MONOGRAFIE, STUDIA, ROZPRAWY



Ireneusz Markiewicz

BADANIA WŁASNOŚCI KONSTRUKCJI ZAPROJEKTOWANYCH METODĄ SADSF

Kielce 2013

MONOGRAFIE, STUDIA, ROZPRAWY NR M47

Redaktor Naukowy serii NAUKI TECHNICZNE – BUDOWA I EKSPLOATACJA MASZYN prof. dr hab. inż. Stanisław ADAMCZAK, dr h.c.

Recenzenci: prof. dr. hab. inż. Lech DIETRICH prof. dr. hab. inż. Jan PIWNIK

Redakcja językowa Aneta DYNKOWSKA

Redakcja techniczna Aneta DYNKOWSKA

Projekt okładki Tadeusz UBERMAN

© Copyright by Politechnika Świętokrzyska, Kielce 2013

Wszelkie prawa zastrzeżone. Żadna część tej pracy nie może być powielana czy rozpowszechniana w jakiejkolwiek formie, w jakikolwiek sposób: elektroniczny bądź mechaniczny, włącznie z fotokopiowaniem, nagrywaniem na taśmy lub przy użyciu innych systemów, bez pisemnej zgody wydawcy.

PL ISSN 1897-2691

Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej 25-314 Kielce, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7 tel./fax 41 34 24 581 e-mail: wydawca@tu.kielce.pl www.tu.kielce.pl/organizacja/wydawnictwo

SPIS TREŚCI

1. Cel i zawartość pracy	5
2. Doświadczalne badania własności w zakresie sprężysto-plastycznym	11
2.1. Informacje wstępne	11
2.2. Badane modele	12
2.3. Rezultaty badań	14
2.4. Stosowana aparatura i stanowisko badawcze	15
2.5. Przykłady szczegółowych badań i uzupełnienia	17
3. Numeryczne badania własności w zakresie sprężystym	29
3.1. Informacje wstępne	29
3.2. Wprowadzone założenia i sposób przedstawiania wyników	29
3.3. Wyniki badań	30
3.4. Szczegółowe wyniki badań wybranych modeli	31
3.4.1. Modele oparte na rozwiązaniach 'F92' i 'F95'	31
3.4.2. Model oparty na rozwiązaniu 'F10'	37
3.4.3. Model oparty na rozwiązaniu 'F81'	39
3.4.4. Model oparty na rozwiązaniu 'R30'	41
3.4.5. Model oparty na rozwiązaniu 'F41'	42
3.4.6. Model oparty na rozwiązaniu 'F55a'	43
3.4.7. Model oparty na rozwiązaniu 'F55b'	44
3.4.8. Model oparty na rozwiązaniu 'Ssrama1'	45
4. Numeryczne badania własności przy obciążeniach zmiennych w czasie	49
4.1. Informacje wstępne	49
4.2. Szacowanie trwałości zmęczeniowej	49
4.3. Szczegołowe wyniki wybranych analiz	51
4.3.1. Modele oparte na rozwiązaniach 'F92' i 'F95'	51
4.3.2. Modele oparte na rozwiązaniu 'F55a'	55
4.3.3. Model oparty na rozwiązaniu 'Ssramal'	56
5. Suplement	57
5.1. Informacje wstępne	57
5.2. Idea i równania metody SADSF	58
5.3. Projektowanie i analizy własności pasm rozciąganych z otworem	
w części centralnej	61
5.3.1. Wprowadzenie	61
5.3.2. Sformułowanie i rozwiązania zadań projektowania	61
5.3.3. Analizy MES i szacowanie trwałości zmęczeniowej	67
5.4. Projektowanie i analizy rozmieszczenia otworów w rozciąganej tarczy	70

5.4.1. Wprowadzenie	70
5.4.2. Sformułowania i rozwiązania zadań projektowania	71
5.4.3. Analizy MES	74
5.4.4. Szacowanie trwałości zmęczeniowej	76
5.5. Połączenie spawane nakładkowe zaprojektowane metodami	
nośności granicznej	78
5.5.1. Wprowadzenie	78
5.5.2. Kształtowanie połączenia z wykorzystaniem metody SADSF	79
5.5.3. Analizy kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów	
zniszczenia	80
5.5.4. Analizy MES	81
5.5.5. Prognozowanie trwałości zmęczeniowej	83
5.5.6. Siły integralne w złączach zakładkowym i nakładkowym	84
5.6. Sposób przygotowania i własności materiału modeli badanych	
w zakresie sprężysto-plastycznym	85
Literatura	88
Streszczenie	94
Summary	95

1 cel i zawartość pracy

W pracy przedstawiono wyniki numerycznych i doświadczalnych badań złożonych konstrukcji metalowych, które zostały zaprojektowane na podstawie statycznie dopuszczalnych i nieciągłych pól naprężenia¹ [2, 3, 31, 38, 77, 81] przy założeniu warunku wyrównanego wytężenia w stanie granicznym. Podejście to jest uzasadniane na podstawie wniosków z twierdzenia o dolnym oszacowaniu nośności granicznej i w literaturze anglojęzycznej określane jako "SADSF Method", co stanowi skrót od Statically Admissible Discontinuous Stress Fields.

Przedmiotem badań były głównie konstrukcje cienkościenne, dla projektowania, których metoda ta – mimo że zakłada rozpatrywanie tylko stanu początkującego rozwijanie się dużych odkształceń plastycznych i w związku z tym ma wiele wad – okazała się mieć znaczenie wyjątkowe, przede wszystkim dla wstępnej fazy projektowania (por. rys. 1.1), gdy dane są tylko warunki brzegowe, a wpisana między brzegi konstrukcja nie jest jeszcze znana; m.in.:

- może podejmować nawet zadania z nieznanym rozmieszczeniem materiału, także w przestrzeni, jak również spotykane tu zadania, w których małe zmiany warunków brzegowych (lub szczegółów konstrukcyjnych) powodują duże i nielokalne zmiany w polach naprężenia (zasada de Saint Venanta na ogół nie ma do nich zastosowania); z takimi zadaniami nie radzą sobie nawet najbardziej dziś zaawansowane metody tzw. optymalizacji topologicznej [np. 1, 45, 46], bazujące na iteracyjnym poprawianiu; tymczasem są to zadania, które pojawiają się w codziennej praktyce inżyniera;
- chociaż w sformułowaniach bezpośrednich prowadzi do bardzo trudnych zadań z nieznaną dyskretyzacją ([11, 25], por. Suplement), to pozwala w swoich ramach zbudować prostą wersję aplikacyjną, która te trudności omija i którą może się posłużyć praktycznie każdy inżynier; ma więc szansę szerszych zastosowań praktycznych;

w jej ramach projektant ogranicza się do zadań konstrukcji nieciągłych pól statycznie dopuszczalnych (najlepiej granicznych), które rozwiązuje, dobierając oraz łącząc znane rozwiązania szczególne, podane mu w formie bibliotek²;

 stan zaawansowania oprogramowania [2, 24, 90] wersji aplikacyjnej umożliwia projektowanie nawet bardzo złożonych konstrukcji cienkościennych (głównie zbudowanych z elementów płaskich), stosowanych m.in. w ustrojach lotniczych, samochodowych i budowlanych;

¹ Statycznie dopuszczalne pola naprężenia, to pola, które spełniają tylko warunki równowagi oraz warunek nie przekraczania założonego warunku plastyczności. W ogólności nie spełniają one jakichkolwiek warunków kinematycznych; moga wiec być ciagłe lub nieciagłe.

² Określenie "metoda SADSF" jest w tej pracy utożsamiane z jej wersją aplikacyjną.

 dostarcza konstrukcji bez błędów kardynalnych, które z reguły występują w ustrojach projektowanych sposobami tradycyjnymi i które mogą obniżać ich nośność nawet kilkanaście razy;

w tej sytuacji wady metody i jej niedoskonałości zdają się nie mieć istotniejszego znaczenia praktycznego.

Przykład poglądowego sformułowania oraz inżynierskiego rozwiązania zadania projektowania przy pomocy wersji aplikacyjnej metody SADSF przedstawiono na rysunku 1.1 [2, 21]. Ilustruje on także ważniejsze problemy badawcze, jakie się tu pojawiają.



Rys. 1.1. Poglądowe sformulowanie oraz rozwiązanie zadania konstrukcji pola złożonego [2, 21]: a) poglądowa ilustracja sformulowania zadania; b) rozwiązanie: kontury pola złożonego określającego kształt i wymiary poszukiwanej konstrukcji; c) biblioteka gotowych rozwiązań szczególnych pakietu SADSFaM [2, 90]

Danymi były jedynie (rys. 1.1a): obciążenie graniczne na częściach brzegu S_p redukujące się do układu sił **P**, geometria tych części brzegu (wymiary: L, e, h, δ) oraz granica plastyczności zakładanego materiału konstrukcji.

Dobierając pola składowe z biblioteki (rys. 1.1c) oraz łącząc je (jak klocki) z zachowaniem warunków równowagi, należało znaleźć statycznie dopuszczalne pole złożone, które spełni założone warunki brzegowe, a następnie – na podstawie wniosków z twierdzenia o dolnym oszacowaniu nośności granicznej – utożsamić jego kontury z konturami poszukiwanej konstrukcji (rys. 1.1b).

W bibliotece pokazanej na rysunku 1.1c założono, że są to pola nieciągłe, obszarami stałe, lokalnie płaskie, a linie nieciągłości są odcinkami prostych. Zrozumiałe, że podane w zadaniu warunki brzegowe można było spełnić, dobierając także inne pola składowe. Pojawiające się tu niejednoznaczności wykorzystuje się głównie w celu spełnienia kryteriów dodatkowych, na przykład związanych z prostotą wykonania, kosztem itp.

Widoczne jest, że otrzymane pole złożone określiło tę konstrukcję w sposób prawie kompletny: wyznaczyło jej kształt i wymiary, a przede wszystkim strukturę, to znaczy przestrzenne usytuowanie oraz system wzajemnych połączeń jej elementów składowych. Z otrzymanego rozwiązania wynikła m.in. potrzeba zaprojektowania układów dodatkowych elementów płaskich w pobliżu przepon skrajnych (rys. 1.1b). Układ ten zabezpiecza możliwość przenoszenia założonego obciążenia w stanie błonowym. W efekcie powłoka może dobrze wykorzystywać własności nośne materiału użytego do jej wykonania. Gdyby pominąć którykolwiek jej element lub nie połączyć go spoinami na odcinkach, na których pola wykazują niezerowe oddziaływania, to nośność tej konstrukcji zmniejszy się co najmniej o rząd. Taki błąd jest uważany za kardynalny.

Wobec tego, że zaprojektowana konstrukcja nie zawiera błędów kardynalnych, można oczekiwać, że jej poziom jakościowy będzie wysoki, ale nie wiadomo jak będzie się ona zachowywać w stadiach i warunkach pracy, których metoda SADSF nie ujmuje (sprężystym, sprężysto-plastycznym, czy zmiennego w czasie obciążenia), i gdy poczynione w jej ramach założenia, szczególnie o utrzymywaniu się stanu błonowego aż do osiągnięcia obciążenia granicznego, nie będą się mogły zrealizować.

Na te zasadnicze pytania oraz wiele innych, związanych z niedoskonałościami metody SADSF, miały odpowiedzieć przedstawione w pracy badania numeryczne i doświadczalne, które prowadzono na modelach stalowych, przyjmujących proporcje typowe dla konstrukcji stosowanych w ramach nośnych pojazdów.

Zakładano z góry, że mają to być badania na dużej liczbie przypadków, tak żeby ich wyniki mogły być postrzegane jako reprezentatywne dla rozważanej klasy konstrukcji. Brak bowiem odpowiedzi na pytanie: czy dobre lub bardzo dobre własności stwierdzane w tych stadiach na przypadkach jednostkowych (np. [5, 8, 14, 16, 31, 37, 48, 77, 81, 82, 85]) można uznawać za oczekiwane, stanowił barierę upowszechnienia tej unikatowej metody projektowania. Wydaje się, że wyniki przedstawione w pracy na takie potwierdzenie pozwalają.

Zrozumiałe, że założony rozmiar prac ograniczył wybór metod badawczych do takich, które nie są nadmiernie uciążliwe i kosztowne, głównie do metod numerycznych (m.in. MES – w badaniach zakresu sprężystego i metody odkształceń lokalnych – w badaniach trwałości zmęczeniowej), a pośród metod doświadczalnych – do termowizji, którą posłużono się w analizach stanów sprężystoplastycznych i badaniach w zakresie całych ścieżek równowagi, aż do zniszczenia. Fragment zbioru konstrukcji, które badano, przedstawiono na rysunku 1.2 przy pomocy miniaturowych obrazów ich schematów.

Podczas badań tych konstrukcji w zakresie sprężysto-plastycznym, zgodnie z oczekiwaniami, okazało się m.in., że zakładane w trakcie ich projektowania nośności graniczne są nieco przekraczane, a strefy plastyczne (w badaniach termowizyjnych reprezentowane przez pola temperatury), tworzące się w fazie zniszczenia, obejmują duże fragmenty objętości całych konstrukcji. Sam mechanizm zniszczenia każdej z nich jest podobny do spotykanych w innych konstrukcjach cienkościennych i realizuje się przez duże zgięciowe zmiany geometrii, poprzedzone wykształcaniem się linii załomów. W zaprojektowanych konstrukcjach przebiega on jednak w sposób specyficzny: małe deformacje zachowują się aż do osiągnięcia obciążenia bliskiego granicznemu, po czym następuje gwałtowny ich wzrost, przy relatywnie małym przyroście obciążenia, a później jego spadku. Wynika stąd, że zaprojektowane konstrukcje mają dobrze wyrównane wytężenie w stanie granicznym, a także to, że w chwili osiągnięcia tego stanu dyssypowana jest energia zbliżona do maksymalnej. Uplastycznieniu ulega prawie cała konstrukcja. W takim wyniku zawarta jest także sugestia dużej wytrzymałości zaprojektowanych konstrukcji na obciążenia przykładane udarowo.



Rys. 1.2. Fragment zbioru badanych w pracy konstrukcji (por. [2])

Nie stwierdzono ani jednego przypadku konstrukcji, która by podanych własności nie miała. Można jednak oczekiwać, że w przypadkach ustrojów o cieńszych ściankach, stany zgięciowe pojawią się przy mniejszych obciążeniach.

Wyniki tych badań zostały przedstawione w rozdziale 2.

Szczególnie wiele uwagi poświęcono analizom MES w zakresie sprężystym, który jest zwykle eksploatacyjnym. Okazało się, że zaprojektowane konstrukcje wykazują zaskakująco dobre własności, a nawet niezły poziom wyrównania wytężenia w tym zakresie, mimo że nie jest on wcale w ramach metody SADSF ujmowany. Prawidłowością jest m.in. zachowywanie małych deformacji i dominacja stanów błonowych, prawie dokładne wyrównanie wytężenia wzdłuż brzegów swobodnych oraz relatywnie niskie koncentracje naprężenia.

Także i te własności powtarzały się we wszystkich analizowanych kilkudziesięciu konstrukcjach.

Wybrane wyniki tych analiz przedstawiono w rozdziale 3.

Podobnie dobre własności ujawniły się podczas badań trwałości zmęczeniowej (rozdz. 4), a dokładniej – szacowania trwałości zmęczeniowej na drodze numerycznej, co umożliwiało podjęcie badań wszystkich konstrukcji, które analizowano wcześniej przy pomocy MES, także tych, które realizują skomplikowane warunki brzegowe. Okazuje się, że konstrukcje cienkościenne zaprojektowane metodą SADSF mają okres trwałości radykalnie większy od projektowanych sposobami tradycyjnymi, a pęknięcia zmęczeniowe mogą inicjować się prawie jednocześnie w różnych ich miejscach.

Rezultaty uzupełniające, które obejmują wybrane wyniki badań konstrukcji płaskich, zaprojektowanych przez autora metodą SADSF, a także ich weryfikację w zakresie sprężystym i przy obciążeniach zmiennych w czasie, zamieszczono w Suplemencie.

Dotyczą one m.in.:

- serii pasm rozciąganych z otworem w części centralnej [64];
- rozciąganej tarczy prostokątnej osłabionej otworami, w której odległości pomiędzy nimi wyznaczono metodą SADSF [63];
- połączenia spawanego, które gdy jest wykonane w sposób tradycyjny ma wysoki współczynnik koncentracji naprężenia i niską trwałość zmęczeniową [61]; przedstawiono nowe rozwiązanie takiego połączenia, które okazało się mieć współczynnik koncentracji mniejszy o połowę, a trwałość zmęczeniową – większą pięćdziesięciokrotnie.

Zasadnicze idee tej metody, zilustrowane na przykładach kształtowania elementów konstrukcji o zwartej budowie, zaproponował w 1968 roku W. Szczepiński [77], zapoczątkowując podjęcie nad nią prac przez wiele zespołów badawczych, głównie polskich, ale także zagranicznych, które od razu dostrzegły jej ogromne znaczenie aplikacyjne, najpierw w ramach problemu węzłowego 05.12, koordynowanego przez IPPT PAN. Nad problematyką metody pracowali m.in. H. Frąckiewicz, J. Stupnicki, L. Dietrich, J. Miastkowski, J. Kapkowski, W. Gutkowski, J. Szlagowski, W. Zowczak, S. Trela i inni (por. spis literatury). Jednak pojawiające w jej ramach skrajnie trudne problemy z nieznaną dyskretyzacją bardzo długo nie dawały się nawet dotknąć, co uniemożliwiało prowadzenie badań podstawowych, bez których szanse na dalszy rozwój metody coraz bardziej się wyczerpywały. Barierę tą przełamały prace W. Bodaszewskiego (np. [10, 11]), który znalazł matematycznie kompletny zespół warunków metody i na ich bazie zbudował sprawne algorytmy pozwalające podejmować takie badania na drodze numerycznej [3, 25]. Ich wyniki określają współczesny obraz metody SADSF oraz spotykanych w jej ramach problemów, nadal trudnych, ale mających już perspektywę efektywnego rozwiązywania.

W. Bodaszewski jest także autorem najbardziej dziś zaawansowanego pakietu oprogramowania wersji aplikacyjnej SADSFaM (np. [2, 90]), przy pomocy którego zaprojektował badane w tej pracy konstrukcje cienkościenne, w tym pokazane na rysunku 1.2.

Dotychczas powstało 9 monografii poświęconych metodzie SADSF, kilka habilitacji i kilkanaście doktoratów oraz setki artykułów. Aktualny stan rozwoju podstaw metody został przedstawiony m.in. w pracach [25], a wersji aplikacyjnej – w wydanej niedawno monografii [2]. Zaprezentowane tam wyniki pokazują jak duży postęp dokonał się w ostatnich latach w zakresie aplikacji metody i możliwości jej zastosowań praktycznych.

Zawarte w tej pracy wyniki zostały otrzymane przez autora m.in. w ramach dwóch projektów badawczych KBN [56, 58] prowadzonych w latach 1996–1999 (7 T07C 049 12) i 2002–2004 (5 T07C 011 22), na rzecz których autor pracował, półrocznego stypendium naukowego NATO [57] w University of Waterloo (2001– 2002, por. Suplement) oraz kilkunastu mniejszych projektów, także uczelnianych.

Wyniki te autor publikował w takich czasopismach jak: Engineering Transactions, SAE 2003 Transactions – Journal of Materials and Manufacturing, Maintenance and Reliability oraz w Journal of Theoretical and Applied Mechanics (po pozytywnych recenzjach trzy artykuły pod wspólnym tytułem).

Warto na zakończenie zauważyć, że w obliczeniach wytrzymałościowych śrub, nitów, wpustów, spoin itd., jakie są stosowane w Podstawach Konstrukcji Maszyn, także wykorzystuje się wnioski z twierdzeń ekstremalnych nośności granicznej, a zatem zakłada ten sam sztywno-plastyczny model materiału, jaki przyjmuje metoda SADSF. Jej wykorzystanie w praktycznym projektowaniu nie powinno więc budzić obaw inżynierów.

2 doświadczalne badania własności w zakresie sprężysto-plastycznym

2.1. INFORMACJE WSTĘPNE

Jak już stwierdzono, metoda SADSF jest przybliżoną, zakłada m.in. warunek wyrównanego wytężenia w stanie granicznym oraz niszczenie się rozważanych powłok z zachowaniem płaskiego stanu naprężenia w każdym elemencie składowym [2]. Pomija też rezerwy nośne materiału w zakresie wzmocnienia oraz deformacje sprężyste.

Nie uwzględnia więc wielu zjawisk, które w rzeczywistych konstrukcjach mogą występować. Między innymi nie ujmuje stanów zgięciowych i utraty stateczności, które mogą powodować realizowanie się innych od założonych mechanizmów zniszczenia, a tym samym nieosiąganie zakładanych podczas projektowania obciążeń granicznych. Dla projektanta ważne jest także zachowanie się konstrukcji w stanie sprężysto-plastycznym.

Dlatego celem podjętych badań doświadczalnych było określenie rzeczywistych własności zaprojektowanych konstrukcji w zakresie pełnych ścieżek równowagi: od chwili przyłożenia obciążenia aż do zniszczenia. Badania miały charakter jakościowy i stanowiły kontynuację przedstawionych w pracach [22, 56]. Podczas tych badań ocenie podlegały głównie:

- rozwój stref uplastycznionych z użyciem termowizji, z tym, że rejestrowana i analizowana była duża liczba obrazów rozwoju pola temperatur;
- ścieżki równowagi w całym zakresie przykładanych obciążeń;
- rzeczywiste mechanizmy zniszczenia.

Badaniom poddawano modele oparte na rozwiązaniach, które oznaczono przez 'F92' i 'F95' (por. rys. 2.2a, 2.3a) – tak samo jak pliki z ich danymi w [2, 90]. Są to dwie oryginalne konstrukcje, których ogólna forma bazuje na powłoce profilu dwuteownika, i które zostały zaprojektowane na obciążenie momentem skręcającym. Wszystkie ich powierzchnie są z zewnątrz dostępne, a mimo to są bardzo sztywne na skręcanie. Modele te miały proporcje wymiarowe typowe dla poprzeczek ram nośnych pojazdów.

Oprócz modeli odpowiadających prawie dokładnie rozwiązaniom otrzymanym przy pomocy metody SADSF, badaniom poddano także modele z modyfikacjami polegającymi na usztywnieniu elementów poprzez odwijanie ich swobodnych krawędzi. Pozwoliło to nie tylko na sprawdzenie jak tego typu korekty konstrukcyjne wpływają na nośność graniczną, sztywność, czy zmiany w mechanizmach zniszczenia, ale również potwierdzenie oczekiwanej jednakowej wytrzymałości składowych elementów płaskich w chwili zniszczenia.

W celu zbadania wpływu wyraźnej granicy plastyczności materiału modeli na ich mechanizmy zniszczenia i osiąganie zakładanego podczas projektowania dolnego oszacowania nośności granicznej, badaniom poddano zarówno modele wykonane ze stali, która taką granicę wykazuje, jak i modele ze stali, która takiej granicy nie posiada.

2.2. BADANE MODELE

Schematy konstrukcyjne modeli, których wyniki badań są w tym rozdziale omawiane zestawiono na rysunku 2.1. Kształty i wymiary modeli 'F92' i 'F95' z rysunków 2.1a i e były dokładnie takie, jakie otrzymano z rozwiązania zadania projektowania metodą SADSF, którego poglądowe sformułowanie przedstawiono na rysunku 1.1a [2, 21]. Rozwiązania te skonstruowano dla różnych wartości danych (por. rys. 2.2a i 2.3a).

Miejsca odwinięć swobodnych krawędzi elementów modeli z rysunków 2.1b, c i f określono na podstawie jakościowych analiz stanów zgięciowych w stadium pracy sprężystej (por. rozdz. 3), a w przypadku modelu z rysunku 2.1a, także na podstawie mechanizmów zniszczenia otrzymanych podczas badań wcześniejszych [22, 56].

Oddziaływania na krawędziach pól bibliotecznych, które posłużyły do konstrukcji modelu 'F92' (por. rys. 2.2b), wskazują, że – za wyjątkiem nieobciążonego środnika, którego rola ogranicza się jedynie do utrzymania geometrii całości konstrukcji – wszystkie pozostałe elementy to, w przybliżeniu, tarcze nierównomiernie zginane w swoich płaszczyznach, a więc elementy, w których – w stadium pracy sprężystej – pojawia się tendencja do wykształcania się stanów charakterystycznych dla osi zginania i narastania deformacji wraz ze wzrostem odległości od tej osi; w tym stadium wyrównanie wytężenia nie może się więc w nich zrealizować.

Bimoment w tym modelu powstaje i narasta w miarę oddalania się od przekrojów skrajnych przepon – jednak jest on zamykany w układzie dodatkowych elementów ukośnych.

