military University of Technology, , 41, no. 3, Warsaw 2000, pp. 253-273.
- 121. Koruba Z.: Dynamics and control model of gyroscope located on deck unmanned aerial vehicle. North Atlantic Treaty Organization Unmanned Vehicles for Aerial, Ground and Naval Military Operations – a Symposium organised by the Applied Vehicle Technology Panel, Ankara 2000.
- 122. Kowal J.: Aktywne i semiaktywne metody wibroizolacji układów mechanicznych. AGH, zeszyt nr 4, Kraków 1990.
- 123. Kowal J., Micek P.: Adaptacyjne przetwarzanie sygnałów w aktywnych układach wibroizolacji. Metody Aktywne Redukcji Drgań i Hałasu, Kraków-Zakopane 1995, s. 67-74.
- 124. Kowal J.: Sterowanie drganiami. Gutenberg, Kraków 1996, ISBN 83-86310-06-5, s. 180.
- 125. Kruszewski J., Wittbrodt E.: Drgania układów mechanicznych w ujęciu komputerowym, tom I Zagadnienia liniowe i tom II Zagadnienia wybrane. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1992 i 1993.
- Książek M.: Modelowanie i optymalizacja układu człowiek wibroizolator maszyna. Mechanika, Monografia 244, Politechnika Krakowska, Kraków 1999.

- Książek M.: Optymalna wibroizolacja człowieka przy uwzględnieniu jego wrażliwości na wibracje. Metody Aktywne Redukcji Drgań i Hałasu, Kraków-Krynica 1999, s. 141-146.
- Książek M., Janik A.: Influence of Prediction of Random Excitations on Optimal Vibration Isolation Systems of a Seated Human Body, Kwartalnik Akademii Górniczo-Hutniczej, Zeszyt 3 Tom 22, Kraków 2003, s. 291-298.
- 129. Książek M., Tarnowski J.: Badania doświadczalne i modelowanie ciała siedzącego człowieka poddanego wibracjom. Czasopismo Techniczne, Mechanika z.5, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2004, s. 167-174.
- Książek M., Janik A.: Wpływ kryterium optymalizacji na układ wibroizolacji ciała siedzącego człowieka. Czasopismo Techniczne, Mechanika z.5, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2004, s. 157-165.
- Lock S.: Guidance. D. Van Nostrand Company, Inc. Princeton, New Jersey, Toronto, New York, London, 1955.
- 132. Machowski B., Kmiecik P.: Analiza procesu naprowadzania pocisku wirującego z dodatkowym napędem na cel ruchomy. Biuletyn WOSR 1 (23), Jelenia Góra 1996, s. 31-40.
- 133. Machowski B., Motyl K.: Analiza porównawcza bezpośredniego naprowadzania i metody proporcjonalnej nawigacji w odniesieniu do pocisku klasy Strix. III Międzynarodowa Konferencja Uzbrojeniowa : Naukowe Aspekty Techniki Uzbrojenia, Wojskowa Akademia Techniczna, Waplewo 2000.
- Machowski B., Motyl K.: Badania teoretyczne i doświadczalne wpływu impulsu sterującego na tor lotu pocisku rakietowego. Systemy przeciwlotnicze i obrony powietrznej – CRAAS, Kraków 2005, s. 319-329.
- 135. Machowski B., Motyl K.: Symulacja i animacja komputerowa zmiany przyspieszeń pocisku rakietowego w locie. Mechanika w Lotnictwie ML-XII, Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej, Warszawa 2006, s. 449-465.
- Manerowski J., Karczmarz D.: Neuronowy model sterowania lotem rakiety przeciwlotniczej. Mechanika w Lotnictwie ML-XII, Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej, Warszawa 2006, s. 541-552.
- 137. Maryniak J.: Dynamiczna teoria obiektów ruchomych. Prace naukowe Politechniki Warszawskiej, Mechanika nr32, Warszawa 1975.
- 138. Maryniak J.: Zastosowanie równań mechaniki analitycznej dla układów o więzach nieholonomicznych w modelowaniu dynamiki automatycznie sterowanych rakiet. V Krajowa Konferencja : Automatyzacja i Eksploatacja Systemów Sterowania, tom 1, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia 1995, s. 35-50.
- 139. Maryniak J., Ładyżyńska-Kozdraś: Modelowanie dynamiki sterowanej rakiety klasy ziemia-powietrze naprowadzanej wiązką z zastosowaniem praw sterowania jako więzów nieholonomicznych. III Międzynarodowa Konferencja Uzbrojeniowa : Naukowe Aspekty Techniki Uzbrojenia, Wojskowa Akademia Techniczna, Waplewo 2000.
- Maryniak J., Ładyżyńska-Kozdraś: Modelowanie i symulacja numeryczna naprowadzania sterowanej rakiety typu AGM-84 "Harpoon" na manewrujący cel. Automaty-