Z oddziaływań na krawędziach pól bibliotecznych, które posłużyły do konstrukcji modelu 'F95' (por. rys. 2.3b) wynika, że zginane w swoich płaszczyznach są tylko elementy półek. W ukośnych środnikach założono czyste ścinanie, a w środniku – zerowy stan naprężenia.

W tym przypadku bimoment także narasta w miarę oddalania się od przekrojów skrajnych przepon, ale tylko do miejsca gdzie zbiegają się ukośne środniki; dalej maleje i w przekroju centralnym jest już równy zero.

Badaniom poddano również model "zwykłego" dwuteownika (rys. 2.1d), którego struktura nie została dobrana (jest nieprawidłową) do przenoszenia obciążenia momentem skręcającym. Grubość blach jego elementów przyjęto jak w rozwiązaniu 'F92' (rys. 2.1a); założono też ten sam materiał, a także te same wymiary konturów zewnętrznych. Jedynie szerokość półek przyjęto stałą i równą największej szerokości otrzymanej z pól statycznie dopuszczalnych.

Wyniki otrzymane dla tego modelu pozwoliły na porównanie zachowania się konstrukcji zawierających błędy w strukturze z projektowanymi metodą SADSF.

Do budowy modeli wykorzystano blachy o grubościach 1.5 i 2 [mm] (rys. 2.1). Wyznaczone z rozwiązania metodą SADSF grubości elementów, które różniły się od podanych wartości (wielkości w nawiasach), zaokrąglono. Przy każdym modelu podano jego masę w [kg].



Rys. 2.1. Kształty i wymiary badanych modeli: a) schemat modelu 'F92', o konturach określonych rozwiązaniem zadania projektowania metodą SADSF; b) model 'F92' z odwiniętymi krawędziami półek; c) model 'F92' z odwiniętymi krawędziami półek i elementów ukośnych; d) model "zwykłego" dwuteownika; e) schemat modelu 'F95', o konturach określonych rozwiązaniem zadania projektowania metodą SADSF; f) model 'F95' z odwiniętymi krawędziami półek



Rys. 2.2. Rozwiązanie zadania projektowania z rysunku 1.1a oznaczone jako 'F92' [2]: a) statycznie dopuszczalne, przestrzenne pole złożone, które wyznacza kontury konstrukcji; b) oddziaływania i usytuowanie składowych pól bibliotecznych w polu złożonym



Rys. 2.3. Rozwiązanie zadania projektowania z rysunku 1.1a oznaczone jako 'F95' [2]: a) kontury modelu wyznaczone na podstawie statycznie dopuszczalnego pola naprężenia; b) oddziaływania i usytuowanie składowych pól bibliotecznych w polu złożonym

Obciążenie wprowadzano w modele za pomocą dodatkowych przepon (por. rys. 2.1) wykonanych z blachy o grubości 2 [mm].

Sposób przygotowania modeli i wyniki badań własności materiałów blach, z których zostały one wykonane, przedstawiono w Suplemencie.

2.3. REZULTATY BADAŃ

Zgromadzony materiał badawczy dostarczył szeregu wniosków, z których najważniejsze zestawiono poniżej w punktach:

- 1. Zniszczenie modeli zaprojektowanych metodą SADSF, jak wszystkich konstrukcji cienkościennych [41, 52, 70, 83], realizowało się poprzez duże zgięciowe zmiany geometrii. Przebiegało jednak w sposób szczególny m.in.:
 - założone w trakcie projektowania dolne oszacowanie obciążenia granicznego było osiągane, a w przypadku modeli wykonanych ze stali bez wyraźnej granicy plastyczności nawet znacznie przekraczane; po osiągnięciu rzeczywistego obciążenia granicznego (utożsamianego z pierwszym ekstremum na ścieżce równowagi), badane modele nie posiadały większych rezerw nośnych: dalsze fragmenty ich ścieżek równowagi odpowiadały zwykle niestatecznym stanom równowagi; nie następowało jednak radykalne zmniejszenie obciążenia;
 - znaczniejsze stany zgięciowe pojawiały się dopiero przy obciążeniach niewiele mniejszych od rzeczywistej wartości obciążenia granicznego; stany zgięciowe rozwijały się, prowadząc do zniszczenia w wąskim przedziale obciążenia; oznacza to faktyczną dominację stanu błonowego aż do wartości, jakie zakłada się w zadaniach projektowania.
- Elementy składowe zaprojektowanych modeli miały w przybliżeniu jednakową wytrzymałość i to zarówno w zakresie sprężystym, jak i w chwili zniszczenia. Potwierdzały to m.in. następujące fakty doświadczalne:
 - obciążenia składowych elementów płaskich, przy których tworzyły się w tych elementach lokalne mechanizmy zniszczenia, były sobie bliskie; wprowadzenie niewielkich usztywnień do aktualnie niszczących się elementów poprzez odwinięcie ich krawędzi powodowało, że lokalne mechanizmy zniszczenia powstawały w innych elementach; powtarzało się to w każdym przypadku kolejno "usztywnianych" w ten sposób elementów; rzeczywista wartość obciążenia granicznego modeli nie ulegała przy tym znaczącym zmianom; dopiero usztywnienie – tak jak to miało miejsce w modelu przedstawionego na rysunku 2.1c – wszystkich biorących udział w przenoszeniu obciążenia elementów spowodowało znaczny wzrost nośności;
 - w chwili gdy przyłożone obciążenie osiągało wartość graniczną, strefy uplastycznione obejmowały relatywnie duże fragmenty objętości modeli.
- **3.** Ogólne formy ścieżek równowagi i postacie mechanizmów zniszczenia były podobne zarówno dla modeli wykonanych ze stali posiadającej wyraźną granicę plastyczności, jak i jej niewykazującej. Jednak rzeczywiste obciążenia graniczne modeli wykonanych ze stali niemającej wyraźnej granicy plastyczności były dużo większe od zakładanych podczas projektowania oszacowań dolnych.

Pośród dalszych wniosków warto wymienić następujące:

 Modele "zwykłego" dwuteownika, których struktura nie była dobrana do przyłożonego obciążenia, wykazywały sztywność kilkakrotnie mniejszą niż modele zaprojektowane metodą SADSF; stany zgięciowe pojawiały się w nich od razu po przyłożeniu obciążenia, ścieżki równowagi zachowywały w przybliżeniu liniowy charakter aż do kątów skręcenia około czterokrotnie większych, a ich zniszczenie następowało przy około dwa razy większych kątach skręcenia; odpowiednio później wykształcały się w nich także linie załomów.

- 2. Przy obciążeniu równym połowie momentu granicznego, jakie zakładano w analizach stadium sprężystego przy pomocy MES (por. rozdz. 3), w badanych modelach nie ujawniały się jeszcze jakiekolwiek deformacje plastyczne; ścieżki równowagi zachowywały charakter liniowy.
- 3. Lokalne mechanizmy zniszczenia tworzyły się w obszarach przyległych do miejsc, w których, podczas analiz stadium sprężystego przy pomocy MES, stwierdzano najwyższy poziom wytężenia.
- 4. Wstępne imperfekcje mogą prowadzić do nieosiągania założonej podczas projektowania wartości obciążenia granicznego.

2.4. STOSOWANA APARATURA I STANOWISKO BADAWCZE

Badania prowadzono na specjalnie w tym celu skonstruowanym stanowisku, w którym obciążenie momentem skręcającym było wywoływane przy pomocy przekładni ślimakowej, czyli w sposób kinematyczny, który umożliwiał rejestrację ścieżek równowagi nawet w zakresie niestatecznym. Przykładane do modeli obciążenia były w przybliżeniu zgodne z założonymi w zadaniu projektowania.

Ogólny widok zbudowanego stanowiska wraz zamontowanym modelem pokazano na rysunkach 2.4a, b. Skrajne przepony modelu były mocowane za pośrednictwem czujników momentu skręcającego z jednej strony do nieruchomej podstawy, zaś z drugiej – do tarczy osadzonej na wałku zdawczym przekładni.

Moment skręcający był mierzony czujnikiem momentu skręcającego zamontowanym od strony przekładni ślimakowej oraz dodatkowo za pośrednictwem układu tensometrów naklejonych na piaście tarczy mocującej, natomiast kąt skręcenia – za pomocą potencjometru podłączonego do wałka przekładni ślimakowej (rys. 2.4b). Czujniki momentu skręcającego miały budowę zabezpieczającą model przed wprowadzeniem innych poza momentem skręcającym sił wewnętrznych – elementy czujników, do których mocowane były modele (por. rys. 2.4d), miały możliwość przemieszczania się wzdłuż osi x (co zabezpieczało przed powstawaniem sił osiowych) oraz obrotów wokół osi y i z (co zabezpieczało przed powstawaniem momentów gnących). Zakresy przemieszczenia i obrotów były wprawdzie ograniczone, jednak podczas badań nie stwierdzono w żadnym przypadku ich przekroczenia. W modele, poprzez skrajne przepony (por. rys. 2.1), mogły być wprowadzane dodatkowo jedynie obciążenia bimomentowe, które jednak nie przyjmowały zbyt dużych wartości ze względu na niewielką sztywność giętną tych elementów. W pływ grubości przepon na zachowanie modeli nie był badany.



Rys. 2.4. Stanowisko badawcze i ogólny widok ustawienia elementów aparatury podczas badań: a) model zamontowany na stanowisku; b) przekładnia ślimakowa z czujnikiem kąta skręcenia i tensometrami na piaście; c) ustawienie aparatury; widoczny układ obciążający, kamera termowizyjna z komputerem, kamera cyfrowa oraz układ mostka SPIDER8, również z własnym komputerem; d) czujnik momentu skręcającego

Wszystkie przetworniki pomiarowe zostały podłączone do mostka tensometrycznego typu SPIDER8 z własnym komputerem, wykonującym rysunek ścieżki równowagi (moment obciążający w funkcji kąta skręcenia: $M = M(\phi)$) na ekranie monitora. Pozwalało to m.in. na wyznaczanie sztywności k całego układu (stanowiska i modelu) w zakresie sprężystym (sztywność jest tu rozumiana jako pochodna momentu po kącie obrotu: $k = dM/d\phi$). Sztywność każdego z modeli k_m obliczano z – ważnego przy szeregowym łączeniu elementów układu – wzoru: $k_m = k k_s/(k_s - k)$. Wyznaczona doświadczalnie sztywność stanowiska wynosiła: $k_s \approx 420$ [Nm/stopień].

Pola temperatur rejestrowano kamerą termowizyjną systemu Flir o rozdzielczości 0.08K, a rzeczywiste mechanizmy zniszczenia – kamerą cyfrową. W celu identyfikacji punktów na ścieżce równowagi z rejestrowanymi obrazami, we wszystkich urządzeniach został wprowadzony identyczny czas systemowy. Ustawienie stanowiska i aparatury w trakcie badań pokazuje rysunek 2.4c.

2.5. PRZYKŁADY SZCZEGÓŁOWYCH BADAŃ I UZUPEŁNIENIA Modele wykonane z materiału bez wyraźnej granicy plastyczności Model 'F92'

Zniszczenie tego modelu, którego kształt i wymiary odpowiadały otrzymanym z rozwiązania zadania projektowania, nastąpiło poprzez prawie równoczesne powstawanie dużych zgięciowych zmian geometrii zlokalizowanych w obszarach półek i elementów ukośnych (rys. 2.5a i b). W obszarach tych stwierdzono najwyższe poziomy wytężenia podczas analiz stadiów sprężystych z wykorzystaniem MES (por. rys. 3.1). Lokalne zgięcia miały postać zbliżoną do linii załomów.

Zakładane dolne oszacowanie momentu granicznego $M_{gr} = 283$ [Nm] zostało osiągnięte (rys. 2.5c), a nawet o 25 procent przekroczone; największa wartość momentu na ścieżce równowagi wyniosła: $M_{max} = 354$ [Nm]. Po przekroczeniu M_{max} nastąpił powolny spadek momentu – jednak nie poniżej założonej wartości M_{gr} . Zniszczenie nastąpiło w stosunkowo wąskim przedziale obciążeń ΔM leżącym pomiędzy M_{gr} a M_{max} . Powyżej kąta skręcania $\phi \approx 17^{\circ}$ moment ustalił się na poziomie zbliżonym do M_{gr} .

Do osiągnięcia M_{gr} , które nastąpiło przy kącie skręcenia $\phi \approx 5^{\circ}$, deformacje konstrukcji były niewielkie (por. obraz termowizyjny otrzymany dla punktu A przedstawiony na rys. 2.5d), a ścieżka równowagi zachowywała w przybliżeniu liniowy charakter. Duże deformacje pojawiły się dopiero w okolicach punktu B odpowiadającemu największej wartości momentu M_{max} i kątowi skręcenia $\phi \approx 12^{\circ}$. Zachowanie dominacji stanów błonowych zachodziło więc aż do obciążeń zbliżo-nych do M_{max} .



Rys. 2.5. Wyniki badań otrzymane dla modelu 'F92': a, b) fotografie ilustrujące rzeczywisty mechanizm zniszczenia półek i elementów ukośnych; c) zarejestrowana ścieżka równowagi; d) seria obrazów pól temperatur (literami oznaczono obrazy odpowiadające punktom na ścieżce równowagi)

Widoczny na rysunku 2.5d (punkty B i C) wzrost temperatury wzdłuż wspólnych krawędzi półek i elementów ukośnych wskazuje na przenoszenie dużych sił przez te krawędzie i potrzebę wykonania wzmocnionych spoin łączących te elementy.

W jednym z modeli testowych nastąpiło zniszczenie tej spoiny. Mimo to założone dolne oszacowanie momentu granicznego zostało osiągnięte, a nawet nieznacznie przekroczone. Po osiągnięciu największego momentu nastąpiło jednak gwałtowne załamanie ścieżki równowagi i szybki spadek wartości obciążenia. Był to jedyny przypadek zniszczenia się spoiny w modelu zaprojektowanym przy pomocy metody SADSF.

Sztywność modelu wynosiła: $k_m \approx 81$ [Nm/stopień].

Model 'F92' z odwinięciami krawędzi półek

Wprowadzenie odwinięć krawędzi swobodnych półek i usztywnienie tych elementów spowodowało niszczenie się elementów ukośnych (rys. 2.6a i b) oraz jedynie niewielki wzrost nośności granicznej (z 354 do 366 [Nm]). Świadczy to o tym, że półki i elementy ukośne miały w przybliżeniu jednakową wytrzymałość. W pozostałych elementach znaczniejsze deformacje nie występowały.



Rys. 2.6. Wyniki badań otrzymane dla modelu 'F92' z odwinięciami krawędzi półek: a, b) fotografie ilustrujące rzeczywisty mechanizm zniszczenia elementów ukośnych; c) zarejestrowana ścieżka równowagi; d) seria obrazów pól temperatur (literami oznaczono obrazy odpowiadające punktom na ścieżce równowagi)

Podobnie jak w przypadku modelu bez odwinięć, do osiągnięcia M_{gr} , które nastąpiło przy kącie skręcenia $\phi \approx 5^{\circ}$, deformacje konstrukcji były niewielkie (por. obraz termowizyjny otrzymany dla punktu A przedstawiony na rys. 2.6d), a ścieżka równowagi zachowywała w przybliżeniu liniowy charakter. Po przekroczeniu M_{max} nastąpił powolny spadek momentu – jednak nie poniżej założonej wartości M_{gr} . Zniszczenie nastąpiło w stosunkowo wąskim przedziale obciążeń ΔM leżącym pomiędzy M_{gr} a M_{max} .

Wyraźne deformacje plastyczne i związany z nimi wzrost temperatury nastąpił dopiero w okolicach punktu B na ścieżce równowagi (rys. 2.6c i d). Zachowanie dominacji stanów błonowych zachodziło więc aż do obciążeń zbliżonych do M_{max}.

Wprowadzenie odwinięć półek spowodowało jedynie niewielki wzrost sztywności modelu (z $k_m \approx 81$ do 91 [Nm/stopień]).

Model 'F92' z odwinięciami krawędzi półek i elementów ukośnych

Zniszczenie tego modelu nastąpiło poprzez duże zgięciowe zmiany geometrii w jednym z elementów ukośnych (rys. 2.7a i b). W pozostałych elementach znaczniejsze deformacje się nie pojawiły.

Wprowadzenie odwinięć krawędzi półek i elementów ukośnych, to znaczy wszystkich elementów biorących udział w przenoszeniu obciążenia, spowodowało duży, bo aż około 40-procentowy wzrost nośności granicznej – z 354 (rys. 2.5c) do 496 [Nm] (rys. 2.7c). Podobnie jak w przypadku modelu bez odwinięć – przy $\phi \approx 17^{\circ}$ – moment ustalił się na poziomie zbliżonym do założonego oszacowania dolnego M_{gr}.



Rys. 2.7. Wyniki badań otrzymane dla modelu 'F92' z odwinięciami krawędzi półek i elementów ukośnych: a, b) fotografie ilustrujące rzeczywisty mechanizm zniszczenia elementu ukośnego; c) zarejestrowana ścieżka równowagi; d) seria obrazów pól temperatur (literami oznaczono obrazy odpowiadające punktom na ścieżce równowagi)

Do osiągnięcia M_{gr} , deformacje konstrukcji były niewielkie (por. obraz termowizyjny otrzymany dla punktu A przedstawiony na rys. 2.7d). Podobnie jak dla modelu bez odwinięć, ścieżka równowagi zachowywała w przybliżeniu liniowy charakter do $\phi \approx 5^{\circ}$. Wyraźne deformacje plastyczne i związany z nimi wzrost temperatury nastąpił dopiero w okolicach punktu B na ścieżce równowagi (rys. 2.7c i d). Zachowanie dominacji stanów błonowych zachodziło więc aż do obciążeń zbliżonych do M_{max} .

Wprowadzenie odwinięć spowodowało około 23-procentowy wzrost sztywności modelu (do $k_m \approx 100$ [Nm/stopień]).

Model "zwykłego" dwuteownika

Model ten nie miał możliwości przeniesienia założonego obciążenia w stanie błonowym, a jedynie poprzez stany zgięciowe, które pojawiły się od razu po przyłożeniu obciążenia. Jego zniszczenie nastąpiło poprzez duże zgięciowe zmiany geometrii w środniku (rys. 2.8a) oraz w przyległych do przepon, fragmentach półek (rys. 2.8b), a więc w obszarach największego wytężenia, które zidentyfikowano podczas analiz z wykorzystaniem MES (por. rys. 3.5).



Rys. 2.8. Wyniki badań otrzymane dla modelu "zwykłego" dwuteownika: a, b) fotografie ilustrujące rzeczywisty mechanizm zniszczenia półek i środnika; c) zarejestrowana ścieżka równowagi; d) seria obrazów pól temperatur (literami oznaczono obrazy odpowiadające punktom na ścieżce równowagi)

Największa wartość momentu na ścieżce równowagi wyniosła: $M_{max} = 336$ [Nm] i była tylko niewiele mniejsza od największego momentu otrzymanego dla zaprojektowanego metodą SADSF modelu 'F92' (por. rys. 2.5). Niszczenie się mo-

delu następowało w wąskim przedziale obciążeń ΔM , który został zaznaczony na ścieżce równowagi (rys. 2.8c).

Ścieżka równowagi zachowywała w przybliżeniu liniowy charakter aż do kąta skręcenia $\phi \approx 21^{\circ}$. Kąt ten był ponad czterokrotnie większy niż otrzymany dla modelu 'F92'.

Linie załomu zaczęły się pojawiać dopiero w okolicach punktu B, który odpowiadał kątowi skręcania $\phi \approx 22^{\circ}$ (rys. 2.8c). Początek niszczenia się tego modelu następował więc przy kącie około dwukrotnie większym niż w modelu 'F92'. Linie załomu są widoczne na obrazach termowizyjnych przedstawionych na rysunku 2.8d (punkty B i C).

Sztywność modelu wyniosła: $k_m \approx 16$ [Nm/stopień] (rys. 2.8c) i była ponad 5 razy mniejsza od sztywności modelu 'F92'.

Tak znaczne różnice w zachowaniu się modeli "zwykłego" dwuteownika i 'F92' mają miejsce, mimo że mają one prawie identyczną masę (por. rys. 2.1). Różnice te mogłyby być jeszcze większe gdyby nie dodatkowe bimomenty, które były wprowadzane w model wskutek niewielkiej odległości krawędzi półek od śrub mocujących przepony do czujników momentu skręcającego (por. rys. 2.8b). Wyniki otrzymane dla tego modelu mają więc jedynie przybliżony charakter.

Model 'F95'

Model ten, odpowiadający dokładnie rozwiązaniu metodą SADSF, był obciążany dwukrotnie.

Przy pierwszym obciążaniu nastąpiła awaria czujnika momentu skręcającego. Jak widać na rysunku 2.9c moment skręcający znacznie przekroczył założone oszacowanie dolne, ale nie osiągnął obciążenia granicznego (M \approx 1200 [Nm], $\phi \approx 10^{\circ}$). Po odciążeniu model wrócił w przybliżeniu do pierwotnych kształtów.

Przy drugim obciążeniu czujniki momentu skręcającego zostały usunięte, i model był mocowany bezpośrednio z jednej strony do nieruchomej podstawy, zaś z drugiej – do tarczy osadzonej na wałku zdawczym przekładni.

Zniszczenie modelu nastąpiło poprzez powstanie dużych zgięciowych zmian geometrii umiejscowionych w obszarach półek, gdzie stwierdzono najwyższe poziomy wytężenia podczas analiz stadiów sprężystych z wykorzystaniem MES (por. rys. 3.6). W pozostałych elementach znaczniejsze deformacje się nie pojawiły.

Zakładane podczas projektowania dolne oszacowanie momentu granicznego ($M_{gr} = 720$ [Nm]) zostało przekroczone aż o około 100 procent ($M_{max} = 1415$ [Nm]), dla $\phi > 14^{\circ}$ moment ustalił się na poziomie zbliżonym do M_{max} . Zniszczenie nastąpiło w wąskim przedziale obciążeń ΔM (rys. 2.9c). Lokalne zgięcia miały postać charakterystyczną dla linii załomów (rys. 2.9a i b).

Aż do punktu załamania na ścieżce równowagi (M \approx 1300 [Nm], $\phi \approx 6^{\circ}$) deformacje konstrukcji były niewielkie (por. również obraz temperatur otrzymany dla punktu B, który przedstawiono na rysunku 2.9d). Dominacja stanów błonowych zachodziła w dużym zakresie obciążeń – prawie do M_{max}. Ścieżka równowagi zachowywała w przybliżeniu liniowy charakter do kąta skręcania $\phi \approx 5^{\circ}$, podobnie jak w przypadku modelu 'F92'.



Rys. 2.9. Wyniki badań otrzymane dla modelu 'F95': a, b) fotografie ilustrujące rzeczywisty mechanizm zniszczenia półki; c) zarejestrowana ścieżka równowagi; d) seria obrazów pół temperatur (literami oznaczono obrazy odpowiadające punktom na ścieżce równowagi)

Strefy uplastycznione w chwili niszczenia się modelu obejmowały relatywnie duże fragmenty objętości całej konstrukcji (por. obraz pola temperatur dla punktu C).

Zmiana sposobu zamocowania i ograniczenie możliwości sposobu deformowania się modelu spowodowała prawie 1.7-krotny wzrost sztywności (z $k_m \approx 286$ do 513 [Nm/stopień]). Sztywność stanowiska po usunięciu czujników momentu skręcającego wynosiła: $k_s \approx 950$ [Nm/stopień].

Wstępne obciążenie modelu i niewielkie imperfekcje nie wpłynęły więc na jego zachowanie przy powtórnym obciążeniu. Odmienna sytuacja miała miejsce w przypadku badań przedstawionych w pracy [56]. Jeden z wariantów modeli 'F92', w którym wprowadzono odwinięcia usztywniające jedynie krawędzi półek również był obciążany dwukrotnie. Deformacje modelu były jednak większe (obciążenie przekroczyło już M_{max}) i nie wrócił on do pierwotnych kształtów. Model został wyprostowany, a następnie ponownie obciążony. Dla modelu po naprawieniu otrzymano prawie dwukrotnie mniejszą wartość największego momentu i dwukrotnie mniejszą sztywność.

Model 'F95' z odwinięciami krawędzi półek

Model ten podczas obciążania był zamocowany bezpośrednio do podstawy i tarczy osadzonej na wałku przekładni (bez pośrednictwa czujników momentu skręcającego).

Wprowadzenie odwinięć krawędzi swobodnych półek i usztywnienie tych elementów spowodowało, że zniszczenie nastąpiło poprzez powstanie dużych zgięciowych zmian geometrii w elementach ukośnych środników (rys. 2.10a i b). W pozostałych elementach znaczniejsze deformacje nie występowały.

Usztywnienie półek spowodowało jedynie niewielki wzrost nośności granicznej modelu (z 1415 do 1459 [Nm]). Świadczy to o tym, że półki i elementy ukośnych środników mają w przybliżeniu jednakową wytrzymałość. Zniszczenie – podobnie jak w przypadku modelu bez odwinięć – nastąpiło w wąskim przedziale obciążeń ΔM.

Prawie aż do osiągnięcia M_{max} na ścieżce równowagi deformacje konstrukcji były niewielkie (por. obraz otrzymany dla punktu B, który pokazano na rys. 2.10d). Zachowanie dominacji stanów błonowych zachodziło więc aż do obciążeń zbliżonych do M_{max} . W chwili niszczenia, strefy uplastycznione obejmowały duże fragmenty objętości całej konstrukcji – praktycznie całe elementy ukośnych środników (por. obraz pola temperatur odpowiadający punktowi C), w których, podczas konstrukcji pól statycznie dopuszczalnych, zakładano czyste ścinanie. Linie załomu w tych elementach (rys. 2.10a i b) wykształcały się w kierunkach nachylonych w przybliżeniu pod kątem 45° do ich krawędzi.

Sztywność tego modelu wynosiła: $k_m \approx 440$ [Nm/stopień] i była zbliżona do sztywności otrzymanej dla modelu bez odwinięć przy jego powtórnym obciążeniu.



Rys. 2.10. Wyniki badań otrzymane dla modelu 'F95' z odwinięciami krawędzi półek: a, b) fotografie ilustrujące rzeczywisty mechanizm zniszczenia ukośnych środników; c) zarejestrowana ścieżka równowagi; d) seria obrazów pól temperatur (literami oznaczono obrazy odpowiadające punktom na ścieżce równowagi)

Modele wykonane z materiału z wyraźną granicą plastyczności Model 'F92'

Zniszczenie tego modelu nastąpiło poprzez powstawanie dużych zgięciowych zmian geometrii zlokalizowanych w półkach, a następnie jednego z elementów ukośnych (rys. 2.11a i b). Lokalne zgięcia miały postać charakterystyczną dla linii załomów. Mechanizm zniszczenia był bardzo zbliżony do uzyskanego dla przypadku modelu wykonanego z materiału bez wyraźnej granicy plastyczności (por. rys. 2.5).

Zakładane podczas projektowania dolne oszacowanie momentu granicznego $M_{gr} = 390$ [Nm] zostało osiągnięte (rys. 2.11c), ale tylko niewiele przekroczone. W przypadku modelu, który wykonano z materiału niewykazującego wyraźnej granicy plastyczności, to przekroczenie było większe i wynosiło około 25 procent.

Efekt ten był spowodowany tym, że dla modeli wykonanych z materiału wykazującego wyraźną granicę plastyczności najbardziej wytężone obszary tracą zdolność do przejmowania wzrastających obciążeń (następuje radykalne zmniejszenie ich sztywności), gdy poziom naprężeń zredukowanych osiąga w nich granicę plastyczności σ_y . Dla modeli wykonanych z materiału bez wyraźnej granicy plastyczności taka sytuacja ma miejsce, gdy poziom naprężeń zredukowanych zbliża się do granicy wytrzymałości R_m , a więc przy obciążeniach przekraczających założone oszacowanie dolne. Utrata zdolności przejmowania wzrastających obciążeń przez obszary najbardziej wytężone inicjuje pojawianie się większych stanów zgięciowych i początek niszczenia się modeli.

Tym razem, po osiągnięciu M_{gr} , stany zgięciowe rozwijały się w wąskim przedziale narastania obciążenia, aż do M_{max} = 435 [Nm] przy ϕ = 20°.



Rys. 2.11. Wyniki badań otrzymane dla modelu 'F92': a, b) fotografie ilustrujące rzeczywisty mechanizm zniszczenia półek i elementów ukośnych; c) zarejestrowana ścieżka równowagi; d) seria obrazów pół temperatur (literami oznaczono obrazy odpowiadające punktom na ścieżce równowagi)

Do osiągnięcia założonego oszacowania dolnego M_{gr} deformacje modelu były niewielkie (por. obraz termowizyjny otrzymany dla punktu A przedstawiony na rys. 2.11d). Początek ujawniania się dużych deformacji nastąpił w okolicach punktu B ($\phi \approx 11^\circ$). Zachowanie dominacji stanów błonowych zachodziło aż do obciążeń zbliżonych do M_{gr} . Ścieżka równowagi miała w przybliżeniu liniowy charakter do kąta skręcania $\phi \approx 5.5^\circ$.

Sztywność modelu wynosiła: $k_m \approx 77$ [Nm/stopień] i była prawie taka sama, jak otrzymana dla modelu wykonanego z materiału bez wyraźnej granicy plastyczności.

Model "zwykłego" dwuteownika

Porównując wyniki otrzymane dla tego modelu (rys. 2.12) z wynikami modelu wykonanego z materiału bez wyraźnej granicy plastyczności (rys. 2.8), stwierdzono:

- pojawienie się stanów zgięciowych w obydwu modelach następowało od razu po przyłożeniu obciążenia;
- mechanizmy zniszczenia modeli były prawie dokładnie takie same;
- wartości największych momentów na ścieżkach równowagi różniły się niewiele, mimo że dla modelu wykonanego z materiału wykazującego wyraźną granicę plastyczności zarówno granica plastyczności, jak i granica wytrzymałości na rozciąganie były o około 50 procent większe; sugerowałoby to, że ze względu na zgięciowy charakter pracy tych modeli, wartości tych parametrów miały niewielki wpływ na ich nośność graniczną;
- ścieżki równowagi zachowywały w przybliżeniu liniowy charakter w obydwu przypadkach aż do wartości kąta skręcenia $\phi \approx 21^\circ$;
- bardzo zbliżone są sztywności obydwu modeli.



Rys. 2.12. Wyniki badań otrzymane dla modelu "zwykłego" dwuteownika: a, b) fotografie ilustrujące rzeczywisty mechanizm zniszczenia półek i środnika; c) zarejestrowana ścieżka równowagi; d) seria obrazów pól temperatur (literami oznaczono obrazy odpowiadające punktom na ścieżce równowagi)

Porównując wyniki otrzymane dla tego modelu z uzyskanymi dla zaprojektowanego metodą SADSF modelu 'F92', stwierdzono (por. rys. 2.12 i 2.11), że:

- największa wartość momentu na ścieżce równowagi była tylko niewiele mniejsza od największego momentu otrzymanego dla modelu 'F92';
- ścieżka równowagi zachowywała w przybliżeniu liniowy charakter aż do kąta skręcenia około czterokrotnie większego niż otrzymany dla modelu 'F92';
- początek niszczenia się tego modelu następował przy kącie około dwukrotnie większym niż modelu 'F92';

– sztywność modelu dwuteownika była prawie 4 razy mniejsza niż modelu 'F92'.

Wyniki otrzymane dla tego modelu – podobnie jak dla przypadku z rysunku 2.8 – mają jedynie przybliżony charakter ze względu na dodatkowe bimomenty, które były wprowadzane w model wskutek niewielkiej odległości krawędzi półek od śrub mocujących przepony (por. rys. 2.12b).

Model 'F95'

Podobnie jak w przypadku modelu 'F95', wykonanego z materiału bez wyraźnej granicy plastyczności, zniszczenie nastąpiło poprzez powstanie dużych zgięciowych zmian geometrii, zlokalizowanych w obszarach półek, gdzie podczas analiz stadiów sprężystych z wykorzystaniem MES stwierdzono najwyższe poziomy wytężenia. Lokalne zgięcia miały postać charakterystyczną dla linii załomów (rys. 2.13a i b). W pozostałych elementach składowych znaczniejsze deformacje się nie pojawiły.



Rys. 2.13. Wyniki badań otrzymane dla modelu 'F95': a, b) fotografie ilustrujące rzeczywisty mechanizm zniszczenia półki; c) zarejestrowana ścieżka równowagi; d) seria obrazów pól temperatur (literami oznaczono obrazy odpowiadające punktom na ścieżce równowagi)

Zakładane dolne oszacowanie momentu granicznego ($M_{gr} = 707 [Nm]$) zostało osiągnięte, ale tylko niewiele przekroczone ($M_{max} = 834 [Nm]$).

Po osiągnięciu lokalnego maksimum – w okolicach punktu B – i lokalnym, niewielkim spadku obciążenia podczas dalszego skręcania modelu następuje wzrost wartości momentu skręcającego. Do osiągnięcia M_{gr} deformacje tej konstrukcji były niewielkie (por. obraz temperatur otrzymany dla punktu B, który przedstawiono na rys. 2.13d). Zachowanie dominacji stanów błonowych zachodziło do osiągnięcia M_{gr} . W chwili niszczenia strefy uplastycznione obejmowały relatywnie duże fragmenty objętości całej konstrukcji (por. obraz pola temperatur dla punktu C).

Sztywność tego modelu wynosiła: $k_m \approx 210$ [Nm/stopień].

3 NUMERYCZNE BADANIA WŁASNOŚCI W ZAKRESIE SPRĘŻYSTYM

3.1. INFORMACJE WSTĘPNE

Badania numeryczne w zakresie sprężystym prowadzono ponieważ zakres ten nie jest w metodzie SADSF ujmowany, a dla większości ustrojów jest zakresem eksploatacyjnym.

Łącznie przeanalizowano MES kilkadziesiąt konstrukcji cienkościennych, które zostały zaprojektowane metodą SADSF na różne typy obciążeń.

W pracy przedstawiono jedynie wybrane przypadki. Najwięcej miejsca poświęcono konstrukcjom obciążonym momentem skręcającym, które mają wszystkie powierzchnie z zewnątrz dostępne i proporcje spotykane w poprzecznicach ram nośnych pojazdów.

Rozwiązania te pokazują, że profile otwarte wcale nie muszą być niesztywne na skręcanie, jak je kwalifikują uproszczone teorie jednowymiarowe. Ich składowe elementy płaskie są w większości zginane w swoich płaszczyznach, co powoduje, że nie można się w nich spodziewać, jak w innych ukształtowanych metodą SADSF ustrojach, wyrównanego wytężenia w zakresie sprężystym.

We wszystkich przypadkach stwierdzono dobre lub bardzo dobre własności nośne. Prezentowane wnioski z badań można więc z bardzo dużym prawdopodobieństwem, traktować jako odnoszące się do wszystkich zaprojektowanych metodą SADSF konstrukcji cienkościennych.

Posłużenie się MES pozwalało dodatkowo na analizowanie różnych wariantów konstrukcji, a przede wszystkim na badanie wpływu wprowadzanych do nich modyfikacji polegających m.in. na:

- lokalnym usztywnieniu elementów poprzez odwijanie ich swobodnych krawędzi (podobnie jak w badaniach doświadczalnych przedstawionych w rozdz. 2);
- zmianie struktur poprzez odejmowanie wybranych elementów składowych, szczególnie tych, których wstawienie jest trudne i pracochłonne;
- korekcji brzegów wokół linii załomów [15, 54].

Kolejne rozwiązania oznaczono tak samo jak nazwy plików z ich danymi.

3.2. WPROWADZONE ZAŁOŻENIA I SPOSÓB PRZEDSTAWIANIA WYNIKÓW

Badania prowadzono przy pomocy MES oraz pakietu CosmosM. Zakładano w nich m.in.:

- liniowo-sprężysty model fizyczny materiału i małe przemieszczenia;
- trójkątne elementy powłokowe o 3 węzłach i 6 stopniach swobody w węźle typu SHELL3;

- średnią wielkość elementów skończonych równą około 2–5 grubościom elementu;
- wartość obciążenia równą połowie zakładanej podczas projektowania nośności granicznej.

Przyjmowano także, że:

- granica plastyczności potrzebna do wyznaczenia wartości obciążenia granicznego była równa: $\sigma_{\rm Y} = 300$ [MPa]; oznacza to, że gdyby w stanie sprężystym udało się otrzymać idealny poziom wyrównania wytężenia, to w każdym punkcie analizowanego modelu naprężenie zredukowane powinno wynosić: $\sigma_{\rm zred} = 150$ [MPa];
- kształt i wymiary analizowanych modeli były prawie dokładnie zgodne z konturami otrzymanymi z rozwiązań zadań projektowania; niewielkie korekty były czynione jedynie w pobliżu załomów poprzez wygładzenie ich łukami poprowadzonymi na zewnątrz brzegów wyjściowych, aby nie zmniejszać założonej nośności granicznej.

Zastosowany model powłokowy pozwalał jedynie w przybliżeniu analizować lokalne stany trójwymiarowe tworzące się w obszarach połączeń składowych elementów płaskich i odwinięć krawędzi. Stany te wymagają przeprowadzenia osobnych, dokładniejszych badań. Usztywnienie krawędzi przez spoiny nie było w modelu MES uwzględniane.

Wyniki zostały przedstawiane przy pomocy poglądowych rysunków, najpierw ilustrujących ważniejsze szczegóły konstrukcji modeli wynikające z rozwiązania zadań projektowania lub kształtów zmodyfikowanych, a następnie otrzymanych dla nich barwnych obrazów izolinii σ_{zred} = const. W obliczeniach naprężeń zredukowanych przyjmowano warunek Hubera-Misesa.

Rezultaty otrzymane dla modeli z modyfikacjami, w których lokalnie została przekroczona założona granica plastyczności, mają jedynie teoretyczny charakter. Pozwalają jednak łatwo stwierdzać stopień pogorszenia własności wytrzymałościowych wprowadzanych przez kolejne modyfikacje.

3.3. WYNIKI BADAŃ

Najważniejsze wnioski z przeprowadzonych badań zestawiono najpierw w punktach. W analizowanych modelach stwierdzono:

- dominację stanów błonowych; zgięciowe pola wytężenia osiągały niewielkie wartości;
- dobre wyrównanie sprężystych pól wytężenia wzdłuż brzegów swobodnych, a w niektórych przypadkach także w dużych fragmentach objętości;
- relatywnie niskie koncentracje naprężenia i zbliżone poziomy największych wytężeń w elementach składowych;

- radykalnie lepsze własności modeli zaprojektowanych metodą SADSF od ustrojów, których struktury nie zostały prawidłowo dobrane do przenoszonego obciążenia lub projektowanych intuicyjnie;
- pogarszanie się sprężystych pól wytężenia, gdy do zaprojektowanych modeli wprowadzano modyfikacje polegające na lokalnym usztywnianiu elementów poprzez odwijanie swobodnych krawędzi; zmiany takie mogą jednak podnosić wartości obciążeń niszczących przykładanych statycznie (por. rozdz. 2);
- możliwość zmniejszenia koncentracji wytężenia w okolicach załomów linii konturowych za pomocą iteracyjnej korekcji brzegów.

3.4. SZCZEGÓŁOWE WYNIKI BADAŃ WYBRANYCH MODELI 3.4.1. Modele oparte na rozwiązaniach 'F92' i 'F95'

W tym podrozdziale przedstawione są wyniki analiz modeli opartych na rozwiązaniach 'F92' i 'F95' (rys. 2.2 i 2.3), których rezultaty badań w zakresie sprężysto-plastycznym omówiono w rozdziale 2. Schematy konstrukcyjne tych modeli pokazano na rysunku 2.1.

Obciążenie momentem skręcającym wprowadzano w modele za pomocą sił Fy przyłożonych do węzłów leżących na krawędziach otworów przepon 'p1' (por. rys. 3.1a), w przeponach 'p2' odbierano stopnie swobody Uy węzłom leżącym na krawędziach otworów, a dodatkowo – w celu odebrania możliwości ruchu sztywnego – ustalano jeszcze przemieszczenia Ux, Uz i obroty Ry, Rz węzła leżącego w środ-ku tej przepony.

Model 'F92'

Otrzymane rozkłady naprężeń zredukowanych dla tego modelu (rys. 2.1a) przedstawiono na rysunku 3.1b i c. Na rysunku 3.1b pokazano rozkłady naprężeń zredukowanych od składowego stanu błonowego, a na rysunku 3.1c od stanu zgięciowego. Jak już stwierdzono w podrozdziale 2.2, osiągnięcie wyrównanego sprężystego wytężenia w całej objętości półek i elementów ukośnych nie było tu możliwe z uwagi na powstawanie w nich stanów charakterystycznych dla osi zginania. A jednak, jak się okazało, nawet i w takim przypadku zaprojektowana konstrukcja wykazywała szereg dobrych własności m.in.:

- wyrównanie naprężeń zredukowanych wzdłuż brzegów swobodnych oraz zbliżone poziomy największych naprężeń zredukowanych zarówno w półkach, jak i elementach ukośnych (por. wartości zaznaczone na rys. 3.1b);
- brak przenoszenia obciążenia przez środnik (rys. 3.1b), w którym podczas projektowania zakładano zerowy stan naprężenia (por. rys. 2.2b);
- dominację stanów błonowych: otrzymana wartość największego naprężenia zredukowanego od stanu zgięciowego osiągnęła tu 75.86 [MPa] (rys. 3.1c), co stanowi około 30 procent największej wartości uzyskanej dla stanu błonowego (rys. 3.1b).



Rys. 3.1. Przyjęte warunki brzegowe oraz rozkłady naprężeń zredukowanych obliczone według kryterium Hubera-Misesa dla modelu 'F92'

Największe stany zgięciowe były zlokalizowane w okolicach przepon i wynikały z faktu, że pewien niewielki bimoment – w ramach sztywności giętnej – był przez nie przejmowany.

Model 'F92' z odwinięciami krawędzi półek

Wprowadzenie odwinięć krawędzi swobodnych półek (rys. 2.1b) i usztywnienie tych elementów spowodowało (rys. 3.2):

- spadek poziomu naprężeń zredukowanych wzdłuż odwiniętych krawędzi w stanie błonowym; największe naprężenie obniżyło się o około 25 procent (z 230 do 188.4 [MPa]);
- wzrost największego naprężenia zredukowanego o około 25 procent (z 256.1 do 307.13 [MPa]);
- wzrost największego naprężenia zredukowanego od zginania o około 72 procent (z 75.86 do 131.11 [MPa]).



Rys. 3.2. Rozkłady naprężeń zredukowanych obliczone według kryterium Hubera-Misesa dla modelu 'F92' z odwinięciami krawędzi półek

Model 'F92' z odwinięciami krawędzi półek i elementów ukośnych

Rozkłady pól naprężeń zredukowanych dla tego modelu (rys. 2.1c) pokazuje rysunek 3.3. Widoczne jest, że wprowadzenie odwinięć półek i elementów ukośnych spowodowało:

- spadek poziomu naprężeń zredukowanych wzdłuż odwiniętych krawędzi w stanie błonowym;
- lokalne koncentracje w stanie błonowym, w których największe naprężenie zredukowane było o około 90 procent większe niż w modelu bez odwinięć (por. rys. 3.3a);
- ponad trzykrotny wzrost największego naprężenia zredukowanego od zginania w porównaniu z rezultatem otrzymanym na rysunku 3.3b dla modelu bez modyfikacji.

Mimo pogorszenia przez wprowadzone odwinięcia sprężystych pól wytężenia, podczas badań doświadczalnych, stwierdzono wyraźne zwiększenie rzeczywistego obciążenia granicznego.



Rys. 3.3. Rozkłady naprężeń zredukowanych obliczone według kryterium Hubera-Misesa dla modelu 'F92' z odwinięciami krawędzi półek i elementów ukośnych

Model "zwykłego" dwuteownika

Analizom poddano również model "zwykłego" dwuteownika (rys. 2.1c), którego struktura jest nieprawidłową do przenoszenia obciążenia momentem skręcającym.

Wyniki otrzymane dla tego modelu pozwoliły na porównanie zachowania się w zakresie sprężystym konstrukcji zawierających błędy w strukturze z projektowanymi metodą SADSF.

Warunki brzegowe założono takie same jak w modelu 'F92' tylko wartość obciążenia przyjęto 17-krotnie mniejszą, tak żeby poziom największych naprężeń zredukowanych w obu modelach był zbliżony.

Otrzymane rozkłady naprężeń zredukowanych całkowitych (błonowych i zgięciowych) na powierzchniach obydwu modeli przedstawiono na rysunku 3.4. Aż tak wielka różnica poziomów przyłożonego obciążenia wynika przede wszystkim stąd, że zaprojektowany model z rysunku 3.4a przenosił założone obciążenie głównie w stanie błonowym, natomiast w przypadku modelu z rysunku 3.4b musiało się to odbywać z dominacją stanu zgięciowego, charakteryzującego się małą sztywnością i ogólnie wysokim poziomem naprężenia [2, 21].

W ramach metody SADSF znajdowany jest nie tylko kształt i wymiary elementów, ale – jak już stwierdzono – również ich system połączeń i rozmieszczenie w przestrzeni, gwarantujące możliwość przenoszenia założonego obciążenia w stanie błonowym. Stąd też wynikają najbardziej znaczące korzyści ze stosowania tej metody do projektowania konstrukcji cienkościennych.



Rys. 3.4. Porównanie rozkładów całkowitych naprężeń zredukowanych w modelu 'F92' zaprojektowanym metodą SADSF i modelu "zwyklego" profilu dwuteowego

Otrzymane dla modelu "zwykłego" dwuteownika rozkłady naprężeń zredukowanych przedstawiono na rysunku 3.5. W tym przypadku dominujący był stan zgięciowy. Największe naprężenie od stanu błonowego było niewielkie i stanowiło zaledwie około 27 procent największego naprężenia od stanu zgięciowego (55.2/203.4).



Rys. 3.5. Rozkłady naprężeń zredukowanych obliczone według kryterium Hubera-Misesa dla modelu "zwykłego" dwuteownika przy obciążeniu 17-krotnie mniejszym niż modelu 'F92'

Model 'F95'

Otrzymane rozkłady naprężeń zredukowanych dla modelu 'F95' z rysunku 2.1e przedstawiono na rysunku 3.6. Na rysunku 3.6a pokazano rozkłady naprężeń zredukowanych od składowego stanu błonowego, a na rysunku 3.6b od stanu zgięciowego.



Rys. 3.6. Rozkłady naprężeń zredukowanych obliczone według kryterium Hubera-Misesa dla modelu 'F95'

Na rysunku 3.6a widoczne jest:

– występowanie niewielkich, lokalnych koncentracji naprężenia w różnych miejscach konstrukcji (np. w zaznaczonych strzałkami gdzie: $\sigma_{zred} = 213.6$ [MPa], $\sigma_{zred} = 181$ [MPa] i $\sigma_{zred} = 161$ [MPa]), jednak osiągane w nich wartości są zbliżone; największe naprężenie zredukowane występuje na krawędzi półki w okolicach przekroju, gdzie występuje największy bimoment (por. podrozdz. 2.2);

- dobre wyrównanie naprężeń zredukowanych wzdłuż brzegów swobodnych półek;
- prawie idealny poziom wyrównania naprężeń zredukowanych w ukośnych środnikach, w których zakładano czyste ścinanie (por. rys. 2.3b);
- brak obciążenia środników przyległych do skrajnych przepon, w których podczas projektowania zakładano zerowy stan naprężenia (por. rys. 2.3b).

Z kolei na rysunku 3.6b można zauważyć, że naprężenia zredukowane związane ze stanem zgięciowym osiągały niewielkie wartości, a ich największa wartość wynosiła jedynie 34 procent (72.4/213.6) wartości największego naprężenia zredukowanego związanego ze stanem błonowym.

Model 'F95' z odwinięciami krawędzi półek

Rozkłady naprężeń zredukowanych dla tego modelu (rys. 2.1f) przedstawia rysunek 3.7. Porównując otrzymane wyniki z wynikami dla modelu bez odwinięć, stwierdzono, w przypadku stanów błonowych, że:

- wprowadzenie odwinięć spowodowało spadek poziomu największych naprężeń zredukowanych wzdłuż odwiniętych krawędzi półek o około 25 procent (z 213.6 do 163 [MPa]);
- poziom największych naprężeń zredukowanych wzrósł niewiele z 213.6 do 224.6 [MPa];

z kolei dla stanów zgięciowych można zauważyć, że:

- wprowadzenie odwinięć spowodowało zwiększenie się o około 23 procent największych naprężeń zredukowanych od zginania (z 72.4 do 88.7 [MPa]);
- nastąpiło niewielkie zwiększenie poziomu naprężeń zredukowanych od zginania wzdłuż krawędzi łączących półki z ukośnymi środnikami.



Rys. 3.7. Rozkłady naprężeń zredukowanych obliczone według kryterium Hubera-Misesa dla modelu 'F95' z odwiniętymi krawędziami półek
3.4.2. Model oparty na rozwiązaniu 'F10'

Model ten stanowi kolejny przykład rozwiązania zadania z rysunku 1.1a dla wartości danych umieszczonych na rysunku 3.8a. Rozwiązanie to bazuje na profilu ceownika, a efekt dużej sztywności został osiągnięty – poprzez wspawanie w centralnej części ceownika – dwóch dodatkowych elementów płaskich. W rezultacie zaprojektowania takiej struktury udało się "zamknąć" samozrównoważone układy bimomentowe i dzięki temu uzyskać radykalne zwiększenie globalnej sztywności konstrukcji oraz zdecydowane zmniejszenie ogólnego poziomu naprężeń w stosunku do obciążeń [2].