zacja i Eksploatacja Systemów Sterowania i Łączności, tom 1, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia 2003, s. 9-29.

- Mitkowski W.: Stabilizacja systemów dynamicznych. Skrypt nr 909, Wydawnictwo AGH, Kraków 1984.
- 142. Mitschke M. Dynamik der Kraftfahrzeuge. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg 1972.
- 143. Mitschke M., Wallentowitz H.: Dynamik der Kraftfahrzeuge. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg 2004.
- Niczyporuk J., Wiśniewski S.: Balistyka zewnętrzna, część I Podstawy formułowania opisu matematycznego ruchu pocisków. WAT 1549/85, Warszawa 1985.
- 145. Nizioł J.: Dynamika żyroskopów ze szczególnym uwzględnieniem żyroskopu całkującego w nieliniowym ujęciu deterministycznym i probabilistycznym. Zeszyty naukowe Politechniki Krakowskiej, Mechanika z. 48, Kraków 1975.
- Nizioł J. (pod redakcją): Mechanika Techniczna tom II Dynamika układów mechanicznych. Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN, Warszawa 2005.
- Osiecki J., Stańczyk T.L., Kałuża Z., Dziopa Z.: System obliczeniowo-analizujący obciążeń dynamicznych samochodów ciężarowych. Badania symulacyjne w technice samochodowej, Lublin 1991, s. 115-120.
- 148. Osiecki J., Dziopa Z.: Dynamika startu przeciwlotniczych pocisków rakietowych bliskiego działania. Automatyzacja Nawigacji i Systemów Sterowania, część A, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia 1991, s. 90-97.
- 149. Osiecki J.: Dynamika maszyn. WAT, Warszawa 1994.
- 150. Osiecki J., Dziopa Z.: Stabilizacja poziomego położenia platformy przy dużych zakłóceniach kątowych. Metody Aktywne Redukcji Drgań i Hałasu, Kraków-Zakopane 1995, s. 117-121.
- 151. Osiecki J.: Some inverse problems in dynamics and controlling of dynamical systems. 5th Conference: Dynamical systems theory and applications, Łódź 1997, s. 247-252.
- Osiecki J., Koruba Z.: Budowa, dynamika i nawigacja pocisków rakietowych bliskiego zasięgu, część I. Politechnika Świętokrzyska, skrypt nr 348, Kielce 1999.
- Osiecki J., Koruba Z.: Mechanika elementarna. Politechnika Świętokrzyska, skrypt nr 417, Kielce 2005.
- 154. Osiecki J., Koruba Z.: Budowa, dynamika i nawigacja wybranych broni precyzyjnego rażenia. Politechnika Świętokrzyska, Podręcznik akademicki, Kielce 2006.
- Osiecki J., Gromadowski T., Stępiński B.: Badania pojazdów samochodowych i ich zespołów na symulacyjnych stanowiskach badawczych. Przemysłowy Instytut Badawczy, Warszawa 2006.
- Osiecki J., Koruba Z.: Elementy mechaniki zaawansowanej. Politechnika Świętokrzyska, Podręcznik akademicki, Kielce 2007.
- Otnes R.K., Enochson L.: Digital Time Series Analysis. John Wiley & Sons, New York 1972.
- 158. Parszewski Z.: Teoria maszyn i mechanizmów. Wydawnictwa NT, Warszawa 1978.
- 159. Parszewski Z.: Drgania i dynamika maszyn. Wydawnictwa NT, Warszawa 1982.