Kształt przyjętego modelu konstrukcji 'F10' i warunki brzegowe są widoczne na rysunku 3.8b. Załomy krawędzi zewnętrznych oraz otwory środnika zostały wygładzone krzywymi Bezier.

Osiągnięcie wyrównanych rozkładów naprężeń zredukowanych w półkach i dodatkowym elemencie ukośnym nie było możliwe z uwagi na ich zginanie w swoich płaszczyznach. W tym przypadku w stanie błonowym stwierdzono (rys. 3.8c i 3.9a):

- dobre wyrównanie naprężeń zredukowanych wzdłuż brzegów swobodnych półek;
- bardzo zbliżone wartości największych naprężeń zredukowanych w półkach i dodatkowym elemencie ukośnym.



Rys. 3.8. Statycznie dopuszczalne pole naprężenia, kształt i przyjęte podczas obliczeń MES warunki brzegowe oraz rozkłady naprężeń zredukowanych obliczone według kryterium Hubera-Misesa dla modelu 'F10'

Największe naprężenie zredukowane związane ze stanem zgięciowym (rys. 3.8d) dochodzi lokalnie zaledwie do 14 procent wartości naprężenia związanego ze stanem błonowym (40.9/302.5).

Stwierdzono również dużą zgodność otrzymanych wyników MES z rezultatami badań elastooptycznych – przykładowe zestawienie rozkładu naprężeń zredukowanych i obrazu izochrom dla półki górnej przedstawiono na rysunku 3.9 [9].



Rys. 3.9. Rozkłady naprężeń zredukowanych i zarejestrowane pole izochrom w półce [9]

Analizom poddano również model, w którym zmieniono strukturę przez odjęcie dodatkowego elementu ukośnego – jego wstawienie (wspawanie) jest dość pracochłonne.

W tym przypadku, żeby otrzymać poziom największych naprężeń zredukowanych jak w rozwiązaniu metodą SADSF, wartość obciążenia należało zmniejszyć 10-krotnie.



Rys. 3.10. Rozkłady naprężeń zredukowanych dla modelu 'F10' zmodyfikowanego przez odjęcie dodatkowego elementu ukośnego i po 10-krotnym zmniejszeniu przyłożonego obciążenia

Otrzymane dla takiego przypadku rozkłady naprężeń zredukowanych przedstawiono na rysunku 3.10. Stan zgięciowy był tu dominującym. Największe naprężenie od stanu błonowego było niewielkie i stanowiło zaledwie 8.5 procent największego naprężenia od stanu zgięciowego (28.0/331.9). Tak radykalne pogorszenie własności było spowodowane tym, że przy zmienionej strukturze nie istnieje możliwość przeniesienia zadanego obciążenia w stanie błonowym – struktura zawiera błąd kardynalny.

3.4.3. Model oparty na rozwiązaniu 'F81'

W tym podrozdziale analizowany jest przypadek zginanego profilu skrzynkowego z załomami, którego rozwiązanie metodą SADSF, oznaczone jako 'F81', przedstawiono na rysunku 3.11.

Z uwagi na symetrię kształtu profilu i panującego w nim pola sił wewnętrznych analizowano MES jedynie jego połowę (rys. 3.12a). Na płaszczyźnie symetrii β - β założono stosowne warunki brzegowe oraz ustalono dodatkowo przemieszczenia odbierające możliwość ruchu sztywnego. Obciążenie momentem gnącym w przekroju α - α zostało przyłożone zgodnie z liniowym rozkładem naprężenia przyjmowanym w wytrzymałości materiałów dla belek zginanych.



Rys. 3.11. Kontury pola statycznie dopuszczalnego wyznaczającego kształt i wymiary zginanego profilu skrzynkowego z załomami

Otrzymane rozkłady naprężeń zredukowanych dla składowych stanów błonowego oraz zgięciowego, zostały przedstawione na rysunkach 3.12b–d. W stanie błonowym stwierdzono (rys. 3.12b i c):

- wykształcanie się stanów związanych z osią sprężystego zginania;
- stosunkowo dobre wyrównanie naprężeń zredukowanych w dużych fragmentach półek oraz bardzo zbliżone poziomy naprężeń zredukowanych w miejscach najbardziej wytężonych;
- niskie koncentracje naprężenia (największe naprężenie zredukowane 215.5 [MPa] było niewiele większe od naprężenia jakie zostałoby otrzymane, gdyby w całej objętości konstrukcji było jednakowe wytężenie, tj. 150 [MPa]);

w stanie zgięciowym (rys. 3.12d):

 małe i dobrze wyrównane pole naprężeń zredukowanych, które lokalnie dochodziło zaledwie do około 8 procent wartości związanych ze stanem błonowym (16.7/215.5); największe naprężenie zredukowane 106.1 [MPa], otrzymane w narożniku na brzegu obciążonym, wynikało z przyjętych tam warunków brzegowych.

W tym przypadku, analizom poddano również model, w którym zmieniono otrzymaną z SADSF strukturę przez odjęcie przepony, dla której dodatkowy widok rozkładów naprężeń błonowych przedstawiono na rysunku 3.12c. Jej wstawienie (wspawanie) jest trudne, a naprężenia w niej stosunkowo niewielkie.



Rys. 3.12. Przyjęte warunki brzegowe oraz rozkłady naprężeń zredukowanych w modelu zginanego profilu skrzynkowego z załomami

Otrzymane dla takiego przypadku rozkłady naprężeń zredukowanych przedstawiono na rysunku 3.13. Jak widać zmiana struktury spowodowała prawie trzykrotne lokalne zwiększenie największego naprężenia zredukowanego w stanie błonowym (628/215.5) i ponad piętnastokrotne jego zwiększenie w stanie zgięciowym (260.2/16.7). Stany te są umiejscowione w narożnikach konstrukcji skąd usunięto przeponę.

Tak znaczne zwiększenie poziomu największych naprężeń uzyskano, mimo że przy zmienionej strukturze nadal istnieje możliwość przeniesienia założonego obciążenia w stanie błonowym (struktura pozostała prawidłową). Gdyby takiej możliwości nie było, to pogorszenie własności nośnych byłoby znacznie większe i mogłoby obejmować całą objętość konstrukcji (por. wyniki otrzymane dla modelu 'F10').



Rys. 3.13. Rozkłady naprężeń zredukowanych dla modelu 'F80' zmodyfikowanego przez odjęcie przepony

3.4.4. Model oparty na rozwiązaniu 'R30'

W tym przypadku analizowany jest węzeł łączący zginane profile: dwuteowy i skrzynkowy, których osie leżą na jednej prostej. Rozwiązanie metodą SADSF przedstawiono na rysunku 3.14a, a kształt analizowanego modelu konstrukcji wraz z przyjętymi warunkami brzegowymi na rysunku 3.14b.



Rys. 3.14. Statycznie dopuszczalne pole naprężenia, kształt i przyjęte podczas obliczeń MES warunki brzegowe oraz rozkłady naprężeń zredukowanych obliczone według kryterium Hubera-Misesa dla modelu 'R30'

Podobnie jak w przykładzie poprzednim, obciążenie momentem gnącym w przekroju α – α , wprowadzono zgodnie z liniowym rozkładem naprężenia przyjmowanym w przekrojach zginanych belek. Węzłom leżącym w przekroju β – β odebrano możliwość przemieszczania w kierunku osi x, a dodatkowo ustalono przemieszczenia, które odbierają możliwość ruchu sztywnego.

W tym przypadku w stanie błonowym stwierdzono (rys. 3.14c):

- wykształcanie się stanów związanych z osią sprężystego zginania;
- dobrze wyrównany poziom naprężeń zredukowanych w półkach;
- występowanie lokalnie niskich koncentracji naprężeń w centralnej części półek, gdzie: σ_{zred} = 220.6 [MPa].

Naprężenia zredukowane związane ze stanem zgięciowym (rys. 3.14d) były niewielkie, a ich największa wartość stanowiła zaledwie 14.5 procent wartości związanych ze stanem błonowym (31.9/220.6).

3.4.5. Model oparty na rozwiązaniu 'F41'

W tym punkcie analizowany jest węzeł łączący skręcany profil skrzynkowy ze zginanym dwuteowym, którego rozwiązanie metodą SADSF pokazano na rysunku 3.15a.



Rys. 3.15. Statycznie dopuszczalne pole naprężenia, kształt i przyjęte podczas obliczeń MES warunki brzegowe oraz rozkłady naprężeń zredukowanych obliczone według kryterium Hubera-Misesa dla modelu 'F41'

Warunki brzegowe i kształt modelu konstrukcji są widoczne na rysunku 3.15b. Obciążenie momentem skręcającym wprowadzono w płaszczyźnie α - α , za pomocą oddziaływań stycznych, stałych na całym obwodzie przekroju. Węzłom leżącym w przekroju β - β odebrano możliwość przemieszczania w kierunku osi y, a dodatkowo ustalono przemieszczenia, które odbierają możliwość ruchu sztywnego.

- W stanie błonowym stwierdzono (rys. 3.15c):
- dobry poziom wyrównania naprężeń zredukowanych w skręcanym profilu skrzynkowym, gdzie w polu statycznie dopuszczalnym zakładano czyste ścinanie;
- wykształcanie się stanów charakterystycznych dla osi zginania w zginanym profilu dwuteowym; dobre wyrównanie naprężeń zredukowanych w półkach tego profilu;
- niewielkie koncentracje naprężenia w narożnikach konstrukcji i w miejscach załomów.

Największe naprężenie zredukowane związane ze stanem zgięciowym (rys. 3.15d) osiągało lokalnie zaledwie do 10 procent wartości naprężenia związanego ze stanem błonowym (26/283.9).

3.4.6. Model oparty na rozwiązaniu 'F55a'

W tym podrozdziale analizowany jest skręcany profil skrzynkowy z otworami, który przedstawiono na rysunku 3.16a. Warunki brzegowe w analizach MES założono tak jak w zadaniu projektowania, dodając jedynie więzy ustalające ruch sztywny.

Rozkłady naprężeń zredukowanych całkowitych (błonowych i zgięciowych), otrzymane po wstępnym wygładzeniu załomów linii konturowych, przedstawiono na rysunku 3.16b.

Stosunkowo duże koncentracje naprężeń, które utworzyły się w okolicach załomów linii brzegowych można łatwo wyeliminować poprzez lokalną korektę tych brzegów z warunku wyrównanego wytężenia. Można ją przeprowadzić nawet w sposób intuicyjny, najlepiej przy założeniu, że lokalne poprawianie brzegów następuje wyłącznie na zewnątrz konturów otrzymanych metodą SADSF. Jest to ograniczenie, które często nie pozwala nawet na zbliżenie się do stałego wytężenia wzdłuż całego brzegu, lecz tylko lokalnie na wybranych obszarach [15]. Pozwala ono jednak zachować ważną własność analizowanej konstrukcji polegającą na tym, że jej rzeczywista nośność graniczna pozostanie nie mniejsza od założonej.

Pola naprężeń zredukowanych całkowitych otrzymane w trzecim kroku procedury iteracyjnej korekty brzegów pokazano na rysunku 3.16c. Jak widać poziom największych naprężeń zredukowanych udało się zmniejszyć prawie o połowę (z 471.6 do 244.5 [MPa]).

Otrzymany z SADSF wstępny projekt konstrukcji można, właściwie od razu, w praktyce akceptować, a ewentualne dalsze korekty ograniczyć jedynie do lokalnego wygładzenia linii brzegowych. Parametry strukturalne nie mogą być zmiennymi korygowania, bowiem określone na nich zadania prowadzą do procesów w ogólności rozbieżnych [2].



Rys. 3.16. Rozwiązanie zadania projektowania skręcanego profilu skrzynkowego z otworami oraz wyniki analiz MES otrzymane w 1 i 3 kroku iteracji lokalnej korekcji brzegów

3.4.7. Model oparty na rozwiązaniu 'F55b'

Przedmiotem analiz w tym podrozdziale jest skręcany segment przestrzennej kratownicy, którego rozwiązanie metodą SADSF przedstawiono na rysunku 3.17a. Spełnia ono te same warunki brzegowe co pokazane w punkcie poprzednim rozwiązanie 'F55a', zbudowane jest z tych samych pól bibliotecznych. Segment skonstruowano jednak dla innych wartości danych. Kształt i wymiary modelu konstrukcji dobrano prawie dokładnie według konturów otrzymanych z zadania projektowania. Jedynie linie załomów wstępnie wygładzono łukami poprowadzonymi na zewnątrz brzegów wyjściowych.

Rozkład naprężeń zredukowanych pokazany na rysunku 3.17b dotyczy stanu błonowego, natomiast rozkład z rysunku 3.17c – stanu zgięciowego. Na podstawie otrzymanych wyników można stwierdzić m.in.:

- w wyznaczonym polu naprężeń zredukowanych związanych ze stanem błonowym wyróżniają się dwa typy podobszarów obejmujące całe grupy elementów, w których poziom naprężeń zredukowanych jest dobrze wyrównany, jakkolwiek naprężenia w obu podobszarach są zróżnicowane; oprócz tego brak prawie jakichkolwiek koncentracji naprężenia;
- wartości naprężeń związane ze stanami zgięciowymi osiągały do 7 procent wartości naprężeń związanych ze stanem błonowym.



Rys. 3.17. Rozwiązanie zadania projektowania skręcanego segmentu przestrzennej kratownicy i otrzymane rozkłady naprężeń zredukowanych

Powstawanie dużych deformacji giętnych w zakresie obciążeń eksploatacyjnych, z uwagi na stwierdzony niski poziom sił zgięciowych nie powinno mieć miejsca, jakkolwiek poszczególne fragmenty – w odróżnieniu od innych konstrukcji – charakteryzują się dużą smukłością i przy większych obciążeniach możliwa jest ich utrata stateczności. Zachowanie stanu błonowego aż do chwili osiągnięcia nośności granicznej, jak zakłada metoda SADSF, wydaje się mało prawdopodobne, niemniej – gdyby efekt taki udało się uzyskać – otrzymalibyśmy równoczesne plastyczne płynięcie dużych fragmentów tej konstrukcji, a więc i odpowiednio wysoką energię zniszczenia.

3.4.8. Model oparty na rozwiązaniu 'Ssrama1'

Poglądowe sformułowanie oraz rozwiązanie zadania projektowania ramy przedstawiono na rysunku 3.18 [2, 23].

Danymi były jedynie (rys. 3.18a): obciążenie graniczne na częściach brzegu S_p o wypadkowych **P**, geometria tych części brzegu (wymiary: L, a, b) oraz materiał konstrukcji.

Statycznie dopuszczalne pole naprężeń, które spełnia podane warunki brzegowe i wyznacza kształt i wymiary poszukiwanej konstrukcji, a przede wszystkim system połączeń elementów składowych oraz ich przestrzenne usytuowanie pokazano na rysunku 3.18b.

Założone obciążenie ramy odpowiada przyjmowanemu zwykle w analizach przypadkowi obliczeniowemu i ma postać antysymetrycznego układu dwóch par sił Pa przyłożonych w okolicach skrajnych poprzecznic (por. rys. 3.18a). Korzystając ze swobody jaką daje przyjęte kryterium, założono również, że ogólna budowa poszukiwanej konstrukcji powinna mieć formę nawiązującą do typowych ram spo-tykanych w samochodach ciężarowych, posiadać charakterystyczne dla nich proporcje, wykonane z ceowników powłoki podłużnic, zaś poprzeczki – najlepiej zbu-dowane z profili o powłokach otwartych (por. rys. 3.18b).

Zadanie to rozwiązano przy pomocy pakietu SADSFaM [2, 90].



Rys. 3.18. Poglądowe sformułowanie oraz rozwiązanie konstrukcji pola złożonego w ramie samochodu ciężarowego [2, 23]: a) ilustracja sformułowania zadania projektowania; b) rozwiązanie zadania: kontury pola złożonego określającego kształt i wymiary ramy

Kształt i wymiary modelu ramy dobrano prawie dokładnie według konturów otrzymanych z rozwiązania zadania projektowania. Niewielkie korekty wprowadzono jedynie w pobliżu załomów w elementach: 'a', 'e' i 'f' (rys. 3.19a), wygładzając je łukami poprowadzonymi na zewnątrz brzegów wyjściowych. Z uwagi na symetrię kształtu ramy i antysymetrię panujących w niej pól sił wewnętrznych (rys. 3.19a) analizowana była ¹/₄ jej konstrukcji.

Otrzymane wyniki przedstawiono na rysunku 3.19. Rysunek 3.19b dotyczy rozkładu wyznaczonego dla składowego stanu błonowego, a 3.19c – stanu zgięciowego. W polu naprężeń zredukowanych związanych ze stanem błonowym (rys. 3.19b) stwierdzić można m.in.:

 duże, w porównaniu z innymi zaprojektowanymi konstrukcjami, zróżnicowanie pól naprężeń zredukowanych; jest to przede wszystkim rezultatem jej statycznej niewyznaczalności i to już na szczeblu oddziaływań integralnych pomiędzy składowymi segmentami, które – w zakresie sprężystym – zależą od nieuwzględnianej w ramach metody SADSF sztywności; przyczyną są także pojawianie się osi zginania w stadium sprężystym oraz skomplikowane warunki brzegowe, które wymagały korzystania tu z nakładania warstwowego, prowadzącego do niegranicznych pól naprężenia; mimo to są tu także:

- niskie koncentracje deformacji i zbliżone poziomy największych naprężeń zredukowanych w elementach składowych (por. wartości naniesione na rys. 3.19b);
- prawie idealny poziom wyrównania naprężeń zredukowanych w elementach, w których w polu statycznie dopuszczalnym zakładano ścinanie (elementy 'd' poprzecznic);
- dobre wyrównanie naprężeń zredukowanych wzdłuż brzegów swobodnych w elementach zginanych w swoich płaszczyznach (np. półki poprzecznic 'c');
- występowanie obszarów słabiej wytężonych w elementach, w których z pól statycznie dopuszczalnych otrzymano obszary nieobciążone (np. środniki podłużnic 'a') lub w których zakładano zerowy stan naprężenia, a wprowadzono je tylko w celu zachowania więzów utrzymujących geometrię (element 'e').



Rys. 3.19. Kształt symetrycznej ćwiartki analizowanej ramy wraz z przyjętymi warunkami brzegowymi oraz rozkłady naprężeń zredukowanych obliczone według kryterium Hubera-Misesa

Wartości naprężeń zredukowanych związanych ze stanem zgięciowym były niewielkie. Niemniej, lokalnie, w obszarach przyległych do płaszczyzny antysymetrii (elementy 'f i 'c'), dochodziły do 55 procent wartości związanych ze stanem błonowym. Wydaje się, że to dość dużo szczególnie w porównaniu z wynikami otrzymanymi dla wielu innych zaprojektowanych konstrukcji, gdzie wartości te dochodziły do 20 procent. Warto jednak zauważyć, że gdyby ta powłoka nie była projektowana metodą SADSF, a projektowana metodami tradycyjnymi, poziom wytężenia zgięciowego mógłby się zwiększyć nie o kilka, czy kilkadziesiąt procent, ale nawet kilkadziesiąt razy.

W przypadku tej konstrukcji, mimo jej złożoności, otrzymano zaskakująco zbliżone wartości największych naprężeń zredukowanych całkowitych w różnych jej punktach (por. wartości naprężeń naniesione na rys. 4.5).

4 NUMERYCZNE BADANIA WŁASNOŚCI PRZY OBCIĄŻENIACH ZMIENNYCH W CZASIE

4.1. INFORMACJE WSTĘPNE

We wszystkich wcześniejszych przypadkach analiz zmęczeniowych zaprojektowanych metodą SADSF elementów rejestrowano dobre własności przy obciążeniach zmiennych w czasie [34, 59, 77, 82]. Niejednokrotnie następowało podniesienie trwałości co najmniej o rząd w stosunku do elementów projektowanych w sposób tradycyjny, a nawet – w przypadku powszechnie stosowanych połączeń spawanych nakładkowych – ponad pięćdziesięciokrotnie (por. Suplement).

Wyniki badań doświadczalnych prowadzone na modelach stalowych zaprojektowanych konstrukcji blachownicowych [82] wykazały, że inicjowało i rozwijało się prawie jednocześnie wiele pęknięć zmęczeniowych w wielu miejscach konstrukcji. Kolejność pojawiania się i kierunki ich rozwoju pokrywały się z otrzymanymi z analiz MES kolejnością i kierunkami rozwoju stref plastycznych, a także z obliczonymi współczynnikami koncentracji naprężenia. Dodatkowo, ze względu na dobry poziom wyrównania naprężeń zredukowanych, stwierdzono niewielkie lub zerowe zmiany prędkości propagacji pęknięć. Wyniki takie były jednak możliwe do osiągnięcia ponieważ badane konstrukcje przenosiły głównie obciążenia normalne, a składowe elementy były rozciągane lub ściskane.

Mimo że w tej pracy rozpatrywane są bardziej niekorzystne typy obciążeń i sposoby ich przenoszenia przez elementy składowe, wyniki otrzymane dla zakresu sprężystego pozwalały oczekiwać dobrych własności zmęczeniowych. Uzyskane rezultaty potwierdzają, że tak w istocie jest.

4.2. SZACOWANIE TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ

Szacowanie trwałości zmęczeniowej było wykonywane z wykorzystaniem metody odkształceń lokalnych (metoda ε-N, [39, 74]). Bazuje ona na założeniu, że jednakowy przebieg naprężeń i odkształceń w dnie karbu elementu konstrukcyjnego i w małej gładkiej próbce powoduje taką samą trwałość próbki i elementu z karbem. Przyjmuje się, że jest to trwałość do inicjacji pęknięcia, bowiem trwałość gładkiej próbki jest w głównej mierze zdeterminowana przez ten okres powstawania pęknięcia. W początkowym okresie koncepcja ta była stosowana do oceny trwałości elementów w zakresie małej liczby cykli, poddanych znacznym odkształceniom plastycznym. Później została rozszerzona również na zakres wysokocyklowy.

Szacowanie trwałości zmęczeniowej wymagało określenia miejsc (punktów) najbardziej zagrożonych. Punkty te, w których mogą wystąpić pęknięcia zmęczeniowe, identyfikowano na podstawie analiz sprężystych MES, które przedstawiono w rozdziale 3. Na podstawie sumarycznych rozkładów naprężeń (stanu błonowego i zgięciowego) w stadium sprężystym wyznaczano punkt (lub zbiór punktów), w którym koncentracje naprężenia są największe i w których spodziewano się, że pęknięcia będą się inicjowały w pierwszej kolejności. Dla rozważanej klasy konstrukcji są to zwykle punkty, które leżą na krawędziach swobodnych elementów, gdzie realizują się jednoosiowe stany naprężenia. Największe naprężenie wzdłuż brzegu σ_{max} stanowiło jedną z danych przyjmowaną w analizach. W przypadkach gdy punkt najbardziej zagrożony nie leżał na brzegu zakładano, że złożony stan naprężenia w analizowanym punkcie może być zastąpiony jednowymiarowym według hipotezy Hubera-Misesa: $\sigma_{max} = \sigma_{zred}$.

Takie założenia znacznie uprościły analizy zmęczeniowe i umożliwiły prowadzenie szacowania trwałości za pomocą specjalistycznego programu FALIN [40], który pozwala m.in. wyznaczać liczbę cykli N_i potrzebnych do inicjacji pęknięć dla stanu jednoosiowego. Oprogramowanie to, chociaż dostarczające tylko przybliżonych wyników, okazało się odpowiednim narzędziem szacowania trwałości zmęczeniowej zaprojektowanych konstrukcji, z reguły skomplikowanych. Umożliwiło to przeprowadzenie tanich badań w dużej skali. Badania doświadczalne, z uwagi na koszty, mogłyby być prowadzone jedynie na pojedynczych modelach i przy dość prostych obciążeniach. Określanie σ_{max} , która jest jedną z danych do programu FALIN, z analiz MES, nie narzuca żadnych ograniczeń na złożoność kształtu i warunków brzegowych.



Rys. 4.1. Własności zmęczeniowe materiału modeli oraz założony przebieg obciążenia: a) krzywa cyklicznego rozciągania, przybliżona równaniem Ramberga-Osgooda; b) krzywa trwałości, oparta na zależności Mansona-Coffina; c) założony przebieg obciążenia momentem skręcającym

Określona w opisany powyżej sposób wartość naprężenia σ_{max} stanowiła jedną z danych dla programu. Dodatkowo w obliczeniach zakładano:

- użycie stali, mającej oznaczenie w programie A-36 i własności najbardziej zbliżonej do krajowej St3, z której były wykonane modele do badań własności w zakresie sprężysto-plastycznym; własności zmęczeniowe tej stali pokazano na rysunkach 4.1a i b;
- jednostronny przebieg obciążenia momentem skręcającym przedstawiony na rysunku 4.1c;
- wykorzystanie hipotezy Neubera [39, 74] do wyznaczenia odkształceń w analizowanych punktach.

4.3. SZCZEGÓŁOWE WYNIKI WYBRANYCH ANALIZ

4.3.1. Modele oparte na rozwiązaniach 'F92' i 'F95'

W tym podrozdziale przedstawiono wyniki analiz modeli opartych na rozwiązaniach 'F92' i 'F95'. Oprócz modeli, których rezultaty badań w zakresie sprężystoplastycznym i sprężystym omówiono w poprzednich rozdziałach (por. rys. 2.1) przedstawiono także inne przypadki odwinięć swobodnych krawędzi.

Schematy konstrukcyjne wariantów modelu 'F92' wraz z otrzymanymi wynikami przedstawiono na rysunku 4.2. Strzałkami zaznaczono miejsca powstawania największych naprężeń normalnych σ_{max} oraz stosunek N_o/N_i gdzie:

- N_o liczba cykli potrzebnych do zainicjowania się pęknięć zmęczeniowych w najbardziej zagrożonym punkcie modelu odpowiadającego dokładnie rozwiązaniu metodą SADSF;
- N_i liczba cykli potrzebnych do zainicjowania się pęknięć zmęczeniowych w najbardziej zagrożonym punkcie konkretnego wariantu modelu z modyfikacjami.

Stosunek N_0/N_i wskazuje więc ilokrotnie wprowadzona modyfikacja pogarsza trwałość zmęczeniową w stosunku do rozwiązania otrzymanego metodą SADSF.

Model 'F92' przedstawiony na rysunku 4.2a (por. rys. 2.1a) odpowiadał rozwiązaniu metodą SADSF i nie zawierał jakichkolwiek modyfikacji. Największe naprężenia w różnych punktach tego modelu były bardzo zbliżone. Największe naprężenie $\sigma_{max} = 256.1$ [MPa] występowało w punkcie na krawędzi elementu ukośnego i dla tego punktu wyznaczona została liczba cykli N_o = 6.3892e6. Największe naprężenie na krawędzi półki było tylko niewiele mniejsze $\sigma = 247.3$ [MPa], zbliżona była także liczba cykli potrzebnych do inicjacji pęknięć zmęczeniowych N_i = 7.8905e6. Sugeruje to, że pęknięcia zmęczeniowe mogą się inicjować prawie równocześnie w różnych punktach tego modelu.

Model 'F92' z odwinięciami krawędzi swobodnych półek przedstawiono na rysunku 4.2b (por. rys. 2.1b). Zakładano, że wprowadzone odwinięcia miały krawędzie ścięte na końcach brzegów. Ścięcia te wprawdzie działały jak karb, ale podobne rozwiązania występowały w badanym doświadczalnie modelu i wynikały z technologii jego wykonania. Odwinięcia te spowodowały 1.6-krotny wzrost największego naprężenia na krawędzi elementu ukośnego środnika (412.5/256.1) i ponad 14-krotne pogorszenie trwałości zmęczeniowej. Wprowadzenie ściętych na końcach odwinięć krawędzi swobodnych ukośnych środników (rys. 4.2c), spowodowało 1.54-krotne zwiększenie największego naprężenia (393.8/256.1) i ponad 11-krotne pogorszenie trwałości zmęczeniowej.



Rys. 4.2. Porównanie liczby cykli potrzebnych do zainicjowania się pęknięć zmęczeniowych wybranych wariantów modelu konstrukcji 'F92' oraz "zwyklego" dwuteownika: a) model odpowiadający dokładnie rozwiązaniu metodą SADSF; b) model zmodyfikowany poprzez wprowadzenie odwinięć swobodnych krawędzi półek; c) model zmodyfikowany poprzez wprowadzenie odwinięć swobodnych krawędzi elementów ukośnych; d) model zmodyfikowany poprzez wprowadzenie łącznie odwinięć swobodnych krawędzi półek i elementów ukośnych analogicznych jak w modelach z rysunków b) i c); e) model zmodyfikowany poprzez wprowadzenie, połączonych ze sobą, odwinięć swobodnych krawędzi półek i elementów ukośnych; f) model "zwykłego" dwuteownika

Przy zastosowaniu łącznego odwinięcia półek i elementów ukośnych (por. rys. 2.1c) otrzymano dość radykalne, bo aż 2.24-krotne (573.9/256.1), zwiększenie najwiekszego naprężenia i aż około 54-krotne pogorszenie trwałości zmęczeniowej.

Mimo tak znacznego pogorszenia lokalnych własności sprężystych i trwałości zmęczeniowej, podczas badań doświadczalnych dla tego przypadku stwierdzono prawie dwukrotne zwiększenie nośności granicznej.

Analizowano jeszcze wiele innych wariantów odwinięć. W żadnym z nich nie stwierdzono zmniejszenia największych naprężeń i zwiększenia trwałości zmęczeniowej. Najlepsze rezultaty otrzymano dla przypadku przedstawionego na rysunku 4.2e, gdzie – podobnie jak dla modelu z rysunku 4.2d – wprowadzono odwinięcia wszystkich krawędzi swobodnych. Odwinięcia te pozbawione były jednak skosów na końcach przylegających do siebie krawędzi i zastosowano połączenie tych krawędzi. Dotyczyło to zarówno odwinięć półek (w części centralnej modelu), jak i wszystkich odwinięć ukośnych środników. W tym przypadku nastąpiło jedynie niewielkie zwiększenie największych naprężeń (z 256.1 do 282.9 [MPa]) i tylko około 2-krotne zmniejszenie trwałości zmęczeniowej. Wybrane wyniki dla wariantów z odwinięciami na częściach długości krawędzi swobodnych przedstawiono w pracy [59].

Modele 'F92' bazujące na rozwiązaniu SADSF (rys. 4.2a–e) mają możliwość przeniesienia obciążenia w stanie błonowym. Takiej możliwości nie ma przedstawiony na rysunku 4.2f model "zwykłego" dwuteownika (por. rys. 2.1d). Trwałość zmęczeniowa tego modelu byłaby taka sama jak modelu odpowiadającego rozwiązaniu metodą SADSF – gdyby przyłożono do niego około 17-krotnie mniejsze obciążenie. Po przyłożeniu takiego samego obciążenia i przyjęciu modelu liniowego MES otrzymano największe naprężenie równe 4333 [MPa]. Uzyskana w takim przypadku z obliczeń liczba cykli jest trudna do zinterpretowania. Na pewno można jednak mówić o radykalnym pogorszeniu trwałości zmęczeniowej.

Porównanie liczby cykli potrzebnych do zainicjowania się pęknięć zmęczeniowych dla wariantów modeli opartych na rozwiązaniu 'F95' przedstawiono na rysunku 4.3. Dla modelu odpowiadającego rozwiązaniu metodą SADSF (rys. 4.3a) otrzymano dość zbliżone poziomy największych naprężeń w różnych punktach konstrukcji. Istnieje tym samym, podobnie jak dla rozwiązania 'F92', możliwość inicjowania się pęknięć zmęczeniowych prawie jednocześnie w różnych punktach modelu. Największe naprężenia $\sigma_{max} = 220.9$ [MPa] występują na krawędzi półki i dla tego punktu wyznaczono: N_o = 15.7e6 [cykli].

W przypadku tego modelu analizowano wpływ szerokości odwinięć w (rys. 4.3b) na trwałość zmęczeniową. Założono przy tym, że odwinięcia były wprowadzone na całych długościach krawędzi półek, a ich przyległe krawędzie nie zawierały skosów i zostały ze sobą połączone. Jak pokazano na rysunku 4.3c odwinięcia takie powodują wyraźny spadek poziomu naprężenia wzdłuż krawędzi, gdzie je zastosowano. Wobec tego, że wzdłuż tych krawędzi występowały największe naprężenia w modelu bez modyfikacji, można było założyć, że uda się znaleźć taki wariant odwinięć, który zmniejszy największe naprężenie i zwiększy trwałość zmęczeniową. Okazało się to jednak niemożliwe. Odwinięcia powodowały kilkunastokrotny wzrost poziomu naprężeń od stanów zgięciowych, co przy zbliżonych poziomach naprężeń w różnych miejscach konstrukcji (por. rys. 4.3a), powodowało powiększenie σ_{max} w innych obszarach. Ewentualne polepszenie mogłoby nastąpić, gdyby takiego wyrównania nie było.



Rys. 4.3. Porównanie liczby cykli potrzebnych do zainicjowania się pęknięć zmęczeniowych różnych wariantów odwinięć krawędzi półek modelu 'F95' i modelu "zwykłego" dwuteownika: a) model odpowiadający dokładnie rozwiązaniu metodą SADSF; b) model zmodyfikowany poprzez wprowadzenie odwinięć swobodnych krawędzi półek; c) rozkłady naprężeń wzdłuż brzegu bez odwinięć i po wprowadzeniu odwinięć o wysokości w = 8 na całej długości; d) przebieg σ_{max} w funkcji szerokości odwinięć w; e) przebieg N_o/N_i w funkcji szerokości odwinięć w; f) przykład modelu z odwinięciami na części krawędzi swobodnej; g) model "zwykłego" dwuteownika

Dla wszystkich analizowanych przypadków wartości szerokości odwinięć w największe naprężenia i najmniejsza trwałość występowała w punkcie wskazanym na rysunku 4.3b. Rozkłady σ_{max} w funkcji w oraz N_o/N_i również w funkcji w przedstawiono na rysunkach 4.3d i e. Poziom σ_{max} najpierw rośnie, a następnie dla w > 8 ustala się, podobnie jak stosunek N_o/N_i . Jak widać, wprowadzone odwinięcia półek mogą nawet ponad 4-krotnie pogarszać trwałość zmęczeniową. Dla tego modelu sprawdzono również przypadki odwinięć na najbardziej obciążonych częściach brzegu, tak jak to przedstawiono na rysunku 4.3f. Nie spowodowało to jednak polepszenia, ale pojawienie się koncentracji na początku odwinięcia i duże (ponad 10-krotne) pogorszenie trwałości zmęczeniowej. Podobny efekt występował we wszystkich analizowanych przypadkach odwinięć na częściach krawędzi swobodnych [59]. Wynika z tego wniosek, że odwinięcia – jeśli są niezbędne – to należy je stosować na całych długościach krawędzi elementów.

Model ten zestawiono również z modelem "zwykłego" dwuteownika. Skala pogorszenia trwałości zmęczeniowej jest tu nawet większa niż w przypadku modelu 'F92' (por. rys. 4.3g).

Przedstawione wyniki oddają jakościowo efekt pogarszania się własności sprężystych i zmęczeniowych spowodowanych wprowadzaniem odwinięć do zaprojektowanych, z wykorzystaniem metody SADSF, konstrukcji cienkościennych.

Wpływ odwinięć w zakresie sprężystym wymaga przeprowadzenia osobnych badań z wykorzystaniem zarówno metod doświadczalnych, jak i numerycznych z użyciem modelu bryłowego.

4.3.2. Modele oparte na rozwiązaniu 'F55a'

Przykład zaprojektowanego metodą SADSF skręcanego profilu skrzynkowego z otworami, dla którego zwiększenie trwałości zmęczeniowej udało się uzyskać poprzez kolejne, iteracyjne poprawianie brzegów przedstawiono na rysunku 4.4. Wyniki analiz MES tego profilu pokazano na rysunku 3.16.



Rys. 4.4. Porównanie liczby cykli potrzebnych do zainicjowania się pęknięć zmęczeniowych skręcanego profilu skrzynkowego z otworami otrzymane w 1 i 3 kroku iteracji lokalnej korekcji brzegów

Rysunek 4.4a przedstawia schemat konstrukcyjny oraz kontury modelu otrzymane po wstępnym wygładzeniu brzegów oraz wyniki szacowania okresu inicjacji pęknięć zmęczeniowych. Widoczne jest, że przez korekcję brzegów, już po trzecim kroku iteracji (rys. 4.4b), największe naprężenie na brzegu zmniejszyło się prawie o połowę, a trwałość zmęczeniowa wzrosła aż 38-krotnie.

Otrzymane wyniki sugerują, że najlepsze własności sprężyste i zmęczeniowe mają konstrukcje zaprojektowane metodą SADSF po ewentualnym przeprowadzeniu procedury korekcji brzegów. Inne korekty zwykle pogarszają pracę tych konstrukcji.

4.3.3. Model oparty na rozwiązaniu 'Ssrama1'

Wyniki analiz trwałości zmęczeniowej zaprojektowanej metodą SADSF skręcanej ramy nośnej samochodu ciężarowego przedstawiono na rysunku 4.5 (pokazano schemat symetrycznej ćwiartki ramy). Wyniki analiz MES ramy przedstawiono na rysunku 3.19.

Na rysunku 4.5 zaznaczono punkty możliwej inicjacji pęknięć zmęczeniowych wraz z wynikami szacowania w tych punktach okresów ich inicjacji. Wartości naprężeń zredukowanych w różnych miejscach tej konstrukcji są zbliżone. Otrzymane wartości N_i sugerują, że pęknięcia mogą w ramie powstawać w wielu miejscach i to prawie równocześnie. Najbardziej zagrożone są półki wewnętrznej poprzecznicy.



Rys. 4.5. Porównanie liczby cykli potrzebnych do zainicjowania się pęknięć zmęczeniowych różnych punktach ramy

5 SUPLEMENT

5.1. INFORMACJE WSTĘPNE

W Suplemencie przedstawiono ogólną ideę i równania metody SADSF [3, 25], a także uzupełniające wyniki projektowania oraz liniowych analiz MES i szacowania trwałości zmęczeniowej konstrukcji płaskich, w tym m.in.¹:

- serii pasm rozciąganych z otworem w części centralnej; przeprowadzone analizy potwierdziły dobre ich własności, a otrzymane rozwiązania wskazały takie sposoby konstruowania, które dają niskie koncentracje naprężenia i dużą trwałość zmęczeniową;
- rozciąganej tarczy prostokątnej osłabionej otworami; rozważono dwa przypadki, gdy otwory były rozłożone w rzędzie prostopadle do kierunku działania obciążenia oraz wzdłuż tego kierunku; podczas analiz stwierdzono, że najlepsze minimalne odległości pomiędzy otworami – w przypadku gdy otwory były rozłożone w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku działania obciążenia – leżały blisko wartości otrzymanych przy pomocy metody SADSF; zmniejszając rozstawy poniżej wymiarów wyznaczonych tą metodą, obserwowano szybki wzrost współczynnika koncentracji naprężenia i spadek trwałości zmęczeniowej; w drugim przypadku tak wyraźnego efektu nie stwierdzono; w miarę zmniejszania się rozstawu otworów, współczynnik koncentracji stale malał, a trwałość zmęczeniowa rosła;
- spawanego połączenia nakładkowego blach, które wykonane w sposób tradycyjny ma wysoki współczynnik koncentracji naprężenia i niską trwałość zmęczeniową; na podstawie skonstruowanego statycznie dopuszczalnego pola naprężeń i kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia określono kształt połączenia, a przede wszystkim oszacowanie teoretyczne szerokości łączenia blach (szerokości spoiny); z przeprowadzonych analiz wynika, że najlepsza – ze względu na wielkość koncentracji naprężenia i trwałości zmęczeniowej – szerokość spoiny pokrywa się z otrzymanym wymiarem teoretycznym; połączenie zaprojektowane metodami nośności granicznej ma ponad dwukrotnie mniejszy współczynnik koncentracji naprężenia w stosunku do tradycyjnego i około 50-krotnie większą trwałość zmęczeniową.

Na koniec przedstawiono sposób przygotowania modeli, które badano w zakresie sprężysto-plastycznym (por. rozdz. 2) oraz wyniki badań własności materiałów ich blach.

¹ Zasadniczą część prezentowanych wyników otrzymano w ramach stypendium naukowego NATO w University of Waterloo [57].

5.2. IDEA I RÓWNANIA METODY SADSF

Pola statycznie dopuszczalne spełniają tylko równania równowagi i statyczne warunki brzegowe oraz nie przekraczają nigdzie przyjętego warunku plastyczności. Są to w istocie pola fikcyjne – wśród warunków je definiujących nie ma żadnych związków kinematycznych, w tym równań nierozdzielności. Dzięki temu mogą być polami ciągłymi lub nieciągłymi.

Sens budowania takich pól wynika z wniosków z twierdzenia o dolnym oszacowaniu nośności granicznej [3]:

bezpieczne oszacowanie kształtu i wymiarów projektowanego elementu konstrukcyjnego można otrzymać, budując odpowiednie, statycznie dopuszczalne pole naprężeń, zdolne do przeniesienia danego obciążenia zewnętrznego. Powierzchnie konturowe takiego pola określają kształt elementu.

W metodzie SADSF przyjęto posługiwanie się polami nieciągłymi, w których linie nieciągłości są odcinkami prostych. Jednym ze skutków tego założenia jest m.in. to, że stany naprężenia w poszczególnych obszarach muszą być stanami jednorodnymi. Ograniczono się do pól płaskich lub przestrzennych, które są zbudowane z fragmentów pól płaskich. Podczas konstrukcji tych pól dąży się do tego, aby warunek plastyczności był spełniony w jak największej liczbie obszarów.

Ogólną ideę zastosowania metody SADSF w zagadnieniach projektowania zilustrowano na rysunku 5.1 na przykładzie zadania płaskiego [3, 25].

W zadaniu – oprócz materiału poszukiwanego elementu konstrukcji – danymi są jedynie (rys. 5.1a): jej obciążenie graniczne **p** przyłożone na części S_p brzegu S oraz geometria części $S_u + S_p$, gdzie S_u , np. podparta część brzegu.



Rys. 5.1. Ogólna idea sformułowania oraz rozwiązania typowego zadania brzegowego metody SADSF [3]: a) warunki brzegowe i poglądowa ilustracja sformułowania zadania projektowania; b) rozwiązanie zadania spełniające warunki brzegowe z rysunku a); c) oddziaływania na linii nieciągłości naprężeń $\mathcal{L}^{\alpha\beta}$

Pozostałe parametry – w tym kształt i wymiary – nie są znane (na rysunku zostały zaznaczone znakiem zapytania: "?"). Należy je wyznaczyć, znajdując nieciągłe, statycznie dopuszczalne pole naprężeń (rys. 5.1b), najlepiej graniczne, które spełnia podane warunki brzegowe, a następnie – zgodnie z przytoczonym wnioskiem z twierdzenia o dolnym oszacowaniu nośności granicznej – utożsamić jego kontury z poszukiwanymi brzegami elementu konstrukcji [3].

W literaturze przyjmuje się, że takie pole płaskie jest opisane za pomocą elementów zbioru [11, 25]:

$$\{ \stackrel{(\alpha)}{\sigma}_{mn}, \stackrel{(w)}{a}_{j}, \mathbf{D}; \alpha = 1 ... T; m, n = 1, 2; j = 1, 2; w = 1 ... W \}$$
 (5.1)

gdzie: $\overset{(\alpha)}{\sigma_{mn}}$ – współrzędne naprężeń w obszarze jednorodnym α ; $\overset{(w)}{a}_{j}$ – współrzędne ne węzłów pola; **D** – obiekt opisujący strukturę układu linii \mathcal{L} pola (podział na jednorodne obszary trójkątne); T – liczba trójkątnych obszarów jednorodnych; W – liczba węzłów pola.

Do rozwiązania pola z rysunku 5.1 mamy do dyspozycji następujący zespół równań i nierówności [11, 25]:

a) równania równowagi na każdej linii $\mathcal{L}^{\alpha,\beta}$ rozdzielającej sąsiednie stany jednorodne α i β (por. rys. 5.1c):

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \sigma_{ij} - \sigma_{ij} \end{pmatrix}^{(1)} e_i^{(1)} = 0$$
 (i, j = 1, 2; $\alpha, \beta = 1 ... T; 1 = 1 ... L; \alpha \neq \beta$ (5.2)

gdzie: L – liczba linii wewnętrznych pola; $\stackrel{(1)}{\mathbf{e}} = \stackrel{(1)}{\mathbf{e}} (\stackrel{(w1)}{\mathbf{a}}, \stackrel{(w2)}{\mathbf{a}})$ – wektor jednostkowy normalny do $\mathcal{L}^{\alpha,\beta}$;

warunki równowagi wewnętrznej w obszarach α i β , z uwagi na jednorodność pola, są spełnione tożsamościowo;

 b) warunek plastyczności, który winien być spełniony w każdym obszarze jednorodnym α:

(---)

$$\Phi(\overset{(\alpha)}{\sigma}_{ij}, \sigma_{Y}) = 0 \qquad (i, j = 1, 2; \ \alpha = 1 ... T) \qquad (5.3)$$

w przypadku pola niegranicznego warunek ten jest przedstawiany w formie słabej nierówności (≤);

- c) warunki brzegowe:
 - obciążeniowe, dane na odcinkach 1 linii L, których węzły początku i końca {w1, w2} leżą na części konturu określanej jako S_p:

gdzie:

$$\stackrel{(1)}{e}_{j} = \stackrel{(1)}{e}_{j} (\stackrel{(w1)}{a}, \stackrel{(w2)}{a}), \qquad (\stackrel{(w1)}{a}_{i}) \in S_{p}, \quad (\stackrel{(w2)}{a}_{i}) \in S_{p}; \quad i, j = 1, 2$$

- γ indeksy obszarów jednorodnych przyległych do odcinaków {l, w1, w2} na $S_p;$
- geometryczne, dane na $S_u + S_p$ i przedstawiane na przykład w postaci:

$$\eta_{k}(\overset{(w)}{a}_{1},\overset{(w)}{a}_{2}) = 0 \quad (\overset{(w)}{a}_{1},\overset{(w)}{a}_{2}) \in S_{u} + S_{p}$$
(5.5)

są one określone na zbiorze współrzędnych węzłów 'w' położonych na S_u i S_p .

d) warunki istnienia każdej linii $\mathcal{L}^{\alpha,\beta}$, które przyjmują postać:

$$0 \leq \frac{\overset{(\alpha)}{\boldsymbol{\sigma}_{AA}} - \overset{(\beta)}{\boldsymbol{\sigma}_{AA}}}{\overset{(\alpha)}{\boldsymbol{\sigma}_{ii}} - \overset{(\beta)}{\boldsymbol{\sigma}_{ii}}} \leq 1, \quad \det |\overset{(\alpha)}{\boldsymbol{\sigma}_{ij}} - \overset{(\beta)}{\boldsymbol{\sigma}_{ij}}| = 0, \quad \overset{(\alpha)}{\boldsymbol{\sigma}} \neq \overset{(\beta)}{\boldsymbol{\sigma}}, \quad \alpha \neq \beta$$
(5.6)

i, j,
$$A = 1, 2$$
; $A - nie$ sumować;

są to warunki istnienia rozwiązania równań równowagi (3.1), które tworzą układ jednorodny;

 e) geometryczne warunki istnienia rozwiązania, które sprowadzają się do nierówności:

$$-\begin{vmatrix} \begin{pmatrix} w_1 & w_1 & a_2 & 1 \\ a_1 & a_2 & 1 \\ a_1 & a_2 & 1 \\ (w_3) & (w_3) & a_1 \\ a_1 & a_2 & 1 \end{vmatrix} > 0, \quad (\alpha = 1 ... T)$$
(5.7)

gdzie: w1, w2, w3 – są indeksami wierzchołków trójkąta α, tutaj podanymi w kolejności zgodnej z ruchem wskazówek zegara; warunki te oznaczają, że każdy obszar jednorodny otrzymanego pola musi mieć miejsce dla swojej realizacji na płaszczyźnie fizycznej, dokładniej zaś – jego pole powierzchni nie może być ujemne.

Tak formułowane zadania, jeśli podejmować ich bezpośrednie rozwiązywanie, są bardzo trudne. Jak widać wymagają rozwiązywania nieliniowych układów równań i nierówności, które dodatkowo zawierają osobliwości [11]. Najistotniejsze jest jednak to, że nieznany jest nawet wymiar układu warunków, jakie do rozwiązania konkretnego zadania należy ułożyć [11]. Nieznana jest bowiem z góry struktura układu linii nieciągłości naprężeń (dyskretyzacja, podział na obszary jednorodne). Gdy zakładać ją dowolnie, dla danych warunków brzegowych, z reguły dochodzi się do stwierdzenia, że w jej ramach rozwiązanie zadania nie istnieje [11, 25].

Metodyczne podejście do ogólnych badań istnienia rozwiązań na drodze numerycznej, w ramach których nie trzeba zgadywać układów linii dla pól wokół węzłów podał W. Bodaszewski (np. [11]). Najbardziej aktualny stan wiedzy dotyczącej rozwiązywania tych problemów można znaleźć w [3, 25].

Wobec wspomnianych trudności samodzielne konstruowanie i rozwiązywanie pól statycznie dopuszczalnych byłoby trudne do zaakceptowania przez inżynierów. Dlatego stworzono wersję aplikacyjną metody SADSF, która jest w tej pracy wykorzystywana. Obejmuje ona jedynie odpowiedni dobór gotowych pól składowych spośród zestawionych w katalogach oraz łączenie ich z zachowaniem warunków równowagi. Wersja ta nie wymaga więc rozwiązywania żadnych nowych statycznie dopuszczalnych układów linii nieciągłości naprężeń i omija tym samym największe trudność metody [3].