- Popp K., Schiehlen W.: Fahrzeugdynamik, Eine Einführung in die Dynamik des Systems Fahrzeug-Fahrweg. B.G. Teubner, Stuttgart 1993.
- Potter D.: Computational Physics. John Wiley & Sons, London-New Jork-Sydney-Toronto 1973.
- Prochowski L.: Obciążenia dynamiczne układu nośnego pojazdu mechanicznego. Dodatek do Biuletynu WAT nr 12 (364), Warszawa 1982.
- Prochowski L., Kasprzyk T.: Teoria samochodu Obciążenia dynamiczne zawieszeń. WKiŁ, Warszawa 1990.
- Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P.: Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press 1992, ISBN 0-521-43108-5.
- Rakheja S., Afework Y., Sankar S.: An Analytical and Experimental Investigation of the Driver – Seat – Suspension System. Vehicle System Dynamics, 23,1994, pp. 501-524.
- 166. Rubinowicz W., Królikowski W.: Mechanika teoretyczna. PWN, Warszawa 1998.
- Sapiński B.: Układ redukcji drgań z tłumikiem magnetoreologicznym wykorzystującym sprzężenie "ruch obiektu – pole magnetyczne". XI Sympozjum - Wpływ wibracji na otoczenie, Janowice 2007.
- 168. Schmidt G.: Parametererregte Schwingungen. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1975.
- Sibilski K.: Modelowanie i symulacja dynamiki ruchu obiektów latających. Oficyna Wydawnicza MH, Warszawa 2004.
- Sibilski K.: Wyznaczanie praw sterowania uskrzydloną bombą w oparciu o rozwiązanie zadania odwrotnego. Mechanika w Lotnictwie ML-XI, Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej, Warszawa 2004, s. 193-210.
- 171. De Silva C.W.: Vibration Fundamentals and Practice. Taylor & Francis Group, Boca Raton, London, New York, 2007.
- 172. Skomra A.: Systemy sterowania lotniczych pocisków rakietowych. WAT, Warszawa 1995.
- Skomra A.: Skuteczność lotniczych rakiet samonaprowadzających się na cel. WAT, Warszawa 2005.
- 174. Stańczyk T.L.: Metoda modeli częściowych, jako podstawa tworzenia komputerowych systemów analizy dynamiki złożonych układów mechanicznych. Zeszyt Naukowy – Mechanika nr 52, Politechnika Świętokrzyska, Kielce 1994.
- 175. Stańczyk T.L., Łomako D.M.: Analiza komfortu jazdy z wykorzystaniem dynamicznego modelu ciała człowieka, Teka Komisji Naukowo-Problemowej Motoryzacji PAN, zeszyt 21, Kraków 2000, s. 121-132.
- 176. Szmelter J.: Metody komputerowe w mechanice. PWN, Warszawa 1980.
- 177. Świder J. (pod redakcją), Kaźmierczak J. (pod redakcją): Wspomaganie konstruowania układów redukcji drgań i hałasu maszyn, część I – Układy redukcji drgań, część II – Układy redukcji hałasu, WNT, Warszawa 2001.
- 178. Uhl T., Miękina L.: Identyfikacja modelu siedziska operatora pod kątem syntezy układu sterowania. Metody Aktywne Redukcji Drgań i Hałasu, Kraków-Zakopane 1995, s. 183-194.