5.3. PROJEKTOWANIE I ANALIZY WŁASNOŚCI PASM ROZCIĄGANYCH Z OTWOREM W CZĘŚCI CENTRALNEJ

5.3.1. Wprowadzenie

Rozpatrywany jest przypadek projektowania i analiz własności pasm rozciąganych z otworem w części centralnej.

Elementy tego typu są często spotykane w praktyce projektowej. Otwory powodują lokalne osłabienie, któremu przeciwdziała się poprzez odpowiednie projektowanie. Sprowadza się ono zwykle do zwiększenia grubości lub szerokości pasm w okolicach otworów.

Oprogramowanie wersji aplikacyjnej metody SADSF [2, 25, 42, 55, 90] pozwala dość łatwo znajdować rozwiązania zadań projektowania tego typu elementów – w tym przypadku udało się skonstruować ich całą serię.

Pierwsze przykłady projektowania pasm rozciąganych z otworem można znaleźć już w fundamentalnej dla metody monografii [77]. Dalsze rozwiązania otrzymane dla pasm oraz innych elementów z otworami, także rozmieszczonymi w wielu rzędach, podano w pracach [np. 3, 17, 31, 81, 90]. Przykłady pasm, konstruowanych z wykorzystaniem metody charakterystyk, znajdują się m.in. w pracy [89].

5.3.2. Sformułowanie i rozwiązania zadania projektowania

Poszukiwano rozwiązań zadania, w którym danymi były (rys. 5.2): obciążenie graniczne σ_n przyłożone do brzegu S_p, geometria tej części brzegu (wymiary: a, b), promień otworu centralnego r oraz granica plastyczności σ_Y użytego materiału [3]. Dodatkowo zakładano, że grubości konstruowanych rozwiązań będą stałe g = const, a pola przekroju centralnego A_{α-α} będą równe przekrojom brzegów S_p.

Przyjęto także, że poszukiwane pola statycznie dopuszczalne będą miały dwie osie symetrii.



Rys. 5.2. Poglądowa ilustracja sformułowania zadania kształtowania

Konfiguracje tych pól, które wyznaczały kontury poszukiwanych pasm, powinny pozwalać na przeniesienie przyłożonych obciążeń z ominięciem otworu i posiadać w obszarze centralnym wolne od naprężeń obszary, w które daje się wpisać otwór o założonym promieniu.

Rozwiązania konstruowano dla następujących wartości danych:

 $a = 170, b = 25, r = 16.6, g = 1 \text{ [mm]}, \sigma_n = \sigma_Y = 2k = 300 \text{ [MPa]}$

Rozwiązanie 1

Najprostsze rozwiązanie zadania z rysunku 5.2 otrzymano zestawiając pola biblioteczne 'd1' i 'f90', tak jak to przedstawiono na rysunku 5.3a (z uwagi na symetrię pokazano budowę tylko połówki pola). Rozwiązanie to, dla innych wartości danych, podano w pracach [3, 24]. Zostało ono także zamieszczone jako przykładowe w wersji demonstracyjnej pakietu SADSFaM [90].

Analizę należało rozpocząć od doboru parametrów pola bibliotecznego 'f90', przylegającego do osi symetrii. Połowę szerokości pola obliczono z równania: c = r + b, wynikającego z przyjętego założenia o równości przekrojów brzegu S_p i przekroju centralnego A_{α-α}. Obciążenie σ wyznaczono z równania równowagi globalnej pola:

$$\sigma 2c = \sigma_Y 2b \tag{5.8}$$

Wymiar s dobrano tak, żeby w obszar wewnętrzny pola można było wpisać połówkę okręgu o założonym promieniu r (por. rys. 5.3a).

Tak określone parametry c i σ stanowiły dane dla pola bibliotecznego 'd1'. Brakujący wymiar t wynikał ze spełnienia przyjętych warunków brzegowych na S_p i określono go z równania: t = a – s.

Po podstawieniu do podanych zależności założonych wartości r i b otrzymano:

 $\sigma = 1.2k, c = 41.6, s = 60, t = 110 \text{ [mm]}$

a pole złożone – odpowiadające tym wartościom parametrów – pokazano na rysunku 5.3c. Na koniec warto trochę dokładniej przeanalizować to rozwiązanie. Obciążenie brzegowe σ pola bibliotecznego 'f90' może się zmieniać w zakresie $\sigma \in \langle 0.8k, 2k \rangle$. Otrzymany ze wzoru (5.8) przebieg wartości stosunku r/b w funkcji σ/k pokazano na rysunku 5.3b. Jak widać maksymalny promień otworu, jaki można uzyskać, wynosi r = 1.5b (dla $\sigma/k = 0.8$), a minimalny dąży do zera (gdy $\sigma/k \rightarrow 2$). Na rysunku 5.3b naniesiono punkty A, B, C, D, a odpowiadające im rozwiązania pokazano na rysunkach 5.3d–g.



*Rys. 5.3. Oddziaływanie pomiędzy polami w symetrycznej połówce pola oraz seria rozwią*zań otrzymana dla różnych wartości r/b

Warto zauważyć, że dla $\sigma \in (0.8k, 1.2k)$ otrzymano rozwiązania o szerokości c i promieniu otworu r większym od poszukiwanego (por. rozwiązania przedstawione na rys. 2d i e z rozwiązaniem z rys. 2c). W takim przypadku w miejsce jednego, przylegającego do osi symetrii, pola bibliotecznego 'f90' dającego większy od założonego promień, można wprowadzić trzy takie pola i otrzymywać rozwiązania, które przedstawiono na rysunku 5.4. W przedstawionych na rysunkach 5.3c–g rozwiązaniach, obszary, w których nie udało się uzyskać granicznego wytężenia zaciemniono, a na odnośnikach podano wartość uzyskanego tam wytężenia: $w = \sigma_{zred}/\sigma_Y$ (σ_{zred} – naprężenie zredukowane w sensie Treski).

Rozwiązanie 2

Na podstawie rozwiązania 1, w prosty sposób, można zbudować pola z większą liczbą otworów w przekroju α - α . Rozwiązania te skonstruowano podczas poszukiwania nowych pól statycznie dopuszczalnych, które wyznaczałyby kontury elementów o większej trwałości zmęczeniowej. Uzyskane pola charakteryzują się jednak większą objętością.

Sposób konstrukcji tych rozwiązań przedstawiono na rysunku 5.4a. Zamiast jednego wprowadzono tutaj trzy pola biblioteczne 'f90', przylegające do przekroju $\alpha-\alpha$. Żeby otrzymać otwór centralny o założonym promieniu, należało poszukiwać rozwiązań w zakresie $\sigma \in \langle 0.8k, 1.2k \rangle$, czyli dla przypadków, które, jak wspomniano w punkcie poprzednim, dawały promienie otworu większe od założonego.



Rys. 5.4. Sposób konstrukcji pola i seria rozwiązań z dodatkowymi otworami w przekroju α - α

Serię 4 rozwiązań otrzymanych dla $\sigma/k = 0.8$, 0.9, 1.0 i 1.1, które oznaczono na wykresie z rysunku 5.3b nieoznaczonymi punktami, pokazano na rysunkach 5.4c–f. Podstawowe wymiary tych rozwiązań można odczytać z wykresu zamiesz-czonego na rysunku 5.4b.

Wymiary s' zewnętrznych pól bibliotecznych 'f90' są mniejsze od wymiaru s pola centralnego, dlatego w wolne miejsce wprowadzono pola biblioteczne 'Ns'. Pola te realizują stan jednoosiowego rozciągania naprężeniami σ , które są mniejsze od granicy plastyczności. Stan graniczny nie jest w nich osiągany, więc na rysunkach 5.4c–f pola te zaciemniono. Podobnie zaciemniono obszary trójkątne pól 'f90', w których wytężenie jest również mniejsze od granicznego.

Rozwiązanie 3

Bardziej złożony – ale dający mniejszą objętość – przykład rozwiązania zadania z rysunku 5.2 pokazano na rysunku 5.5. Rozwiązanie to zostało zaczerpnięte z prac [3, 17, 90] oraz z pakietu SADSFaM1, gdzie podano go dla innych wartości danych.



Rys. 5.5. Oddziaływanie pomiędzy polami w symetrycznej ćwiartce pola oraz seria rozwiązań otrzymana dla różnych wartości r/b

Do konstrukcji tego rozwiązania wykorzystano pole biblioteczne 'A1', którego schemat jest widoczny na rysunku 5.5a, oraz pola 'Ns', które są obciążone naprężeniami równymi granicy plastyczności $\sigma_{\rm Y}$, i pole 'z0', w którym założono graniczne dwuosiowe (izotropowe) rozciąganie. Na rysunku 5.5a pokazano symetryczną ćwiartkę rozwiązania.

Przy ustalonym wymiarze b pola 'A1', wymiar r₁ (tożsamy z założonym promieniem otworu r) zależy od kąta α , który jest jednym z parametrów zadawanych pola. Zmieniając wartości kąta $\alpha \in (118^\circ, 180^\circ)$, otrzymano różne wymiary r = r₁. Przebieg r/b w funkcji α przedstawiono na rysunku 5.5b. Poszukiwany stosunek r/b = 0.664 otrzymano dla kąta $\alpha = 165^\circ$. Pozostałe wymiary: f, u, t wynikają z warunków łączenia pól i spełnienia danych warunków brzegowych. Otrzymane rozwiązanie przedstawiono na rysunku 5.5c.

Z rysunku 5.5b wynika, że maksymalny stosunek r/b, jaki można dla tego rozwiązania osiągnąć, wynosi 2.88 (dla $\alpha = 118^{\circ}$), a minimalny promień wynosi 0 (gdy $\alpha \rightarrow 180^{\circ}$). Rozwiązania odpowiadające punktom A, B, C, D z wykresu pokazano na rysunkach 5.5d–e. Jak widać we wszystkich przypadkach otrzymano stan graniczny w całej objętości.

W rozwiązaniach tych otrzymano dodatkowe obszary nieobciążone. Podczas analiz MES w obszary te wpisywano okrągłe otwory stycznie do krawędzi pól.

Rozwiązanie 4

Na podstawie pola, wyznaczonego w poprzednim punkcie, skonstruowano rozwiązania, które pokazano na rysunku 5.6. Zasadnicza zmiana polega na dodaniu pola 'Ns' o długości r₂. Dodanie tego pola pozwoliło "odsunąć" pole 'A1' od osi poziomej, i przy ustalonych b i α , otrzymywać rozwiązania o większym niż poprzednio promieniu: r = r₁ + r₂. Punkty odpowiadające tym rozwiązaniom leżą powyżej krzywej przestawionej na rysunku 5.5b. Dla poszukiwanego stosunku r/b = const = 0.664, punkty te znajdują się na odcinku, który naniesiono na wykresie z rysunku 5.5b. Jak widać rozwiązanie można skonstruować dla każdej wartości kąta z przedziału $\alpha \in (165^\circ, 180^\circ)$. W pracy ograniczono się tylko do trzech przypadków, które na rysunku 5.5b zaznaczono nieoznaczonymi punktami. Odpowiadają one wartościom kąta: $\alpha = 167.5, 170, 172.5$. Wymiar u należało dobrać tak, aby można było wpisać okrąg o promieniu r w kształt otrzymany w części centralnej. Odpowiednio należało też zwiększyć wymiar f pola 'A1' i ustalić pozostałe parametry. Schematy otrzymanych rozwiązań przedstawiono na rysunkach 5.6b–d.

Ten typ pola daje najbardziej łagodną zmianę szerokości pasma i dodatkowe otwory na osi przyłożonego obciążenia, co jak pokazano dalej, jest korzystne ze względu na koncentrację naprężenia i wytrzymałość zmęczeniową.



Rys. 5.6. Oddziaływanie pomiędzy polami w symetrycznej ćwiartce pola oraz seria otrzymanych rozwiązań dla założonej wartości r/b

5.3.3. Analizy MES i szacowanie trwałości zmęczeniowej

Dla wszystkich rozwiązań przedstawionych na rysunkach 5.3–5.6, które spełniają dane warunki brzegowe (pola obrysowane prostokątami) oraz dla zwykłej próbki prostokątnej z otworem, przeprowadzono analizy MES (pakiet CosmosM) i wyznaczono m.in. współczynnik koncentracji naprężenia K_t:

$$K_t = \sigma_{max} / \sigma_n$$

gdzie: σ_{max} – największe naprężenie normalne w miejscu koncentracji (tu na krawędzi otworu w przekroju α – α), σ_n – naprężenie średnie w przekroju α – α równe naprężeniu nominalnemu przyłożonemu z zewnątrz do pasma (poza przypadkiem zwykłej próbki prostokątnej). Następnie przeprowadzono szacowania trwałości zmęczeniowej z wykorzystaniem metody odkształceń lokalnych (metoda ε-N).

W obliczeniach MES zakładano m.in.: liniowo-sprężysty model fizyczny materiału, małe przemieszczenia, płaski stan naprężenia i elementy typu SHELL3. Rozpatrywano jedynie symetryczną ćwiartkę pasm, a przyjęte warunki brzegowe przedstawiono na rysunku 5.7 dla przypadku rozwiązania z rysunku 5.3c. Węzłom leżącym na osiach symetrii zadawano odpowiednie warunki brzegowe, a obciążenie naprężeniami $\sigma_n = 150$ [MPa] przykładano równomiernie do krawędzi zewnętrznej. Linie załomu wygładzono krzywymi Beziera na zewnątrz otrzymanych konturów pola, a w nieobciążone obszary wewnętrzne wpisano okrągłe otwory stycznie do krawędzi.

Każdorazowo zakładano więc dodawanie materiału do kształtów otrzymanych z SADSF.

Z wniosków z twierdzenia o dolnym oszacowaniu nośności granicznej wynika, że takie postępowanie nie zmniejsza założonej nośności granicznej – w miejscach, w których dodano materiał, można założyć stan beznaprężeniowy i pole pozostaje statycznie dopuszczalnym.

W okolicach otworów i krzywych Beziera zagęszczano podział na elementy skończone.



Rys. 5.7. Założone podczas analiz MES warunki brzegowe

Szacowanie trwałości zmęczeniowej przeprowadzono z wykorzystaniem programu FALIN [40], który pozwala wyznaczać m.in. liczbę cykli N_i potrzebnych do inicjacji pęknięć dla przypadku jednoosiowego stanu naprężenia. Analizy wykonywano dla punktów na krawędziach otworów, w których taki właśnie stan się realizuje i w których podczas analiz MES stwierdzono największe σ_{max} . W tych miejscach spodziewano się, że pęknięcia będą się inicjowały w pierwszej kolejności.

Analizy przeprowadzono przyjmując założenia analogiczne jak przedstawione w rozdziale 4. Tylko obciążenie naprężeniami nominalnymi σ_n przyjęto w postaci przedstawionej na rysunku 5.8.

Otrzymane rozkłady naprężeń zredukowanych ze wskazanymi punktami najbardziej zagrożonymi pokazano na rysunku 5.9. Dla modeli z dodatkowymi otworami wartości największych naprężeń dla przypadku, gdy te otwory zostały usunięte, podano w nawiasach.



Rys. 5.8. Założony przebieg obciążenia

Na planie każdego rozwiązania podano również wartości: współczynnika K_t, liczby cykli N_i oraz objętości pasma V podanego jako ułamek objętości V_o zwykłej próbki prostokątnej z otworem (rys. 5.9a).



Rys. 5.9. Rozkłady naprężeń zredukowanych w analizowanych modelach oraz wyniki analiz szacowania trwałości zmęczeniowej

Jak widać, dla większości rozwiązań zaprojektowanych metodą SADSF otrzymano wartości K_t i N_i zbliżone jak dla zwykłej próbki prostokątnej, ale mniejszą objętość – na przykład model 1 o około 20 procent, model 3 o 38 procent, a model 4a o około 30 procent.

Najkorzystniejsze własności (najmniejszy K_t, największe N_i) stwierdzono, mimo istnienia dodatkowych otworów w przekroju centralnym, w przypadku modeli serii 2 (rys. 5.9c–e). Trwałość zmęczeniowa tych rozwiązań jest ponad dwukrotnie większa od modelu zwykłej próbki prostokątnej, a ich objętość o 10–20 procent mniejsza. Usuniecie otworów dodatkowych zmienia nieznacznie wartości największych naprężeń (wartości w nawiasach).

Dla modelu 3 i modeli serii 4 otrzymano najbardziej równomierne rozkłady naprężeń zredukowanych w całej objętości. Stwierdzono też dla nich pozytywny wpływ dodatkowych otworów usytuowanych wzdłuż kierunku działania obciążenia. Obniżają one znacznie σ_{max} i mają charakter otworów odciążających. Najlepsze własności otrzymano w przypadku modelu 4c, dla którego σ_{max} na krawędzi otworu centralnego i dodatkowego są prawie identyczne i tylko niewiele większe od największych naprężeń dla modeli serii 2. Jego objętość jest ponad 30 procent mniejsza od zwykłej próbki prostokątnej, a trwałość zmęczeniowa prawie dwa razy większa. Model ten ma najbardziej łagodną zmianę szerokości pasma.

Z otrzymanych rezultatów wynika, że najlepsze efekty z punktu widzenia koncentracji naprężenia i wytrzymałości zmęczeniowej daje zwiększenie szerokości pasma wraz z wprowadzeniem dodatkowych otworów w przekroju poprzecznym (modele serii 2). Korzystne jest również wprowadzenie dodatkowych otworów odciążających wzdłuż osi działania obciążenia w połączeniu z jak najbardziej łagodną zmianą szerokości pasma (model 4c).

Metoda SADSF daje dobre oszacowanie kształtów pasm, a otrzymane rozwiązania wskazują takie sposoby ich konstruowania, które pozwalają zmniejszyć koncentrację naprężenia i zwiększyć trwałość zmęczeniową.

Rozwiązania te konstruuje się bardzo prosto. Z wykorzystaniem zaledwie kilku pól bibliotecznych udało się ich znaleźć aż 9. Spośród otrzymanych rozwiązań można wybierać te, które najlepiej spełniają kryteria dodatkowe.

Z wykorzystaniem podanych w pracy rezultatów łatwo można uzyskać rozwiązania pasm dla innych wartości stosunków r/b.

5.4. PROJEKTOWANIE I ANALIZY ROZMIESZCZENIA OTWORÓW W ROZCIĄGANEJ TARCZY

5.4.1. Wprowadzenie

Otwory powodują lokalne osłabienie elementów konstrukcji, wprowadzają koncentrację naprężenia i deformacji, mogą powodować powstawanie pęknięć zmęczeniowych. Na przykład pęknięcia pochodzące od otworów stanowią znaczącą część pęknięć spotykanych w konstrukcjach lotniczych. W tym punkcie rozpatrywano dwa szczególne przypadki ułożenia otworów w prostokątnej rozciąganej tarczy, które przedstawiono na rysunku 5.10. W obydwu przypadkach założono, że otwory są rozłożone w jednym rzędzie symetrycznie do osi tarczy. W przypadku pierwszym, w kierunku prostopadłym do działającego obciążenia (rys. 5.10a), a w przypadku drugim, w kierunku zgodnym z tym obciążeniem (rys. 5.10b). Szczególnie niekorzystny jest przypadek pierwszy, gdy otwory są wykonane w jednym rzędzie, prostopadle do kierunku działania obciążenia i w niewielkiej od siebie odległości.

Na podstawie skonstruowanych statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń ustalono proste zależności pomiędzy odległościami s i t, a założonymi promieniami otworów R i r. Otrzymane zależności skonfrontowano z wynikami liniowych analiz MES oraz szacowania trwałości zmęczeniowej z wykorzystaniem metody naprężeń lokalnych (ε-N).



Rys. 5.10. Sformulowanie zadania poszukiwania rozmieszczenia otworów w przekroju poprzecznym i podłużnym rozciąganej tarczy

Informacje na temat analiz różnych przypadków rozstawienia otworów, także w wielu rzędach oraz przypadki gdy otwory są dodatkowo obciążone – na przykład przez umieszczone w nich sworznie – można znaleźć w pracach [np. 31, 34, 35, 67, 71, 77, 81].

5.4.2. Sformułowania i rozwiązania zadań projektowania

Sposób formułowania zadania poszukiwania rozmieszczenia otworów w przekroju poprzecznym i podłużnym rozciąganej tarczy pokazano na rysunkach 5.10a i b.

Założono, że tarcza ma ustalone wymiary zewnętrzne proporcjonalne do promienia otworu centralnego R i jest obciążona na dwóch krawędziach stałymi naprężeniami rozciągającymi σ_n , o nieznanej na początku wartości. Wymiary tarczy dobrano tak, aby krawędzie zewnętrzne nie wpływały na rozkłady naprężeń w okolicach otworów.

Poszukiwano statycznie dopuszczalnych pól naprężenia, które posiadają wolne od naprężeń obszary w miejscach planowanych otworów i które pozwolą określić w jakich minimalnych odległościach s i t powinno się te otwory wykonać. Założono, że otwory zewnętrzne mają jednakowe promienie r.

Dodatkowo założono posługiwanie się polami granicznymi w okolicach otworów i niegranicznymi w pozostałej części pola. Konstrukcja pól granicznych w całej objętości tarczy byłaby możliwa, ale wymagałaby na przykład zwiększenia grubości czy szerokości tarczy w okolicach otworów. Mogłyby też pojawić się dodatkowe wolne od naprężeń obszary, gdzie należałoby wprowadzić otwory dodatkowe (por. np. rys. 5.13).

Do konstrukcji pól w okolicach otworów bardzo dobrze nadaje się pole biblioteczne 'F90', którego schemat pokazano na rysunku 5.11a [3, 25]. Pole to spełnia w każdym obszarze warunek plastyczności Hubera-Misesa. Prawie wszystkie wymiary tego pola są proporcjonalne do jednego parametru (wymiaru) W. Jedynie wymiar Y można zadawać dowolnie, jednak z geometrii pola wynika, że musi być spełniony warunek: Y \geq 1.322W. Możliwa jest również zmiana obciążenia zewnętrznego pola p₁. Zmiana taka powodowałaby jednak, że albo pole przestawałoby być polem granicznym, albo następowałaby zmiana kątów brzegów obciążonych naprężeniami p₂ równymi granicy plastyczności σ_Y . Pola takie nie nadawałyby się do konstrukcji pól w okolicach otworów.

Połączenie dwóch pól F90, dla których założono Y = 2.322 W, pozwala wyznaczać kształt z kwadratowym otworem wewnętrznym (rys. 5.11b). Dobierając inny wymiar Y otrzymalibyśmy obszar prostokątny, a w ostateczności – dla Y bliskiego 1.322 R – mogła to być nawet szczelina. Przyjęto, że będzie to kwadrat bo można w niego wpisać otwór kołowy o promieniu W.

W obszarach przylegających do krawędzi otworu, oznaczonych na rysunku 5.11b jako 0, założono dodanie materiału i stan beznaprężeniowy. Zabieg taki powoduje, że pole pozostaje statycznie dopuszczalnym, a jak wynika z wniosków o dolnym oszacowaniu nośności granicznej, dodanie materiału nie zmniejsza założonej nośności granicznej rozważanego elementu konstrukcji.



Rys. 5.11. Pole typu 'F90' oraz złożenie dwóch pól tego typu, które pozwala otrzymać kształt z kwadratowym otworem wewnętrznym [25]
Wymiar W pola złożonego z rysunku 5.11b można zadawać dowolnie. Proporcjonalnie zmieniać (dostosowywać) się będą pozostałe jego wymiary. Żeby skonstruować poszukiwane statycznie dopuszczalne pole naprężenia należy, tak jak to pokazano na rysunku 5.12, połączyć jedno pole z rysunku 5.11b, otrzymane przy założeniu W = R, (pole oznaczone indeksem 1), z czterema polami dla których W = r (pola 2, 3, 4, 5).

Obciążenia zewnętrzne łączonych pól są jednakowe i wynoszą $p_1 = 0.4832 \sigma_Y$ więc warunki równości wzajemnych oddziaływań na krawędziach łączenia pola 1 z polami 2 i 3 są spełnione. Z kolei pole 1 z polami 4 i 5 przylegają do siebie brzegami nieobciążonymi. Żeby spełnić warunki równowagi na pozostałych krawędziach założono w pozostałej części pola jednoosiowy stan naprężenia i $\sigma = p_1$. Z tak skonstruowanego pola wynika, że nieznane na początku, obciążenie zewnętrzne jest równe: $\sigma_n = \sigma = 0.4832 \sigma_Y$. Zaś poszukiwane odległości pomiędzy otworami wynoszą:

$$s_{SADSF} = 1.9347 (R + r)$$
 (5.9)

gdy otwory są rozłożone w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku działania obciążenia,

$$t_{SADSF} = 2.322 (R + r)$$
 (5.10)

gdy otwory są rozłożone w przekroju w kierunku działania obciążenia.

Z rozwiązania przedstawionego na rysunku 5.12 wynika dodatkowo, że środki otworów zewnętrznych (o promieniach r) powinny być położone wzdłuż linii, które zaznaczono linią przerywaną. Pola złożone 2 i 3 można bowiem przesuwać w kierunku pionowym, a pola 4 i 5 w kierunku poziomym, a pole pozostanie statycznie polem dopuszczalnym. Należy uważać jedynie żeby pola na siebie nie zachodziły.



Rys. 5.12. Pole statycznie dopuszczalne, które pozwala wyznaczyć minimalne odległości pomiędzy otworami

W przedstawiony powyżej sposób można analizować właściwie dowolne konfiguracje ułożenia otworów w rozciąganej tarczy. Pola te można bowiem nie tylko przesuwać, ale w obszar jednoosiowego rozciągania można wpisywać dodatkowe pola złożone z rysunku 5.11b. Odległości pomiędzy sąsiednimi otworami w poziomie można wyznaczać ze wzoru (5.9), a w pionie ze wzoru (5.10). Wzory te są więc dość uniwersalne. Przykład pola z większą ilością otworów pokazano na rysunku 5.13.



Rys. 5.13. Przykład pola statycznie dopuszczalnego z większą ilością otworów

Na rysunku 5.12 zestawiono zarówno otwory leżące w rzędzie prostopadle do kierunku działania obciążenia, jak i wzdłuż tego kierunku. W dalszych analizach będziemy rozważali jednak każdy z przypadków ułożenia otworów osobno.

5.4.3. Analizy MES

Przy pomocy MES badana była zależność pomiędzy współczynnikiem koncentracji K_t:

$$K_t = \sigma_{max} / \sigma_n \tag{5.11}$$

gdzie: σ_{max} – największe naprężenie normalne w miejscu koncentracji (tu na konturze); σ_n – naprężenie nominalne (umowne) przyłożone z zewnątrz do tarczy,

a podziałkami otworów, osobno s i t, przy ustalonych wymiarach pozostałych oraz obciążeniu. Przypadek z rysunku 5.10a rozpatrywano dla trzech wariantów ilorazów r/R = 0.25, 0.5, 1, a przypadek z rysunku 5.10b dla wariantów r/R = 0.5, 1, 1.5.

W obliczeniach zakładano m.in.: liniowo-sprężysty model fizyczny materiału, małe przemieszczenia, płaski stan naprężenia i elementy typu SHELL3. Rozpatrywano jedynie symetryczną połówkę tarczy oraz posługiwano się pakietem CosmosM. Przykładowy podział na elementy skończone, założone warunki brzegowe i otrzymane rozkłady naprężeń zredukowanych w sensie Hubera-Misesa dla wariantu z rysunku 5.10a i przy wymiarach: r = R, $s = s_{SADSF}$, przedstawiono na rysunku 5.14. Węzłom leżącym na osi x zadawano warunki brzegowe wynikające z symetrii analizowanej tarczy względem tej osi, a węzłom leżącym na osi y ustalono przemiesz-czenia w kierunku x. Zakładano równomierne obciążenie krawędzi zewnętrznej naprężeniami $\sigma_n = 100$ [MPa].

W okolicach otworów zagęszczano podział na elementy skończone.



Rys. 5.14. Założony podział na elementy skończone i warunki brzegowe oraz wyniki analiz MES

Jak widać, w prezentowanym przypadku, największe naprężenia występowały na krawędzi otworu zewnętrznego i wynosiły $\sigma_{max} = 328.6$ [MPa]. Współczynnik koncentracji dla tego przypadku wynosił więc: K_t = 328.6/100 = 3.3 i był niewiele większy od współczynnika dla przypadku z jednym tylko otworem centralnym, dla którego K_t = 3. Warto zauważyć, że naprężenia w pozostałych punktach koncentracji były zbliżone do największego i wynosiły: 317.8 i 323.6 [MPa].

Wyznaczone, w przedstawiony powyżej sposób, przebiegi współczynnika koncentracji naprężenia K_t w funkcji s/R dla wszystkich trzech wariantów r/R przedstawiono na rysunku 5.15a. W zależności od wartości zastosowanej podziałki s największe naprężenia występowały albo na krawędzi otworu środkowego, albo na krawędziach otworów bocznych, czyli w punktach które wyróżniono na rysunku 5.14.

We wszystkich przypadkach widoczne jest, że gdy s zbliża się do wartości wyznaczonych z SADSF (punkty wyróżnione kółkami), to krzywe się ustalają, co oznacza, że dalsze powiększanie podziałki rozstawienia otworów s nie spowoduje zmniejszenia współczynnika koncentracji K_t. Zmniejszając podziałkę poniżej wymiarów wyznaczonych metodą SADSF, obserwuje się szybki wzrost współczynnika koncentracji K_t.



Rys. 5.15. Przebieg współczynnika koncentracji naprężenia K_t otrzymany dla różnych s/R oraz t/R

Wyniki otrzymane dla przypadku gdy otwory były rozłożone w kierunku zgodnym z kierunkiem działania obciążenia pokazano na rysunku 5.15b. To ustawienie otworów jest o wiele korzystniejsze od poprzedniego. Otrzymano tu wyraźnie mniejsze wartości współczynnika K_t – w zakresie t/R < 7, wartość współczynnika koncentracji K_t jest mniejsza od 3, a więc od wartości współczynnika dla przypadku z jednym tylko otworem centralnym. Wprowadzenie takich otworów jest więc korzystne z punktu widzenia koncentracji naprężenia, a otwory te można traktować jako odciążające.

Dla wszystkich przypadków r/R, wraz ze zmniejszaniem się rozstawu otworów t/R, współczynnik K_t stale maleje. Jedynie dla r/R = 0.5 w okolicach t = t_{SADSF} krzywa się ustala i dalsze zmniejszanie podziałki powoduje najpierw niewielkie zmniejszenie K_t, a nawet bardzo niewielki jego wzrost.

Warto zauważyć, że krzywe otrzymane dla r/R = 0.5 i 1.5 są położone bardzo blisko siebie. Oznacza to, że niezależnie czy w danej odległości t/R wykonamy otwór o promieniu mniejszym czy większym od centralnego, to otrzymamy taki sam współczynnik koncentracji K_t. Najkorzystniejszy jest przypadek, gdy wszystkie otwory mają takie same promienie R. Wtedy współczynnik koncentracji jest wyraźnie mniejszy niż przy innych stosunkach r/R. We wszystkich przypadkach największe koncentracje występowały na krawędziach otworów zewnętrznych.

5.4.4. Szacowanie trwałości zmęczeniowej

Otrzymane z MES wyniki posłużyły do analiz szacowania okresu inicjacji pęknięć zmęczeniowych. Analizy te wykonano z wykorzystaniem metody odkształceń lokalnych (metoda ε-N) i programu FALIN [40]. Program ten pozwala wyznaczać m.in. liczbę powtórzeń tzw. bloku obciążeń N_{bl} potrzebnych do inicjacji pęknięć dla przypadku jednoosiowego stanu naprężenia. Szacowanie okresu inicjacji przeprowadzono w punktach na konturze swobodnym, gdzie podczas obliczeń MES stwierdzono największe koncentracje. W tych miejscach spodziewano się, że pęknięcia będą się inicjowały w pierwszej kolejności.

Analizy przeprowadzono, zakładając materiał, którego własności zmęczeniowe pokazano już na rysunkach 4.1a i b. Obciążenie naprężeniami nominalnymi σ_{nom} w postaci powtarzającego się bloku, którego przebieg przedstawiono na rysunku 5.16. Zawiera on 1132 punkty, a największe i najmniejsze naprężenia wynoszą odpowiednio: 67.2 [MPa] i –57.45 [MPa].



Rys. 5.16. Założony przebieg jednego bloku obciążenia

Dla każdego z przypadków policzonych MES oszacowano liczbę powtórzeń bloku obciążeń N_{bl} z rysunku 5.16, która powoduje inicjację pęknięć zmęczeniowych. Otrzymane dla obu przypadków rozmieszczenia otworów wyniki przedstawiono na rysunku 5.17.



Rys. 5.17. Szacowana liczba powtórzeń bloku potrzebna do inicjacji pęknięć zmęczeniowych dla przypadków przedstawionych na rysunkach 5.10a i b

Załamania wykresów na rysunku 5.17a, wyznaczające najlepszą minimalną odległość s/R, leżały w każdym przypadku bardzo blisko wartości otrzymanej przy pomocy metody SADSF. Zmniejszając rozstawy poniżej wymiarów wyznaczonych metodą SADSF, obserwuje się bardzo szybki spadek trwałości zmęczeniowej.

Z kolei, na rysunku 5.17b widać, że wraz ze zmniejszaniem odległości pomiędzy otworami t/R następuje wzrost trwałości zmęczeniowej. Krzywe otrzymane dla r/R = 0.5 i 1.5 są położone bardzo blisko siebie, zaś najkorzystniejszy – mający największą trwałość zmęczeniową – jest przypadek, gdy otwory maja takie same promienie (r/R = 1).

Z wykorzystaniem zaledwie jednego pola bibliotecznego udało się skonstruować proste zależności, które mogą być wykorzystywane w praktyce.

5.5. POŁĄCZENIE SPAWANE NAKŁADKOWE ZAPROJEKTOWANE METODAMI NOŚNOŚCI GRANICZNEJ

5.5.1. Wprowadzenie

Podjęto zadanie poszukiwania najlepszych kształtów spawanego złącza nakładkowego blach, które jak wykazuje praktyka inżynierska, przy jego tradycyjnym wykonaniu – na przykład takim jak przedstawiono na rysunku 5.18 – ma niską trwałość zmęczeniową i wysoki współczynnik koncentracji naprężenia K_t. Na przykład dla proporcji wymiarów i promieni zaokrągleń jak na rysunku 5.18, największe naprężenie na brzegu występuje na linii wtopu spoiny, a współczynnik koncentracji obliczony z wykorzystaniem metody elementów skończonych (MES) wynosi aż K_t = 8. Na rysunku 5.18 naniesiono rozkład współrzędnej naprężenia σ_{xx} działającej wzdłuż osi y zawierającej punkt, gdzie naprężenie jest największe.



Rys. 5.18. Schemat konstrukcyjny analizowanego połączenia nakładkowego blach

Najlepszy kształt tego złącza określono na podstawie skonstruowanego statycznie dopuszczalnego pola naprężeń i analiz kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia.

Uzasadnienie stosowania podejścia od analiz kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia wynika z wniosków z twierdzenia o górnym oszacowaniu nośności granicznej, które można streścić następująco [3]:

kształt i wymiary projektowanego elementu wyznaczone na podstawie odpowiednio dobranego, kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu zniszczenia nie zapewniają, że element będzie zdolny do przeniesienia danego obciążenia. Niemniej, oszacowanie kształtu i wymiarów na podstawie trafnie wybranego mechanizmu zniszczenia jest zawsze wskazane, ponieważ umożliwia ocenienie o ile co najwyżej jest przewymiarowany element otrzymany na podstawie statycznie dopuszczalnego pola naprężenia. Pole kinematycznie dopuszczalne to pole, które zachowuje ciągłość odkształcającego się plastycznie ośrodka, spełnia kinematyczne warunki brzegowe i warunek dodatniości mocy dyssypowanej.

Rozważono proste kinematycznie dopuszczalne mechanizmy zniszczenia analizowanego złącza i na tej podstawie znaleziono jego kształt i wymiary. Kształt ten okazał się bardzo zbliżony do otrzymanego z metody SADSF.

5.5.2. Kształtowanie połączenia z wykorzystaniem metody SADSF

Poglądowe sformułowanie oraz rozwiązanie zadania kształtowania analizowanego złacza otrzymane w ramach metody SADSF przedstawiono na rysunku 5.19.

Danymi są tutaj (por. rys. 5.19a): obciążenie graniczne **p** przyłożone na brzegu S_p , geometria tej części brzegu S_p (wymiary: L, g) oraz materiał poszukiwanego złącza.



Rys. 5.19. Sformułowanie i rozwiązanie zadania kształtowania połączenia nakładkowego z wykorzystaniem metody SADSF

Jak widać, założono szczególną sytuację, tj. że grubość blachy środkowej jest równa dwóm grubościom blach zewnętrznych. Pozwoliło to przyjąć jednakowe obciążenie graniczne p = σ_y na brzegach S_p (σ_y – granica plastyczności materiału połączenia). Przyjęto także jednakowe własności plastyczne materiałów blach oraz spoin.

Tak postawione zadanie ma wiele rozwiązań. Nie jest to jednak wadą metody, pozwala bowiem na konstrukcję kilku rozwiązań i wybrania spośród nich tego, które spełnia dodatkowe kryteria wynikające, np. z kosztów wykonania, trwałości zmęczeniowej itd. Szkic jednego z otrzymanych pól, które daje kształty najbliższe do połączenia tradycyjnego przedstawiono na rysunku 5.19b. Otrzymano je z wykorzystaniem programu RHM [55] poprzez połączenie gotowych rozwiązań bibliotecznych spełniających w każdym obszarze jednorodnym warunek Hubera-Misesa. Jak widać na rysunku 5.19c w konstrukcji rozwiązania wykorzystano zaledwie dwa pola mające oznaczenia biblioteczne 's26x' i 'Ns'. Pola te w powiększeniu pokazano na rysunku 5.19d. Pole 'Ns' realizuje jednoosiowe rozciąganie naprężeniami równymi granicy plastyczności σ_y . Stan naprężenia w polu 'S26x' jest bardziej złożony i nie będzie tutaj omawiany.

Rozwiązanie przedstawione na rysunku 5.19b w pełni określa kształt i wymiary projektowanego złącza. Otrzymano tu między innymi kąt nachylenia spoiny 55° oraz szerokość łączenia blach (szerokość spoiny) b = 2.12g.

Wymiary te uzyskane przy założeniu dolnego oszacowania nośności granicznej złącza stanowią górne oszacowanie rzeczywistych wymiarów połączenia. Ich oszacowanie dolne zostanie wyznaczone z analiz kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia.

5.5.3. Analizy kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów zniszczenia

Analizowano proste kinematycznie dopuszczalne mechanizmy zniszczenia, które przedstawiono na rysunku 5.20a. Mechanizmy te polegają na ruchu sztywnych bloków przedzielonych krawędziami nieciągłości prędkości, które zaznaczono liniami grubymi. W przypadku mechanizmów 1 i 2 krawędzie te są nachylone do kierunku rozciągania pod katem 45°. Mechanizm 3 polega na ścięciu wzdłuż krawędzi o długościach R nachylonych pod kątem ϕ do osi złącza. Na każdej krawędzi nieciągłości musi działać naprężenie styczne $\tau = \sigma_y/2$ (przyjęto warunek Treski). W każdym przypadku zakładano, że część blachy środkowej do której przyłożono obciążenie **p** porusza się z prędkością poziomą **V**. Prędkości pozostałych elementów muszą się tak dobrać, żeby zachowana była ciągłość odkształcającego się złącza – dla każdego mechanizmu będą one inne i na rysunku 5.20a ich nie naniesiono. Układając bilanse mocy dla mechanizmów 1 i 2, otrzymano graniczną wartość obciążenia:

$$p_{gr} = \sigma_y$$

Obciążenie to jest równe obciążeniu zakładanemu w zadaniu projektowania metodą SADSF. Widać więc, że o rzeczywistej nośności złącza decyduje jego kształt w obszarze połączenia blach (spoiny) i realizujące się tam mechanizmy zniszczenia. Najbardziej prawdopodobnym wydaje się mechanizm 3. Układając dla niego bilans mocy i przyjmując wartość obciążenia granicznego jak dla mechanizmów 1 i 2, otrzymano zależność:

$$R = 2g \cos(\phi)$$

Zmieniając ϕ w granicach od 0 do 45° i wyznaczając R z powyższego równania, wyznaczono kształt, który przedstawiono na rysunku 5.20b. Jak widać jest to ćwiartka okręgu, którego równanie we współrzędnych { ζ , η } można zapisać następująco:



Rys. 5.20. Kinematyczne mechanizmy zniszczenia i otrzymany kształt spoiny

Wynikowy kształt połączenia przedstawia rysunek 5.20a. Kształt ten jest bliski otrzymanemu z pól statycznie dopuszczalnych (por. rys. 5.19b). Otrzymane przewymiarowanie jest w tym przypadku niewielkie.

Otrzymane kształty istotnie różnią się od typowo wykonywanych złącz nakładkowych przede wszystkim szerokością łączenia blach (wymiar b). Jak wykazują przeprowadzone analizy szerokość spoiny tego połączenia powinna zawierać się w przedziale:

$$2.12g \ge b \ge 2g$$

podczas gdy w połączeniach tradycyjnych jest ona przyjmowana jako b = 1g. Zaskakujące jest to, że praktyka inżynierska tego nie zauważa, a powinien to być wynik znany z teorii nośności granicznej, bo przecież – jak już stwierdzono we Wstępie – metody obliczeń Podstaw Konstrukcji Maszyn – m.in. obliczanie "na ścięcie" nitów, wpustów, a także spoin – w twierdzeniu o górnym oszacowaniu mają swoje uzasadnienie.

W dalszej części pracy badany jest wpływ wymiaru b, przy ustalonych pozostałych wymiarach złącza na współczynnik koncentracji naprężenia i trwałość zmęczeniową.

5.5.4. Analizy MES

Wpływ szerokości łączenia na wartość współczynnika koncentracji analizowano wykorzystując MES. Analizy prowadzono przy założeniu (por. rys. 5.21a): g = 10; g/r = 0.1 i kąta pochylenia spoiny równego 45°. Zmieniano jedynie szerokość łączenia b w zakresie od g do 2.5g.

W obliczeniach zakładano dodatkowo m.in.: liniowo-sprężysty model fizyczny materiału, małe przemieszczenia, płaski stan naprężenia i elementy typu SHELL3

(nie uwzględniano wpływu szerokości blach – wymiar w kierunku prostopadłym do płaszczyzny rys. 5.21a), obciążenie równe połowie założonej wartości granicznej. Rozpatrywano jedynie symetryczną połówkę połączenia, a obliczenia wykonywano przy pomocy pakietu CosmosM.



Rys. 5.21. Model MES i otrzymany przebieg współczynnika koncentracji naprężenia w funkcji szerokości spoiny b

Jak zmienia się współczynnik koncentracji K_t przy zmianach stosunku wymiarów b/g, pokazują wyniki przedstawione na rysunku 5.21b. Przy stosunku wymiarów b/g = 1 otrzymuje się współczynnik koncentracji K_t = 8, natomiast dla b/g = 2.12 – dobranego według SADSF – wartość tego współczynnika spada aż do K_t = 3.83. Warto zauważyć, że już niewielkie zwiększenie szerokości łączenia skutkuje dużym zmniejszeniem współczynnika koncentracji – dla b/g = 1.25 otrzymano K_t = 6.18 (spadek o ponad 22 procent), a dla b/g = 1.5 współczynnik ten wynosi K_t = 5.1 (spadek o 36 procent).

Zazwyczaj w przypadku tego typu połączeń stosuje się wystawienie grubszej blachy poza spoinę, tak jak to przedstawiono na rysunku 5.22a. Dlatego wykonano również serie obliczeń dla takiego przypadku, przy założeniu, że stosunek wymia-rów b/g zmienia się jak w wariancie wcześniejszym, natomiast wysuniecie (wymiar a) jest stałe i równe a = g. Otrzymane wyniki ilustruje rysunek 5.22b. W tym przypadku otrzymano duże naprężenia również na konturze, po drugiej strony spoiny. Dlatego wprowadzono tutaj dwa współczynniki koncentracji K_{t1} i K_{t2} (por. rys. 5.22a).

Naprężenia na brzegu z lewej strony spoiny są tutaj nawet większe (K_{t2}). W przypadku jednak, gdy do złącza jest przyłożona siła rozciągająca, otrzymujemy tam ściskanie i nie ma ono wpływu na trwałość zmęczeniową połączenia.

Współczynnik koncentracji liczony na linii wtopu (K_{t1}) jest w tym przypadku mniejszy niż w wariancie bez wysunięcia (por. rys. 5.22b), szczególnie w zakresie stosunku wymiarów: $1 \ge b/g \ge 1.75$.



Rys. 5.22. Połączenie nakładkowe z wystawieniem blachy poza spoinę oraz przebiegi współczynników koncentracji K_{t1} i K_{t2} w funkcji szerokości spoiny b

5.5.5. Prognozowanie trwałości zmęczeniowej

Analizy zmęczeniowe wykonano z wykorzystaniem metody odkształceń lokalnych z wykorzystaniem programu FALIN. Szacowanie okresu inicjacji przeprowadzono w punktach na linii wtopu, gdzie podczas obliczeń MES stwierdzono największe naprężenia. W tych miejscach spodziewano się, że pęknięcia będą się inicjowały w pierwszej kolejności.

Otrzymane z MES wyniki posłużyły do dalszych analiz szacowania okresu inicjacji pęknięć zmęczeniowych, które przeprowadzono, przyjmując założenia identyczne jak dla tarczy rozciąganej z otworami (podrozdz. 5.4.4).

Otrzymane wyniki w postaci liczby bloków obciążeń do inicjacji pęknięcia zmęczeniowego, otrzymanych dla różnych stosunków wymiarów b/g przedstawiono na rysunku 5.23b. Różnica w trwałości pomiędzy połączeniem wykonanym tradycyjnie a zaprojektowanym metodą SADSF wynosi 50 razy.

Wykonywanie połączeń nakładkowych przy b/g ≈ 2 jest trudniejsze i droższe. Może być jednak opłacalne do zastosowania w przypadku konstrukcji odpowiedzialnych lub już istniejących, które pękają. Poszerzenie szerokości łączenia, a tym samym radykalne zwiększenie trwałości zmęczeniowej, jest bowiem możliwe do uzyskania, bez konieczności zmiany podstawowych parametrów geometrycznych połączenia, takich jak grubości blach czy jego ogólne wymiary.

Warto zwrócić uwagę, że zwiększenie stosunku wymiarów b/g tylko z 1 do 1.25 daje prawie czterokrotne zwiększenie okresu inicjacji pęknięć, a dla b/g = 1.5 okres ten zwiększa się dziesięciokrotnie.



Rys. 5.23. Efekt zwiększenia okresu inicjacji pęknięć w punktach najbardziej zagrożonych

5.5.6. Siły integralne w złączach zakładkowym i nakładkowym

Uzyskany w złączu nakładkowym współczynnik koncentracji jest bardzo duży, jeśli wziąć na przykład pod uwagę podobne – przynajmniej geometrycznie – złącze zakładkowe, które przedstawiono na rysunku 5.24a. Dla tego złącza – wyznaczony z wykorzystaniem MES – współczynnik koncentracji jest ponad sześciokrotnie mniejszy (8/1.3 \approx 6.15). Co powoduje tak duże różnice?

Żeby to stwierdzić, należało przeanalizować siły integralne w obu złączach, a przede wszystkim w przekrojach poprzecznych poprowadzonych przez punkty na linii wtopu spoin, gdzie stwierdzono największe koncentracje (rys. 5.24, 5.25).

Na początek warto zauważyć, że w odróżnieniu od złącza zakładkowego, na symetryczną połówkę złącza nakładkowego oprócz obciążenia zewnętrznego naprężeniami σ_{nom} , działają jeszcze naprężenia σ_{yy} na osi symetrii, których rozkład otrzymany z MES przedstawiono na rysunku 5.25a. To właśnie te naprężenia powodują "powstawanie" tak dużej koncentracji na linii wtopu. Ich istnienia nie da się wyeliminować, zapewniają one bowiem spełnienie równania równowagi globalnej momentów symetrycznej połówki złącza (rys. 5.25a).



Rys. 5.24. Siły wewnętrzne w połączeniu zakładkowym

Naprężenia te powodują, że w symetrycznej połówce przekroju złącza nakładkowego działają – oprócz siły rozciągającej **P**, która występuje również w złączu zakładkowym (rys. 5.24b) – siła poprzeczna **Q** i moment **B** (rys. 5.25a). W całym przekroju poprzecznym złącza otrzymujemy układ sił, który przedstawiono na rysunku 5.25b.

Szczególnie interesujące jest tutaj występowanie wzajemnie się równoważących dwóch momentów **B**, czyli faktycznie bimomentu, który byłby nie do wykrycia bez analiz rozkładów sił wewnątrz złącza, a który ma zasadniczy wpływ na wartość współczynnika koncentracji naprężenia. Bimoment można również zidentyfikować, analizując w rozważanym przekroju rozkład naprężeń σ_{xx} , który pokazano na rysunku 5.25c.