- 179. Uhl T., Salamon T.: Synteza sterowania aktywnym układem redukcji drgań, Metody Aktywne Redukcji Drgań i Hałasu, Kraków-Krynica 1999, s. 221-228.
- Vogt R.: Dynamika systemów kierowania obiektów ruchomych. Prace Naukowe PW, Mechanika nr.58, Warszawa 1979.
- 181. Vogt R., Madler J., Głębocki R.: Jednokanałowe, nieciągłe sterowanie lotem przestrzennym obiektu. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej nr.168, Mechanika z.51, Rzeszów 1998, s. 203-210.
- 182. Vogt R., Głębocki R.: Dynamika nieciągłego dwustanowego sterowania lotem przestrzennym obiektu. Mechanika w Lotnictwie ML-XI, Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej, Warszawa 2004, s. 317-327.
- 183. Vogt R., Głębocki R.: System sterowania impulsowego dla bomb lotniczych i pocisków beznapędowych. Mechanika w Lotnictwie ML-XII, Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej, Warszawa 2006, s. 207-222.
- 184. Wambold J.C.: Vehicle Ride Quality Measurement and Analysis. SAE Paper 861113,1986, pp. 4853-4591.
- Weeks G.E., Cost T.L.: Coupled-interaction launch behavior of a flexible rocket and flexible launcher. Journal of Spacecraft and Rockets, vol. 17, Number 5, p. 432-439, 1980.
- 186. Whittaker E.T.: A treatise on the analytical dynamics of particles and rigid bodies with an introduction to the problem of three bodies. Cambridge, At the University Press, 1952.
- Wielgus A.: Identyfikacja układu napęd-prowadnica wyrzutni przeciwlotniczego zestawu rakietowego. WAT, Warszawa 1982.
- Wielgus A.: Synteza parametrów układu napęd-prowadnica wyrzutni przeciwlotniczej. Politechnika Rzeszowska, zeszyt 31, Rzeszów 1986.
- Wielgus A., Kurnatowski R.: Dynamiczne problemy i kryteria optymalizacji wyrzutni plot. WAT, s. 325-332.
- 190. Woernle Ch.: Fahrmechanik, Manuskript zur Vorlesung. Universität Rostock 2002.
- 191. Zhang D., Xiao J.: A dynamic model for rocket launcher with coupled rigid and flexible motion. Applied Mathematics and Mechanics, Volume 26, Number 5/ May, 2005.
- 192. Ziemba S.: Analiza drgań, tom I. PWN, Warszawa 1957.
- 193. Ziemba S.: Analiza drgań, tom II. PWN, Warszawa 1959.
- 194. Артоболевский И.И.: Теоря механизмов. Наука, Москва 1967.
- 195. Бабицкий В.И.: Колебания в сильно нелинейных системах нелинейности порогового типа. Наука, Москва 1985.
- 196. Бессонов А.П.: Основы динамики механизмов с переменной массой звенев. Наука, Москва 1967.
- 197. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р.: Курс теоретической механики, том 1 Статика и кинематика и том 2 Динамика. Наука, Москва 1985.
- 198. Гладкий В.Ф.: Динамика конструкции летательного аппарата. Наука, Москва 1969.