Zwiększenie szerokości spoiny powoduje zmniejszenie naprężeń σ_{yy} działających z prawej strony poprowadzonego przez linię wtopu przekroju, a tym samym zmniejszenie momentów **B** i współczynnika koncentracji naprężenia. Otrzymane dla różnych stosunków wymiarów b/g wartości momentu **B** przedstawiono na rysunku 5.25d. Podobny efekt uzyskuje się poprzez wprowadzenie wysunięcia blachy poza spoinę.



Rys. 5.25. Siły wewnętrzne w połączeniu nakładkowym

5.6. SPOSÓB PRZYGOTOWANIA I WŁASNOŚCI MATERIAŁU MODELI BADANYCH W ZAKRESIE SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNYM

Ze względu na skomplikowane kształty modeli, składowe elementy płaskie były wycinane laserem, a następnie łączone spoinami.

Wszystkie modele zostały wykonane z powszechnie stosowanej stali konstrukcyjnej St3, która wyraźnej granicy nie wykazywała. Wyraźną granicę plastyczności uzyskiwano w ten sposób, że nagrzewano wybrane modele do temperatury 300°C, wygrzewano je w tej temperaturze przez 3 godziny, a następnie studzono (proces starzenia).

Krzywe rozciągania otrzymane dla materiału blach bez wyraźnej granicy plastyczności pokazano na rysunku 5.26.

Na rysunku 5.26a przedstawiono krzywe dla materiału blach o grubościach 1.5 i 2 [mm], z których wykonywane były modele typu 'F92' i model zwykłego dwuteownika. Otrzymane własności wytrzymałościowe różnią się niewiele. Co więcej, blacha o grubości 2 [mm] była wykorzystywana tylko do wykonania ukośnych środników w modelach 'F92'. Dlatego do wyznaczenia dolnego oszacowania obciążenia granicznego modelu 'F92' przyjęto wartość umownej granicy plastyczności, która odpowiada własnościom materiału blachy o grubości 1.5 [mm]:



 $\sigma_{\rm Y} = R_{0,2} = 165 \text{ [MPa]}, R_{\rm m} = 240 \text{ [MPa]}$

Rys. 5.26. Wykresy rozciągania próbek ze stali St3 bez wyraźnej granicy plastyczności użytej do wykonania modeli; a) dla blach o grubości 1.5 i 2 [mm], których użyto do wykonania modeli typu 'F92' oraz modelu "zwyklego" dwuteownika (rys. 2.4a–c); b) dla blach o grubości 2 [mm], których użyto do wykonania modeli typu 'F95' (rys. 2.4d i f)

Modele typu 'F95' były wykonywane z blachy o grubości 2 [mm]. Krzywą rozciągania materiału tej blachy przedstawiono na rysunku 5.26b. Granica plastyczności i granica wytrzymałości na rozciąganie wynoszą dla niego odpowiednio:

$$\sigma_{\rm Y} = R_{0,2} = 132$$
 [MPa], $R_{\rm m} = 225$ [MPa]

Krzywą rozciągania materiału blachy o grubości 1.5 [mm], którą otrzymano po przeprowadzeniu procesu starzenia, pokazano na rysunku 5.27. Jak widać, oprócz pojawienia się wyraźnej granicy plastyczności, nastąpiło także wyraźne zwiększenie granicy plastyczności i wytrzymałości na rozciąganie oraz obniżenie własności plastycznych. Otrzymano:

$$\sigma_{\rm Y} = R_{\rm e} = 245 \, [{\rm MPa}], R_{\rm m} = 352 \, [{\rm MPa}]$$



Rys. 5.27. Wykres rozciągania próbki stali St3 z wyraźną granicą plastyczności (po starzeniu)

Modele były pokryte czarną matową farbą, której współczynnik emisyjności wynosił 0.93.

LITERATURA

- [1] Bendsoe M.P., Siegmund O., *Topology Optimization Theory, Methods and Applications*, Springer-Verlag, 2003.
- [2] Bodaszewski W., *Analizy statyczne i kształtowanie brył cienkościennych*, Bel Studio, 2013.
- [3] Bodaszewski W., Szczepiński W., *Kształtowanie elementów konstrukcji metodą nieciągłych pól naprężeń*, PWN/Bel Studio, Warszawa 2005/2006.
- [4] Bodaszewski w., Projektowanie cienkościennych węzłów konstrukcyjnych za pomocą pól statycznie dopuszczalnych, rozprawa doktorska, Politechnika Świętokrzyska, 1976.
- [5] Bodaszewski W., Frąckiewicz H., Tereszkowski Z., Trela S., Badania sprężystych pól wytężenia w węzłach projektowanych za pomocą pól statycznie dopuszczalnych, VII Sympozjum Doświadczalnych Badań w Mechanice Ciała Stałego, Warszawa 1976, s. 71–84.
- [6] Bodaszewski W., *Rama samochodu kształtowana metodą nośności granicznej*, mat. konf. PŚk, 1983.
- [7] Bodaszewski W., Rozwiązania statycznie dopuszczalnych, plaskich i granicznych siatek linii nieciągłości naprężeń, prace IPPT PAN 43/83.
- [8] Bodaszewski W., Trela S., Badania sprężystych pól naprężenia w ramie samochodu ciężarowego, Zeszyty Naukowe Politechniki Świętokrzyskiej "Mechanika" 31, Kielce 1983, s. 181–186.
- [9] Bodaszewski W., Markiewicz I., Badania doświadczalne elementów konstrukcyjnych ukształtowanych metodą nieciągłych pól naprężeń, Raport CPBR 4.3, 1989 (etap V), IMBiGS, Warszawa.
- [10] Bodaszewski W., Struktury układów linii nieciągłości naprężeń w polach granicznych spełniających warunek Hubera-Misesa. Strukturalne warunki istnienia pól elementarnych, cz. I: Zadania bez ograniczeń geometrycznych, Rozprawy Inżynierskie 36, 1, 1988; cz. II: Zewnętrzne oszacowania obszarów istnienia, Rozprawy Inżynierskie 3/89; cz. III: Zbiory osobliwych warunków brzegowych, Rozprawy Inżynierskie 3/89.
- [11] Bodaszewski W., Strukturalne warunki istnienia rozwiązań oraz algorytmy metody nieciągłych pól naprężeń, rozprawa habilitacyjna, Politechnika Poznańska, 1990.
- [12] Bodaszewski W., Tereszkowski Z., Powłoki brył cienkościennych. Projektowanie struktur, kształtu i wymiarów, t. I: Analizy struktur złożonych konstrukcji cienkościennych, KN IMB, Warszawa 1990.
- [13] Bodaszewski W., Powłoki brył cienkościennych. Projektowanie struktur, kształtu i wymiarów, t. II: Racjonalne projektowanie metodą nieciągłych pól naprężeń, KN IMB, Warszawa 1990.

- [14] Bodaszewski W., Badania powłok ukształtowanych metodą nieciągłych pól naprężeń, XVI Sympozjum Mechaniki Eksperymentalnej Ciała Stałego, Jachranka 1994, s. 31–34.
- [15] Bodaszewski W., Tereszkowski Z., Korekty kształtów konstrukcji cienkościennych projektowanych metodą nieciągłych pól naprężeń w zakresie sprężystym, X Konferencja nt. "Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych", z. l, Zakopane 1997, s. 49–55.
- [16] Bodaszewski W., Projektowanie elementów konstrukcji metodą statycznie dopuszczalnych, nieciągłych pól naprężeń, Materiały Seminarium Szkoleniowego "Badania mechanicznych właściwości materiałów i konstrukcji," IPPT PAN/Biuro Gamma, 1998.
- [17] Bodaszewski W., Rozenau A., Orzechowski T., *Pola dyssypacji energii plastycznego płynięcia w elementach kształtowanych metodą SDNPN*, XVII Sympozjum Mechaniki Eksperymentalnej Ciała Stałego, Jachranka 1998, s. 161–163.
- [18] Bodaszewski W., Markiewicz I., Analizy sprężystych pól wytężenia w otwartych powłokach brył cienkościennych ukształtowanych metodą SDNPN, Konferencja nt. "Zbiorniki Cienkościenne", Karłów 1998, s. 7–10.
- [19] Bodaszewski W., Markiewicz L., Numeryczne badania własności powłoki profilu dwuteowego, ukształtowanego metodą SDNPN na obciążenia momentem skręcającym, XII Konferencja nt. "Metody i środki projektowania wspomaganego komputerowo", Warszawa 1999, s. 47–50.
- [20] Bodaszewski W., Markiewicz I., Szacowanie konturów przestrzennych elementów konstrukcyjnych na podstawie statycznie dopuszczalnych pól naprężeń, tworzonych z udziałem MES, XII Konferencja Naukowa "Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych (KBM PAN + PŁ), t. 1, Zakopane 1999, s. 39–45.
- [21] Bodaszewski W., Skręcane profile cienkościenne o powłokach otwartych, ukształtowane metodą SDNPN, X Sympozjum Stateczności Konstrukcji, 2000.
- [22] Bodaszewski W., Markiewicz I., Badania powłok ukształtowanych metodą SDNPN w zakresie pełnych ścieżek równowagi, XIX Sympozjum Mechaniki Eksperymentalnej Ciała Stałego, Jachranka 2000, s. 145–150.
- [23] Bodaszewski W., Markiewicz I., Rama samochodu ciężarowego ukształtowana metodą SDNPN, ZN Politechniki Opolskiej "Mechanika" 265(64), 2001, s. 45–50.
- [24] Bodaszewski W., Ujęcie aplikacyjne metody SADSF. Konstruowanie pól o wielkim stopniu złożoności, Int. J. Mechanics and Mechanical Engineering, 2003, 6.
- [25] Bodaszewski W., Algorithms of the method of statically admissible discontinuous stress fields (SADSF), Engineering Transactions 52, 3, 2004, 52, 4, 2004, 53, 1, 2005, 53, 2, 2005.
- [26] Brzoska Z., Statyka i stateczność konstrukcji prętowych i cienkościennych, PWN, Warszawa 1967.

- [27] Cea J., Garreau S., Guillaume P., Masmoudi M., *The shape and topological optimizations connection*, Comput. Methods Appl. Mech. Eng. 2000, 188, pp. 713–726.
- [28] Chan S.W.K., The Strength of Fillet Welded Joints in Steels Subjected to Static Loading – a Review, The Welding Institute, Cambridge–UK, Paper No. 379, 1988.
- [29] Chen W.F., Liu X.L., Limit analysis in soil mechanics, Elsevier 1990.
- [30] Christensen P.W., Klarbring A., *An Introduction to Structural Optimization*, Springer Science + Business Media B.V., 2009.
- [31] Dietrich L., Miastkowski J., Szczepiński W., Nośność graniczna elementów konstrukcji, PWN, Warszawa 1970.
- [32] Dietrich L., Miastkowski J., *Doświadczalne badania nośności granicznej po*łączeń sworzniowych, Archiwum Budowy Maszyn, 18(4), 1971, s. 555–574.
- [33] Dietrich L., Projektowanie plastyczne a wytrzymałość zmęczeniowa pasma z otworami, Rozprawy Inżynierskie 25, 1977, s. 659–670.
- [34] Dietrich L., Wymiarowanie połączeń sworzniowych metodą nośności granicznej w świetle badań zmęczeniowych. Archiwum Budowy Maszyn, 25(3), 1978, s. 513–524.
- [35] Erickson P.E, Riley W.F., Minimizing Stress Concentrations Around Circular Holes in Uniaxially Loaded Plates, Experimental Mechanics, 1978, 18(3), pp. 97–100.
- [36] Eschenauer H., Olhoff N., Schnell W., Applied Structural Mechanics. Fundamentals of Elasticity, Load-Bearing Structures, Structural Optimization. Including Exercises, Springer-Verlag, 1997.
- [37] Frąckiewicz H., Tereszkowski Z., Trela S., *Badania stanów zgięciowych w węzłach ram cienkościennych metodą rastrów*, VIII Sympozjum Doświadczalnych Badań w Mechanice Ciała Stałego, t. l, Warszawa 1978, s. 216–228.
- [38] Frąckiewicz H., Szczepiński W., Tereszkowski Z., Szlagowski J., Bodaszewski W., Trela S., Barchan A., *Węzły i połączenia konstrukcyjne*, WNT, Warszawa 1985.
- [39] Glinka G., Computer Methods for Fatigue Life Prediction of Engineering Components, NATO Conference on Reliability Assessment of Cyclic Loaded Engineering Structures, Varna 1996.
- [40] Glinka G., Jakubczak H., Fatigue Software Package FALIN.
- [41] Godoy L.A., Thin-walled structures with structural imperfections analysis and behavior, Pergamon Press – Elsevier, New York 1996.
- [42] Gomoliński P., Szlagowski J., *The software package to the method of statically admissible stress fields*, Proc. of Conf. on CAD, Miskolc, Hungary 1991.
- [43] Gomoliński P., Komputerowo wspomagane projektowanie elementów konstrukcji z wykorzystaniem kryterium nośności granicznej, rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska 1995.

- [44] Gutkowski W., Szczepiński W., *Statycznie dopuszczalne pola momentów plastycznych dla płyt*, Rozprawy Inżynierskie, 19, 1971, s. 3–13.
- [45] Haftka R.T., Gurdal Z., Galdwer G.M.L. (ed.), *Elements of Structural Optimization*, Kluwer Academic Publisher, 2002.
- [46] Huang X., Xie Y.M., Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures, Methods And Applications, Willey 2010.
- [47] Jankowski L.J., Szlagowski J., *Badania elastooptyczne przestrzennych węzłów projektowanych metodą SDNPN*, Materiały XVII Sympozjum Mechaniki Eksperymentalnej Ciała Stałego, Jachranka 1996, s. 243–247.
- [48] Kapkowski J., Stupnicki J., Doświadczalne badania elementów maszyn projektowanych metodą nośności granicznej, Rozprawy Inżynierskie, t. 21, 1, 1973, s. 161–173.
- [49] Kapkowski J., *Analiza sprężysto-plastyczna jarzma połączenia sworzniowego*, Mechanika Teoretyczna, i Stosowana, 1978, nr 4, 16.
- [50] Kaveh A., Optimal Structural Analysis, John Wiley & Sons Inc., 1997.
- [51] Kotełko M., Load-carrying capacity and energy absorption of thin-walled profiles with edge stiffeners, Thin-Walled Structures, 2007, 45, pp. 872–876.
- [52] Kotełko M., Nośność i mechanizmy zniszczenia konstrukcji cienkościennych, WNT, Warszawa 2011.
- [53] Legat A., Bodaszewski W., Opracowanie metody kształtowania typowych węzłów ram wózków lokomotyw zapewniającej im wysoką trwałość, CO-BiRTK, Warszawa 1979, 1983.
- [54] Markiewicz I., Tereszkowski Z., *The numerical investigation and corrections of the boundaries of shells shaped by the method of discontinuous stress fields*, 30th Polish Solid Mechanics Conference, Zakopane 1994, s. 158–159.
- [55] Markiewicz I., Numeryczne wyznaczanie statycznie dopuszczalnych układów linii nieciągłości naprężeń w polach granicznych, spełniających warunek plastyczności Hubera-Misesa, rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska 1996.
- [56] Markiewicz L, Bodaszewski W., Badania powłok ukształtowanych metodą SDNPN w zakresie pełnych ścieżek równowagi, raport z badań doświadczalnych w ramach Projektu KBN Nr 7 T07C 049 12, 1999.
- [57] Markiewicz I., Raport ze stypendium naukowego NATO pt. *The fatigue investigation of structures shaped by the SADSF method*, 2002.
- [58] Markiewicz I., Dokumentacja wykonania zadań 5, 6 projektu badawczego KBN nr 5 T07C 011 22 (2002–2004) pt. *Kształtowanie elementów konstrukcji wg kryterium nośności granicznej.*
- [59] Markiewicz I., Bodaszewski W., Glinka G., Global and Local Design Method for Fatigue Resistant Structures, SAE 2003 Transactions, Journal of Materials and Manufacturing, Section 5, Vol. 112, pp. 467–477.

- [60] Markiewicz I., Analysis of elastic effort fields in truck frame designed by the SADSF method, Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability, No. 2(34), 2007, pp. 22–27.
- [61] Markiewicz I., Analysis of Welded Joint Designed by Limit Analysis Methods, Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability, No. 3(39), 2008, pp.12–21.
- [62] Markiewicz I., Analysis of elastic properties of thin-walled structures designed by SADSF method, Engineering Transactions, 57, 1, 2009, pp. 35–43.
- [63] Markiewicz I., Analysis of Hole Arrangement in Tensile Plate by Means of The SADSF Method and Fatigue Life Predictions, Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability, No. 3(43), 2009, pp. 24–31.
- [64] Markiewicz I., Application of SADSF method to design and analyses of elastic and fatigue properties of tensioned strip with hole, Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability, No. 1(45), 2010, pp. 4–14.
- [65] Markiewicz I., *Elastic stresses in thin-walled torsional structures designed with SADSF method*, Engineering Transactions, 61, 2, 2013, pp. 137–150.
- [66] Markiewicz I., Properties of thin-walled structures designed by SADSF method, Part I: Elastic properties, Part II: Properties in elastic-plastic range, Part III: Fatigue properties (po pozytywnych recenzjach w Journal of Theoretical and Applied Mechanics).
- [67] Meguid S.A., Finite Element Analysis of Defence Hole Systems for the Reduction of Stress Concentration in a Uniaxially-Loaded Plate with Two Coaxial Holes, Engineering Fracture Mechanics 25(4),1986, pp. 403–413.
- [68] Miastkowski J., Nośność graniczna rozciąganych prętów z karbami kątowymi o dowolnych wymiarach części nad karbami, Mech. Teoret. Stos., 7, 1969, s. 81–98.
- [69] Miastkowski J., Szczepiński W., An experimental study of yield surfaces of prestrained brass, Int. J. Solids and Structures, 1, 1965, pp. 189–194.
- [70] Narayanan R. (ed.), *Plated structures. Stability and strength*, Taylor & Francis, 2007.
- [71] Pilkey W.D., Peterson's Stress Concentration Factors, Wiley 1999.
- [72] Piwnik J., *Teoria i eksperyment w analizie procesów wyciskania*, Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, 2010.
- [73] Silva M., Topics in Structural Topology Optimization, PhD dissertation, University of Illinois, 2009.
- [74] Sobczykiewicz W., Glinka G., Jakubczak H., Fatigue Design of Earthmoving Machines, International Symposium on Fatigue Design, Proceedings, Helsinki-Finland 1992, pp. 283–298.
- [75] Szczepiński W., Projektowanie elementów maszyn metodą nośności granicznej, Rozprawy Inżynierskie, t. 13, 1965, s. 497–510.

- [76] Szczepinski W., Miastkowski J., Doświadczalna analiza nośności granicznej rozciąganych płaskich prętów z karbem, Rozprawy Inżynierskie, 13, 1965, s. 637–652.
- [77] Szczepiński W., Projektowanie elementów maszyn metodą nośności granicznej, PWN, Warszawa 1968.
- [78] Szczepiński W., Mechanika plastycznego płynięcia, PWN, Warszawa 1978.
- [79] Szczepiński W., Dietrich L., *Plastic Design of Complex Shape Structural Elements – A Theoretical and Experimental Study*, Paryż 1981, s. 1–8.
- [80] Szczepiński W., Szlagowski J., Projektowanie konstrukcji metodą granicznych pól naprężeń, PWN, Warszawa–Poznań 1985.
- [81] Szczepiński W., Szlagowski J., *Plastic design of complex shape structures*, Ellis Horwood & PWN, Warszawa–Chichester 1990.
- [82] Szlagowski J., Metodyka kształtowania wytrzymałościowego elementów konstrukcji wg kryterium nośności granicznej, Prace IPPT PAN 25/1990, rozprawa habilitacyjna.
- [83] Timoshenko S.P., Gere J.M., Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, 1963.
- [84] Tran D, Nguyen V., *Optimal hole profile in a finite plate under uniaxial stress by finite element simulation of Durelli's photoelastic stress minimization method*, Finite Elements in Analysis and Design 1999, 32, pp. 1–20.
- [85] Trela S., Badanie zjawisk koncentracji naprężeń, uplastycznienia, lokalnego zginania i stateczności w cienkościennych węzłach konstrukcyjnych, rozprawa doktorska, Kielce 1984.
- [86] Wetzel R.M. (ed.), *Fatigue under Complex Loading: Analysis and Experiments*, Vol. 6, Society of Automotive Engineers, Warrendale, Pa., 1977.
- [87] Wilczyński B., Shape optimisation for stress reduction around single and interacting notches based on the fictitious stress method, Engineering Analysis with Boundary Elements 1997, 19, pp. 117–128.
- [88] Zowczak W., On a certain class of standard stress fields for plastic design, Engng. Trans. 44, 1996, pp. 3–4.
- [89] Zowczak W., *Projektowanie wytrzymałościowe metodą linii poślizgu*, rozprawa habilitacyjna, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2004.
- [90] Strona internetowa: www.sadsf.net

Streszczenie

Badania własności konstrukcji zaprojektowanych metodą SADSF

Praca przedstawia generalne wnioski z szeroko zakrojonego programu badań rzeczywistych własności konstrukcji cienkościennych, które zostały zaprojektowane metodą statycznie dopuszczalnych nieciągłych pól naprężeń (SADSF).

Celem tego programu była rozstrzygająca weryfikacja praktycznej przydatności metody SADSF w projektowaniu tej klasy ustrojów. Metoda SADSF, jako jedna z niewielu, pozwala efektywnie rozwiązywać zadania poszukiwania rozmieszczenia materiału, nawet w konstrukcjach bardzo złożonych i to już w chwili, gdy dane są jedynie warunki brzegowe. Nie bazuje przy tym na kolejnym iteracyjnym poprawianiu i może być konkurencyjną nawet dla bardzo zawansowanych matematycznie i numerycznie metod tzw. optymalizacji topologicznej. Ma to szczególne znaczenie w przypadku konstrukcji cienkościennych, dla których zasada de Saint Venanta nie ma w ogólności zastosowania i dla których iteracyjne poprawianie trzeba stosować z dużą ostrożnością.

Konieczność prowadzenia tych badań wynika z faktu, że metoda SADSF bazuje na teorii nośności granicznej i jest przybliżoną.

W ramach programu badane były m.in.:

- w zakresie sprężystym rozkłady pól wytężenia przy pomocy MES;
- w zakresie deformacji sprężysto-plastycznych rozwój stref plastycznych z użyciem termowizji oraz rzeczywiste mechanizmy zniszczenia i ścieżki równowagi w całym zakresie przykładanych obciążeń;
- przy obciążeniach zmiennych w czasie szacowanie trwałości zmęczeniowej przy pomocy metody odkształceń lokalnych.

Program obejmował więc szeroki zakres badań, a dobór technik obliczeniowych i badawczych pozwalał na prowadzenie ich w dużej skali (na wielu przypadkach). Na podstawie otrzymanych wyników można z prawdopodobieństwem graniczącym z pewnością stwierdzić, że ukształtowane SADSF konstrukcje, w porównaniu z projektowanymi w sposób tradycyjny, mają własności sprężyste wielokrotnie lepsze, trwałość zmęczeniową – co najmniej kilkadziesiąt razy większą, a równo-cześnie zachowują się w sposób modelowy: mają zdolność do przenoszenia wzrastających obciążeń aż do osiągnięcia obliczonych obciążeń, by w końcu zniszczyć się przez prawie totalne plastyczne płynięcie.

Summary

Investigating the behaviour of structures designed with the SADSF method

This study presents general conclusions following from a comprehensive program of research on actual properties of thin-walled structures designed by the method of statically admissible discontinuous stress fields (SADSF). The aim of the program was to decisively verify practical usefulness of the SADSF method in designing that class of structures. The SADSF method is one of a few methods allowing the designer to effectively solve the problems of material distribution even in very complex structures. Moreover, one can do it already when only boundary conditions are known. The method is not based on iterative corrections of the designed structure, and can be competitive even to mathematically and numerically very advanced design methods of the so-called topological optimization. This feature is especially important in the case of thin-walled structures, which generally do not comply with de Saint Venant principle, which implies that the method of iterative corrections must there be used with great caution.

The necessity to carry out this research follows on the fact that the SADSF method is based on the lower-bound theorem of limit analysis, thus it is an approximate method.

The following investigations have been conducted in the framework of this program:

- determining distribution of effort fields in the elastic range by FE method;
- investigating development of plastic zones in the range of elastoplastic deformations with the use of thermovision, investigating actual mechanisms of collapse and paths of equilibrium in the whole range of applied load;
- evaluating fatigue life for time-variable loads by applying the local strain method.

The scope of research was quite extensive, and the investigations were carried out on a large scale (including many types of structures), which was possible thanks to adequate choice of research tools and calculation methods. On the basis of the obtained results we can state, with probability close to certainty, that the structures designed by the SADSF method exhibit far better elastic properties than those designed in a traditional way, and have fatigue life dozens times greater. Moreover, they behave "in a model way": have the ability to withstand an increasing load up to the calculated load value, and then undergo collapse through almost total plastic flow.