- 199. Горбатенко С.А., Макашов Э.М., Полушкин Ю.Ф.: Механика полета. Машиностроение, Москва 1969.
- Дмитревский А.А.: Баллистика и навигация ракет. Машиностроение, Москва 1985.
- 201. Зиновев В.А.: Курс теории механизмов и машин. Наука, Москва 1975.
- Кан В.Л., Кельзон А.С.: Теория пропорциональной навигации. Изд. Судостроение, Ленинград 1965.
- Карагодин В.М.: Теоретическое основы механики тел переменного состава. Оборонгиз, Москва 1963.
- 204. Кельзон А.С.: Динамические задачи кибернетики. Судпромгиз, Ленинград 1959.
- 205. Кожевников С.Н.: Теоря механизмов и машин. Машиностроение, Москва 1969.
- 206. Краснов Н.Ф.: Азродинамика тел вращения. Машиностроение, Москва 1964.
- 207. Краснов Н.Ф.: Азродинамика. Высшая школа, Москва 1971.
- 208. Краснов Н.Ф., Кошевой В.Н., Данилов А.Н.: Азродинамика ракет. Высшая школа, Москва 1975.
- Кринецкий Е.И.: Системы самонаведения. Машиностроение, Москва 1970.
- 210. Кузнецов В.А., Чуйко В.С.: Внещняя баллистика. Высшая школа, Москва 1958.
- Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С.: Динамика полета. Машиностроение, Москва 1973.
- 212. Мхитарян А.М.: Азрогидромеханика. Машиностроение, Москва 1984.
- 213. Мишин В.П.: Динамика ракет. Машиностроение, Москва 1990.
- Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А.: Динамика неголономных систем. Наука, Москва 1967.
- Новоселов В.С.: Аналитическая механика систем с переменными массами. Изд. ЛГУ, Ленинград 1969.
- 216. Постниоков А.Г., Чуйко В.С.: Внещняя баллистика неуправляемых авяционных ракет и снарядов. Машиностроение, Москва 1985.
- 217. Решетов Л.Н.: Самоустанавливающиеся механизмы. Машиностроение, Москва 1979.
- 218. Светлицкий В.А.: Динамика старта летательных аппаратов. Наука, Москва 1963
- 219. Суслов Г.К.: Теоретическая механика. Гостехиздат, Москва-Ленинград 1946.
- 220. Фролов К.В.: Вибрации в технике. Машиностроение, Москва 1981.
- Фролов К.В., Алифов А.А.: Взаимодействие нелинейных колебательных систем с источниками знергии. Наука, Москва 1985.

MODELLING AND EXAMINING THE DYNAMIC PROPERTIES OF THE SELF-PROPELLED ANTI-AIRCRAFT MISSILE ASSEMBLIES

Summary

In the monograph, the author presents the model of the self-propelled antiaircraft missile assembly motion. The series of articles is devoted to the model of the flight of the missile revolving around the longitudinal axis along with the analysis of the dynamics and the physical phenomena co-occurring during the performance of the discussed assembly. Five basic elements of the assembly can be distinguished in the three-dimensional model:

- 1. The motor vehicle.
- 2. The seated operator and driver.
- 3. The launcher.
- 4. The four missiles with the gyroscope target tracking systems.
- 5. The target.

The presented analysis of the assembly dynamics focuses on satisfying the safety measures which condition the comfort of the two basic elements:

- 1. Four missiles revolving around the longitudinal axis with the gyroscope target tracking systems.
- 2. The operator of the navigational devices and the driver.

The analysis of the designed models allowed to solve various problems constituting the theoretical basis of the effective performance of the discussed assembly:

1. The formulated model of the motion of the self-propelled anti-aircraft missile assembly in the case when the vehicle remains motionless or is driven on irregular surface can be applied for the following:

In order to:

- 1.1. Determine the impact of starting the missile launch engine, leaving the guide through the first leading ring of the missile, termination of the launch engine functioning, and leaving the guide by the missile on the performance of the individual elements of the assembly.
- 1.2. Evaluate the response of the individual elements of the assembly to the input generated by the road surface.
- 1.3. Examine the launch conditions of each missile being an integral element of the assembly.
- 1.4. Determine response of the gyroscope target tracking system to the disturbance generated within the assembly.
- 1.5. Formulate the characteristics of the initial kinematic parameters of the flight of each launched missile.

- 1.6. Evaluate the work comfort of the driver and operator of the assembly.
- 1.7. Examine the efficiency of the vibration reduction system of the launcher turret.
- The formulated model of the flight of the missile revolving around the longitudinal axis can be applied for the following: In order to:
 - 2.1. Examine the impact of the characteristics of the initial kinematic parameters of the flight developed by the assembly on the trajectory accomplished by the missile.
 - 2.2. Test the effectiveness of the elaborated algorithm of the missile control during the initial and final manoeuvre.
 - 2.3. Determine the impact of the revolving motion of the missile around the longitudinal axis on its flight dynamics.

Various recommendations conditioning the effective performance of the selfpropelled anti-aircraft missile assembly result from the analysis of the dynamics and physical phenomena co-occurring during the performance of the assembly. The paper presents the most important recommendations.